શાળાઓ તથા કોલેજોમાં ચલાવવાને, ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે, આ પુસ્તક મંજુર છે.

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો



કર્તા. ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક

કીંમત બાર આના

Sanctioned as a Text-book for Schools and Colleges.

A NEW GEOMETRY

FOR GUJARATI SCHOOLS

PART 1

BY

GULABBHAI RAGHUNATHJI NAIK, B. A., S. T. C. D.

(Bombay Educational Department)

Author of "Geometry for Guj. Schools, Part 1, Book 1," "Key to New Geometry, Part 1," Senior Arithmetic," and Joint Author of "Junior Arithmetic," "Primary Arithmetic, Part 1," &c.

FOURTH EDITION, 1916

Price Twelve Annas

Published by the Author

Gulabbhai Raghunathji Naik, B. A.,

at Desai Pol, SURAT.

Printed by

Thakordas **Mansing** at the "**Surat City**" Printing Press, near Chauta Bridge, SURAT.

[શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે મંજુર છે.]

ગુજરાતી નિશાળો માટે

નવી ભૂમિતિ

ભાગ ૧ લો

કર્તા

ગુલાબભાઈ રઘુનાથજી નાયક, બી. એ., એસ. ટી. સી. ડી.

[મુંબઈ સરકારના કેળવણી ખાતામાં શિક્ષક]

"ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો, પુસ્તક ૧ લું," "નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો," તથા "સીનીઅર અંકગણિત,"ના અને "જ્યુનીઅર અંકગણિત" તથા "પ્રાથમિક અંકગણિત, ભાગ ૧ લા" ના સંયુક્ત કર્તા.

ચોથી આવૃત્તિ, ૧૯૧૬

કીંમત બાર આના

શિક્ષકો તેમજ વિદ્યાર્થીઓને અતિ ઉપયોગી

નવી ભૂમિતિ ભાગ પહેલામાંના

પ્રશ્નોનો ખુલાસો

તૈયાર છે.

નોટ. ટુંક મુદતમાં આ પુસ્તક બહુ પ્રિય થઈ પડયું છે.

વર્નાક્યુલર ફાઈનલ પરીક્ષાના અને ટ્રેનિંગ કોલેજના ઉમેદવારોને બહુ ઉપયોગી થઈ પડે એવા હેતુથી બહુજ સાદી અને સરળ સમજુતિ સાથે દરેક પ્રશ્નનો સંપૂર્ણ ખુલાસો આપ્યો છે.

કીંમત રૂા. ૧-૪-૦

મળવાનું ઠેકાણું:--

સોલ એજન્ટ, **મી. કરસનદાસ નારણદાસ,**

બુકસેલર, નાણાવટ, **સુરત.**

પ્રસ્તાવના.

સરકારી મરાઠી નવીન ભૂમિતિ પ્રમાણે ફેરફાર કરી ગુજરાતી શાળાઓના વિદ્યાર્થીઓને અને શિક્ષકોને માટે આ ભૂમિતિ છપાવી બહાર પાડવામાં આવી છે. પુસ્તકનો પ્રાયોગિક ભાગ મરાઠી પુસ્તકનો તરજુમો નથી, પરંતુ તે પુસ્તકમાં જે પ્રમાણેની ગોઠવણ કરવામાં આવી છે તેનેજ અનુસરી પદ્ધતિ તેની તેજ રાખી કોઈ કોઇ જગ્યાએ યોગ્ય સુધારા વધારા કરી અને સ્થળે સ્થળે નવી આકૃતિઓ દાખલ કરી આ પુસ્તક નવાજ રૂપમાં છપાવ્યું છે. મહેરબાન ડિરેકટર ઓફ પબ્લિક ઈન્સ્ટ્રકશન સાહેબની ભલામણથી નામદાર સરકારે પોતાના તા. ૨૩ મી ડીસેમ્બર સને ૧૯૧૪ના ઠરાવ નંબર ૪૧૨૯ થી આ પુસ્તક સઘળી શાળાઓ તથા કોલેજો માટે ટેક્ષ્ટ બુક તરીકે કાયમનું મંજુર કર્યું છે. નામદાર ગાયકવાડ સરકાર તરફથી પણ આ પુસ્તક ઇનામ લાયબ્રેરી માટે મંજુર કરવામાં આવ્યું છે. કેળવણી ખાતાના અધિકારીઓ, શિક્ષકો, તથા અન્ય વિદ્વાન્ ગૃહસ્થો તરફથી આ પુસ્તકને સારૂં ઉત્તેજન મળતું આવ્યું છે તે માટે એ સર્વે સાહેબોનો ઉપકાર માનું છું.

ભૂમિતિનો અભ્યાસક્રમ બદલવાનો હેતુ અને નવી ભૂમિતિ શીખવવાની સૂચના પુસ્તકમાં સવિસ્તર આપી છે. પુસ્તકમાં આપેલા પ્રશ્નો અને ઉત્તરોનો ઉપયોગ કેવી રીતે કરવો તે સામાન્ય શિક્ષકને પણ તરતજ માલમ પડી આવે એવું છે.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણે જુદાં જુદાં ધોરણોમાં કયા કયા અભ્યાસક્રમ કરવાના છે તે પણ બતાવ્યું છે.

મરાઠી નવીન ભૂમિતિના કર્તાઓ તથા અંગ્રેજી ભૂમિતિના કર્તાઓ કે જેઓના પુસ્તકોમાંથી મને અમૂલ્ય મદદ મળી છે તેઓનો ઉપકાર માનવાની હું રજા લઉં છું.

જે જે સૂચનાઓ કરવામાં આવશે તે ઘણાજ ઉપકાર સહિત સ્વીકારી યોગ્ય સુધારા આવતી આવૃતિમાં કરવામાં આવશે.

ગવર્નમેન્ટ હાઇસ્કૂલ,
સુરત. } ગુલાબભાઇ રઘુનાથજી નાયક.

સરકારી ઠરાવો પ્રમાણેના પરીક્ષાના અભ્યાસક્રમ.

૧. છઠ્ઠા ધોરણ માટે,

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલા (વિભાગ) ખંડમાંથી પાનાં ૧૬ થી ૯૬ એટલે § ૧ થી § ૯ ના (ज) સુધી.

પ્રમેય ભાગ. બીજા (વિભાગ) ખંડમાંથી સિદ્ધાંત ૧ થી ૧૭.

૨. સાતમા ધોરણ તથા વર્નાકયુલર ફાઇનલ પરીક્ષા માટે,

કર્તવ્ય ભાગ. પહેલો (વિભાગ) ખંડ આખો.

સિદ્ધ ભાગ. બીજો (વિભાગ) ખંડ તથા ત્રીજો (વિભાગ) ખંડ આખા; અને તેમાંના પ્રમેય અને કૃત્ય પરના સહેલા પ્રશ્નો.

૩. ટ્રેનિંગ કોલેજના પહેલા વર્ષ માટે,

આખું પુસ્તક, સઘળા પ્રશ્નો સાથે.

અનુક્રમણિકા.


NAIK

નવી ભૂમિતિ, ભાગ ૧ લો.

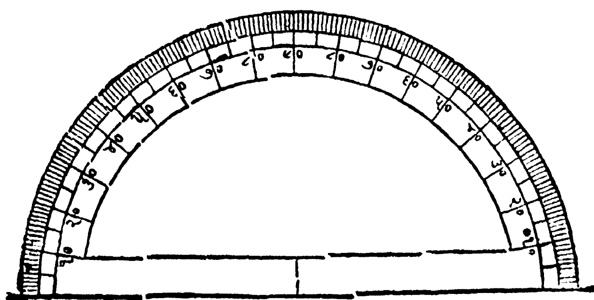
પ્રાસ્તાવિક પ્રકરણ.

अ. ભૂમિતિ શિક્ષણ સંબંધી સામાન્ય સૂચના.

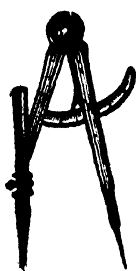
ભૂમિતિના અભ્યાસથી જે ફાયદા થવા જોઇએ તેનો પુરેપુરો લાભ વિદ્યાર્થીને થાય એવી જો શિક્ષકની ઇચ્છા હોય તો તેના કર્તવ્ય ભાગમાં તેમજ સિદ્ધ ભાગમાં તેને એકી વખતે સાથેજ તાલીમ મળવી જોઇએ. ભૂમિતિ શાસ્ત્રના એ બંને ભાગો એકમેકથી બિલકુલ વિરૂદ્ધ નથી, પણ એક ભાગ બીજાનો દષ્ટાંત રૂપ છે.

આ હેતુથી કર્તવ્ય ભાગમાં જે પ્રયોગિક ભાગ આપવામાં આવ્યો છે તેનો ઉપયોગ સંપૂર્ણ કાળજીથી કરવાનો છે. સિદ્ધ ભાગમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમો બહુ સંભાળથી સાચવવાની જરૂર છે; તેથી તે ભાગ પાછળથી રાખવામાં આવ્યો છે, તો પણ તેના સઘળા પ્રમેયોના ગુણ धर्म પ્રયોગ ને અનુમાન દ્વારા પહેલેથીજ સમજાવવા.

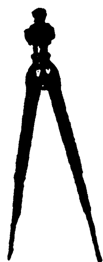
(૧) આકૃતિઓ બહુજ સફાઇથી અને સંભાળથી નીચેનાં સાહિત્યોની મદદથી દોરાવવી જોઇએ; અને જરૂર પડે ત્યાં શિક્ષકે પોતે તે આકૃતિ પાટીઆ ઉપર નમુના રૂપે દોરી બતાવવી.



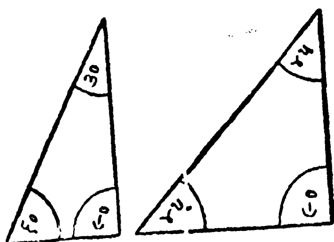
પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય.



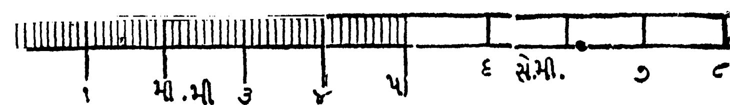
કંપાસ,
કે કર્કટી.

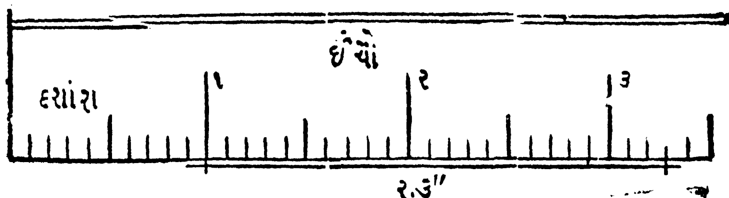


ડીવાઇડર્ઝ,
કે અંતરમાપક.



સેટ સ્કવેરની જોડ,
કે કાટખૂણા.





સાચી લીટીના ઉપર રૂલર (આંકણી)

(અ) 'ત્રણ એચ' અને '૭ એચ' ની બે પેન્સીલો;
(બ) કર્કટી અને અંતરમાપક સાહિત્ય;
(ક) પ્રોટ્રેક્ટર કે કોણમાપક સાહિત્ય;
(ડ) ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટર વાળું એક લાકડાનું આશરે ૭ ઇંચ લાંબું રૂલર, આંકણી.
(ઇ) બે સેટસ્કવેર યા કાટખૂણાની જોડ.

(૨) જે જે આકૃતિ સંબંધી વિવેચન (કર્તવ્ય ભાગમાં કે સિદ્ધ ભાગમાં) કર્યું છે તે તે આકૃતિઓ શિક્ષકે **વિદ્યાર્થી પાસે પણ કઢાવવી.**

(૩) ખરાં માપ મેળવવાને માટે દરેક લીટી ઝીણી સફાઈદાર

હોવી જોઇએ; પેન્સીલોના છેડા ગ્લાસ પેપરથી તીણા કરવાની ખાસ જરૂર છે. સઘળી લીટીઓ એકજ સરખી જાડાઇની આવવી જોઇએ.

(૪) લીટીઓ ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફજ દોરવી અને કદી પણ તેની તેજ લીટી ફરીથી બેવડી કરવી નહિ. લીટી દોરવામાં આંગળાં અને કાંડું ફક્ત ખસેડવાં નહિ, પણ આખો હાથ ખસેડવો જોઇએ.

(૫) કર્કટી (કંપાસીઝ) ને ઉપરના માથા આગળથી પકડવી, અને વર્તુળ દોરતી વખતે લક્ષમાં રાખવું કે કાગળમાં છિદ્ર પડે નહિ.

(૬) રૂલર ઉપર અંતર માપવાને તથા બે બિંદુઓની વચ્ચેનું અંતર માપવાને ડીવાઇડર્ઝનો ઉપયોગ કરવો; રૂલરના સ્કેલ ઉપર છિદ્ર ન પડે તેવી રીતે ડીવાઇડર્ઝને લગભગ ક્ષિતિજ બરાબર રાખવું, અને જોઇએ તેના કરતાં સહેજ વધારે પહોળું રાખી ડીવાઇડર્ઝને સાંકડું કરવું.

(૭) પ્રોટ્રેક્ટર અને સેટસ્કવેરનો ઉપયોગ આગળ બતાવ્યો છે.

આ બધાં સાહિત્યોનો ઉપયોગ વિદ્યાર્થીને બરાબર કરતાં આવડે તે પહેલાં શિક્ષકે પાંચ દશ આકૃતિ તેની મદદથી બરાબર વર્ગને દેખાય તે પ્રમાણે દોરવી અને તેને માટે મોટાં સાહિત્યો (પાટીઆ ઉપર વપરાય તેવાં) ખાસ રાખી મૂકવાં; યુકિલડના સિદ્ધાંતો શીખવતી વખતે આકૃતિ સાહિત્યો વગર દોરી ચલાવી લેવામાં આવતું તેમ કદી પણ નાની કે મોટી, પ્રમેયની કે કૃત્યની, વ્યાખ્યાની કે પ્રશ્નની, આકૃતિઓ સાહિત્ય વગર દોરવી નહિ.

કર્તવ્ય ભાગમાં દરેક પ્રકરણમાં સમજુતિ પ્રમાણે યોગ્ય લાગે તેવાં જુદાં જુદાં દૃષ્ટાંત આપી વિદ્યાર્થી પાસેજ તેના પોતાનાજ શબ્દોમાં વ્યાખ્યા બને ત્યાં સુધી કહાવવી, અને બરાબર સમજાયા પછીજ અંદરની વ્યાખ્યાઓ મોઢે કરાવવી. તર્કશાસ્ત્રની આ વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ દરેક પ્રયોગના ગુણ ઠસાવવામાં ખાસ કરવાનો છે. કર્તવ્ય ભાગમાં જે જે પ્રયોગો આપ્યા છે તેમાંનો કોઈ પણ પ્રયોગ વિદ્યાર્થી પાસે મોઢે કરાવવાનો નથી; પણ તે પ્રયોગ પ્રમાણે અથવા તેવી કોઈ અન્ય રીતિએ પૃથક્ પૃથક્ આકૃતિઓ પાડી (પાટીઆ ઉપર

અથવા જાડા દોપીસ્તાની પાતળી પટીઓ કાપી તેમાં ટાંકણી મારી) વિદ્યાર્થી સમક્ષ ભૂમિતિનાં મુખ્ય મુખ્ય સત્યો સમજાવવાં. પ્રયોગોથી સિદ્ધ કરેલી સત્યતાઓ પાછળથી તર્ક શાસ્ત્રના નિયમોને અનુસરી સિદ્ધાંતરૂપે આપવામાં આવી છે.

જેમ સાહિત્યનો શોખ વધારવાને માટે કવિતાની કડીઓ મોઢે કરાવવાની આવશ્યકતા છે તેમ વિદ્યાર્થીની તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે સિદ્ધાંતોમાં આપેલી દોષ રહિત તાર્કિક સિદ્ધતા અવશ્ય મોઢે કરાવવીજ જોઇએ. એ તાર્કિક શકિત કેળવવાને માટે લગભગ એકજ જાતના શબ્દોમાં, પણ જુદા જુદા ક્રમમાં કે ઉલટા શબ્દોમાં વ્યાખ્યાઓ બનાવી વિદ્યાર્થીના જ્ઞાનની પરીક્ષા કરવી. જેમકે

(૧) વાંકી લીટીઓથી હદ થઇ હોય એવી સપાટ આકૃતિ તે વર્તુળ;
(૨) ચાર સરખી બાજુઓથી હદ થઇ હોય તેવી આકૃતિ તે રૉમ્બસ;
(૩) સીધી ન હોય એવી લીટી તે વાંકી લીટી, વગેરે.

ઉપલી વ્યાખ્યા કયાં કારણથી ખોટી કે ખરી છે તે વિદ્યાર્થી પાસેથીજ કઢાવવાની ખાસ અગત્ય છે.

કર્તવ્ય ભાગમાં સત્યતાઓ બતાવવામાં કારણો દર્શાવવાની જરૂર નથી; એ ભાગ ભૂમિતિના શાસ્ત્રીય ભાગનો હોવાથી પાછળથીજ સિદ્ધાંતરૂપે આપ્યો છે, અને કર્તવ્ય ભાગમાં જેમ પ્રાયોગિક ભાગ શીખતા જાય તેમ તેમ આ કારણોવાળો સિદ્ધાંત ભાગ પણ વિદ્યાર્થી સમક્ષ રજુ કરવો. ભૂમિતિ શીખવવાનો મુખ્ય ઉદ્દેશ આ તાર્કિક ભાગ શીખવવાનોજ છે અને એ વિષય બહુજ મહત્ત્વનો છે.

સિદ્ધાંતના તાર્કિક વિવેચનમાં વિદ્યાર્થીને દરેક સત્યતાનું કારણ સમજાવુંજ જોઇએ અને તે તે સમજે છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરવાને શિક્ષકે ડગલે ડગલે પ્રશ્ન અને પ્રતિ પ્રશ્નથી પ્રયત્ન કરવો અવશ્યનો છે. એ વિવેચનનું કોઇ પણ વાકય પાછળના કોઇ પણ સિદ્ધાંત પર આધારભૂત હોય તો તેનો યોગ્ય સંબંધ વર્ગના પાઠમાં વિદ્યાર્થીને આવડવોજ જોઇએ. પુસ્તકમાં મુખ્ય મુખ્ય આધારના સંબંધો દર્શાવ્યા છે, પણ પરીક્ષાઓમાં તે સંબંધ દર્શાવવાની જરૂર નથી;

જો કે વિવેચન અને સિદ્ધતાનું દરેક વાકય વિદ્યાર્થી સમજીને મુકે છે કે નહિ તે તેણે પોતાની લખવાની પદ્ધતિ પરથી બતાવવું જોઇએ. જે જે સિદ્ધાંતોની મદદ આગળના સિદ્ધાંતમાં લેવામાં આવતી હોય તેનાં પ્રતિજ્ઞા અને નિર્દેશ વિદ્યાર્થીને આવડવાંજ જોઇએ. દરેક સિદ્ધાંત બરાબર મોઢે કરવો જોઇએ પણ પોપટની માફક સમજ્યા વગર નહિ. મોઢે કરાવવાનું કામ સહેલું કરવાને માટે શિક્ષકે (૧) જુદા જુદા અક્ષરો વાપરવા; (૨) આકૃતિ આડી ઉભી, મોટી નાની દોરવી; (૩) અક્ષરોનાં સ્થળ બદલવાં; (૪) ઘણી વખત કોઈ પણ અક્ષર વાપરવોજ નહિ; (આ રીત ખાસ લક્ષમાં લેવા યોગ્ય છે). ઉપર પ્રમાણેજ વિદ્યાર્થીએ ઘેરે વાંચવાની ટેવ પાડવી જોઇએ અને જો તે પોતાના **મનમાં** આકૃતિમાં જોયા વિના સિદ્ધાંત બરાબર સિદ્ધ કરે તો ભૂમિતિ અધ્યયનનું યોગ્ય સાફલ્ય થાય છે.

વર્ગમાં સિદ્ધાંતનું પુનરાવર્તન થાય ત્યારે વિદ્યાર્થીએ અંદરનાજ શબ્દો બોલવાનો, તેમ તે યાદ આવી જતા હોય તો તે છોડી દેવાનો પ્રયત્ન કરવો નહિ; સિદ્ધાંતનું વિવેચન એવી રીતે તેને કહેતાં આવડવું જોઇએ કે પાછલા સિદ્ધાંતોના આધારો બોલવાની જરૂર પડે નહિ. ચોપડીનીજ આકૃતિ કે અંદરના અક્ષરોની આવશ્યકતા નથી. જ્યાં સુધી તેનું વિવેચન કારણ દર્શક હોય ત્યાં સુધી અંદરના ક્રમમાંજ તે કહેવાની જરૂર નથી. જે વિવેચન તે કરે તે યોગ્ય રીત સહિત, અને કારણ દર્શક છે એવી ખાત્રી થવી જોઇએ.

કોઈ કોઇ સિદ્ધાંતોની રચનામાં પાછળ સિદ્ધતા ન આવી હોય એવાં સ્વીકૃત કૃત્યો લેવામાં આવ્યાં છે; જ્યારે એવાં કૃત્યો કરવામાં આવે ત્યારે તે એવાં હોવાં જોઇએ કે તેનો ઉપયોગ કરવાનું સબળ કારણ હોવું જોઇએ, અને તે કરવામાં ભૂમિતિના તાર્કિક ભાગને કોઇ પણ જાતનો દોષ લાગતો નથી એ જોવું જોઇએ. અમુક શરતો પૂર્ણ કરે એવી લીટી કે એવું બિંદુ આવી શકતું હોય ત્યારેજ તે સ્વીકૃત કૃત્ય તરીકે લેવું જોઈએ.

અમુક સિદ્ધાંતો મોઢે થઇ ગયા પછી વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં આવવું

જોઇએ કે ભૂમિતિ શાસ્ત્રનો મુખ્ય હેતુ તાર્કિક વિવેચન શક્તિ કેળ-વવાનો છે અને સૂક્ષ્મ દૃષ્ટિથી જોતાં માલમ પડશે કે દરેક વિવેચન (૧) ભૂમિતિના મુખ્ય વિચારો (જેવા કે બિંદુ, લીટી), (૨) વ્યાખ્યાઓ, (૩) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો, (૪) પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોથી ઉપજતા પ્રમેયો, અને (૫) પાછળ શીખી ગએલા સિદ્ધાંતોનું બનેલું છે. આ ઉપરાંત જે કાંઇ વધારાનું હોય તે વિવેચનના તાર્કિક ક્રમની સમજુતિ અર્થે અથવા દૃષ્ટાંત રૂપેજ છે. તે વિવેચન જોઇએ તેમ વિદ્યાર્થીને આવડે છે કે નહિ તેની ખાત્રી પ્રશ્ન છોડવાની તેની શકિત ઉપરથી થાય છે. પ્રશ્ન છોડવા એ કામ એકદમ સહેલું નથી, તેમજ શકિત બરાબર કેળવાયા પછી એ કામ ધારવામાં આવે તેટલું અઘરૂં નથી. એ કામને માટે પુસ્તકને અંતે આપેલી પૃથક્કરણ રીતનો ઉપયોગ કરવો; અને તેમાં બતાવેલી વિગમન પદ્ધતિ એક વખત સમજાયા પછી મ્હાવરાથી હસ્તે જશે અને ઉપયોગી થઇ પડશે.

પ્રશ્ન સામાન્ય રીતે ત્રણ જાતના છે—પ્રમેય પ્રશ્નો, કૃત્ય પ્રશ્નો અને ગણત્રીના પ્રશ્નો. પહેલી બે જાતના પ્રશ્નોમાં સિદ્ધતા જરૂરની છે અને ત્રીજી જાતના પ્રશ્નો સિદ્ધતાની જગ્યાએ તેજ પ્રમાણે આ-પેલી કીંમતો મુકી કરવાના છે. શરૂઆતમાં બધાજ પ્રશ્નોમાં વિદ્યાર્થીને મદદની જરૂર પડશે અને તેથી શિક્ષકે યોગ્ય લાગે તેમ મદદ કરવી, પણ જોવું કે વિદ્યાર્થીનો આત્મપ્રયત્ન ઓછો થવાથી તે નિરાશી થાય નહિ. સહેલા પ્રશ્નો બનતાં સુધી મોઢેજ કરાવવા. નવો સિદ્ધાંત સમજાવતાં પહેલાં કર્તવ્ય ભાગમાં તેને લગતા આપેલા પ્રયોગો કરવાથી, અને રચનાનો ભાગ બતાવવાથી વિદ્યાર્થી કદાચ સિદ્ધતા પણ થોડી થોડી પોતાની મેળે કહી શકશે.

પાટીઆ ઉપર આકૃતિઓ દોરવા માટે નીકલના અથવા લાક-ડાનાં મોટાં સાહિત્યો આશરે ત્રણેક રૂપીઆની કીંમતથી મળે છે. આવાં મોટાં સેટ સ્કવેરો, કંપાસ, ડીવાઇડર્ઝ, રૂલર અને પ્રોટ્રેક્ટર, મુંબઇના મોટા બુકસેલરોને ત્યાંથી જોઇએ તો નાના બુકસેલરો યોગ્ય સૂચનાને આધારે મંગાવી આપશે. (નમુનાઓ બને તો જોઇને લેવાં).

૪. શિક્ષણ સંબંધી થોડીક મુખ્ય સૂચના.

નવી ભૂમિતિનો વિષય જુની ભૂમિતિના વિષયથી જુદો છે તેથી જે શિક્ષકને એની શિક્ષણ પદ્ધતિ નવી હોય તેણે આગળ બતાવેલી સૂચના પ્રમાણે પોતે બરાબર અધ્યયન કરી તેજ પ્રમાણે શીખવવાનો પ્રયત્ન કરવો. નીચેની બાબતો ખાસ ધ્યાનમાં લેવા યોગ્ય છે:—

(ક). જે આકૃતિના ગુણ, ધર્મ વગેરે અનુમાનથી શીખવવાના છે તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરી તેનાં બાજુ, ખૂણા, વગેરે ચોક્કસ માપી સમજાવીને પ્રાયોગિક ભાગ શીખવવો.

(ખ). આકૃતિ સંબંધી કે પ્રમેય સંબંધી પ્રયોગો કરી જે ગુણધર્મો કઢાવવાના છે તે બને ત્યાં સુધી વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવાનો પ્રયત્ન કરવો. શિક્ષણ જેમ ઉંચા પ્રકારનું હશે તેમ વધારે જવાબો વિદ્યાર્થી આપશે.

(ગ). આકૃતિના ધર્મો અને પ્રમેયો સ્પષ્ટ સમજાય તેને માટે આકૃતિઓ બરાબર કાઢવી જોઇએ. આકૃતિઓ પાટીઆ ઉપર બહુ કાળજી પૂર્વક દોરી તેની સ્પષ્ટ સમજુતિ આપવી; તેમજ વિદ્યાર્થીએ જે આકૃતિ કાઢવાની છે તે સાહિત્યોની મદદથી બહુજ ચોક્કસ કઢાવવા કદી પણ ચૂકવું નહિ. જેમ તે વધારે સફાઈદાર, સ્પષ્ટ અને ખરી હશે તેમ શિક્ષણ સહેલું થશે અને સમજૂતિ બરાબર ગ્રહણ થશે.

(ઘ). બધી વ્યાખ્યાઓ એકદમ સાથે શીખવી દેવાની નથી. પરંતુ જેમ જેમ તેની જરૂર પડે તેમ તેમ તે શીખવવી. વ્યાખ્યાઓ એકદમ શીખવવામાં આવશે તો તે તરતજ ભૂલી જવાશે અને કદાચ શિક્ષણ થોડે ઘણે અંશે નિરર્થક થઈ પડશે.

(ઙ). શિક્ષકે જાતે વ્યાખ્યાઓ કહી ન દેતાં યોગ્ય શિક્ષણથી પુસ્તકમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસેજ કઢાવવી. જો વિદ્યાર્થી તે ન કહી શકે તો જુદી જુદી આકૃતિઓ દોરી તેની સાથે પૂર્ણ સમજુતિ આપી વિદ્યાર્થીને સમજાવવી. બરાબર સમજુતિ અપાયા પછીજ વિદ્યાર્થી પાસે એવી આકૃતિઓ કઢાવવી, તેમજ ઓળખાવવી.

(ચ). પ્રમેય ભાગના જે સિદ્ધાંતો શીખવવાના છે તે શીખવવા પહેલાં પ્રાયોગિક ભાગમાં આપેલા તેને લગતા પ્રયોગો શીખવવા. તે બરાબર ધ્યાનમાં ઠસ્યા બાદ તેના ગુણધર્મોનું ગ્રહણ બરાબર સમજાય કે પછી વિદ્યાર્થીને કહેવું કે હવે એ ગુણધર્મો આપણે અનુમાનથી સિદ્ધ કરીએ છીએ; અને ત્યાર પછી પ્રમેય લેવું. એમ ન કરવામાં આવે તો પ્રાયોગિક ભાગ જે પહેલાં શીખ્યા હશે તે ભૂલી ગયા હશે, અને તેથી પ્રમેય ભાગની વિદ્યાર્થીને જોઇએ તેવી રીતે સમજ પડશે નહિ. આ બીના ખાસ અવસ્યમાં રાખવા જેવી છે.

ક. નવી ભૂમિતિ સંબંધી વિશેષ માહિતી.

(૧). શિક્ષણદ્વારા જ્ઞાન આપવાને માટે સામાન્ય રીતે ત્રણ રીત છે. જેમકે કાચના ઉપર છબી કેમ લેવાય છે તે વિષે કોઇ માણસ આપણને **ભાષણ આપી** જ્ઞાન આપે; પણ એથી આપણને જોઇએ તેવી સમજ પડતી નથી અને તેથી તરતજ આપણે તે ભૂલી જઇશું. પરંતુ તેજ જ્ઞાન જો આપણને આપણી રૂબરૂ પ્રત્યક્ષ **પ્રયોગ કરીને** આપે તો આપણને વધારે સમજ પડશે અને થોડાએક દિવસ આપણે તે યાદ રાખી શકીશું. પણ એ જ્ઞાન લેવાને માટે **આપણે પોતેજ** તે પ્રયોગ કરીએ તો તેથી ઉત્તમ જ્ઞાન મળશે, અને જે રીત આપણે શીખીશું તે ઘણા લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકીશું. આ પ્રમાણે કોઈ એક ચીજનું જ્ઞાન (૧) વર્ણનથી, (૨) પ્રત્યક્ષ જોવાથી, અને (૩) જાતે પ્રયોગ કરવાથી આપણે મેળવીએ છે; અને તે જે જે રીતે આપણે મેળવીએ તેમાં બહુ ફેર પડી જાય છે. આ પ્રમાણે બધીજ બાબતમાં સામાન્ય રીતે બને છે. તેથી એવો સામાન્ય નિયમ નીકળે છે કે જે જ્ઞાન વર્ણનથીજ મળે તેના કરતાં જે જ્ઞાન પ્રત્યક્ષ જોવાથી મળે તે સારૂં; અને પ્રત્યક્ષ જોવાના કરતાં જે જ્ઞાન જાતિ અનુભવથી મળે તે ઉત્તમ હોય છે. એટલે કે કોઇ **જ્ઞાન ઉત્તમ રીતે પ્રાપ્ત કરવાને અને મનમાં ચોક્કસ ઠસાવવાને વિદ્યાર્થીએજ જાતે પ્રયોગ કરી અનુભવ લેવો જોઇએ.** એજ નિયમે ભૂમિતિ

સંબંધી જ્ઞાન વ્યાવહારિક દૃષ્ટિથી જોતાં બહુજ અગત્યનું થઈ પડે માટે વિદ્યાર્થીએ જાતેજ પ્રયોગો કરી પોતે સમજી તે જ્ઞાન મેળવવું જોઇએ. આ પ્રમાણે સ્થિતિ હોવાથી જે જ્ઞાન પહેલાં ફક્ત મુખપાઠદ્વારાજ આપવામાં આવતું હતું તેનું કેવું પરિણામ આવ્યું તે બીના બધાને જાણીતી છે. ભૂમિતિનો વિષય બહુજ કઠણ મનાતો હતો એનું મુખ્ય કારણ એ હતું કે એ શીખવવાની જુની પદ્ધતિ જોઇએ તેવી સારી અને સરળ ન હતી. યૂકિલડનો ૩૨ મો સિદ્ધાંત "ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે" જે વિદ્યાર્થીઓ શીખ્યા હતા તેઓને જો પૂછ્યું હોય કે "પ્રત્યક્ષ આકૃતિ દોરી અથવા પ્રયોગ કરી" એ સિદ્ધાંત સાબિત કરો, તો ભાગ્યેજ કોઈ વિદ્યાર્થી તે પ્રમાણે કરી શકતો. આ ઉપરથી માલમ પડી આવશે કે પહેલેની શીખવવાની પદ્ધતિ કેવી અશાસ્ત્રીય હતી. એ રીત પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને આકૃતિ સંબંધી જ્ઞાન જોઇએ તેવું થતું ન હતું એટલુંજ નહિ, પણ ઘણીએક વખત પાઠો તેઓ મોઢે કરી લેતા હતા. આ સ્થિતિ બદલવાનો એકજ ઉપાય છે કે વિદ્યાર્થીઓએ પોતેજ આકૃતિ સંબંધી પ્રયોગ કરવા. આ વાત તો નક્કીજ છે કે (ધારો કે) યૂકિલડનો ૨૫ મો સિદ્ધાંત અનુમાનદ્વારા–શબ્દદ્વારા શીખવ્યા બાદ પ્રયોગથી બતાવવામાં આવે કે વ્યુત્ક્રમ ખૂણાઓ બરાબર છે તે વધારે સારૂં થઇ પડે; અને વિદ્યાર્થી જો તે પોતાની મેળેજ પ્રયોગ કરી શીખી લે તો તે સૌથી ઉત્તમ છે.

આ ઉપરથી એટલું તો સિદ્ધ છે કે ભૂમિતિના નિયમો ઠસાવવાને માટે વિદ્યાર્થીઓએ પોતાની મેળેજ પ્રયોગો વગેરે કરવા; તેથી નવી ભૂમિતિમાં લક્ષમાં રાખવાનું કે આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢી તેના ગુણ ધર્મ નજરે તપાસી પ્રયોગો કરી ભૂમિતિ સંબંધી સત્યતાઓ શીખવવી. તેથી **પ્રમેય સિદ્ધાંતની સત્યતાઓ અનુમાન–શબ્દદ્વારા શીખવવા અગાઉ પ્રત્યક્ષ પ્રયોગો કરાવીને તેજ સત્યતાઓ બતાવવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવ્યો છે.**

(૨). વિગમન પદ્ધતિથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન આપવું જોઇએ. પારિભાષિક શબ્દો અને સિદ્ધાંત સબંધી માહિતી મેળવવાને માટે તે સબંધી પ્રત્યક્ષ વિવેચનની જરૂર છે એટલુંજ નહિ, પરંતુ તેનું યથાર્થ જ્ઞાન થઈ લાંબા વખત સુધી ટકે તેને માટે તેનાં દૃષ્ટાંતરૂપી વસ્તુઓ પ્રત્યક્ષ બતાવી તે ઉપરથી વિદ્યાર્થીઓ પોતેજ વિચાર, જ્ઞાન મેળવે એ વધારે સારૂં. જે જ્ઞાન મેળવવામાં આપણે પોતેજ શ્રમ કરીએ તે જ્ઞાન બહુ સારી રીતે આપણે પ્રાપ્ત કરી શકીએ છીએ; અને ઘણો વખત સુધી આપણા મનમાં તે ઠસી રહે છે. પરંતુ જે બાબત લોકો આપણને કહે તેનું જ્ઞાન જોઇએ તેવું આપણને થઇ શકતું નથી એટલુંજ નહિ, પણ તે લાંબા વખત સુધી આપણે યાદ રાખી શકતા નથી. વિદ્યાર્થીના મનની સ્થિતિ પણ એવીજ છે. તેથી જે જ્ઞાન તે પોતે શ્રમ કરીને મેળવે તે બહુજ સારી રીતે તેના મનમાં ઠસે છે. તેથી વ્યાખ્યા અને સિદ્ધાંતનું જ્ઞાન તેઓને પોતાનેજ શ્રમ કરીને મેળવવા દેવું જોઇએ. તેથી જે જે ચીજોના ધર્મ ગુણ વગેરેનું જ્ઞાન વિદ્યાર્થીઓએ મેળવવાનું છે તે તે વસ્તુઓ અનેક રીતે તેની આગળ મુકી, તુલના કરાવી, તેમની પાસેજ તેમના શબ્દોમાં અનુમાન કરાવી તે જ્ઞાન આપવું. એટલે વ્યાખ્યા શીખવવાની રીત આ ભૂમિતિમાં એવી છે કે જે આકૃતિની વ્યાખ્યા શીખવવાની હોય તે આકૃતિ પ્રત્યક્ષ દોરાવી તેનાં ખુણા, બાજુ, વગેરે વિદ્યાર્થી પાસેજ મપાવવાં અને તેની પરીક્ષા કરાવવી; પછી એવીજ જાતની બીજી આકૃતિઓ કઢાવી સરખામણી કરાવવી; આ તુલના ઉપરથી જે નિયમો નીકળે તે કઢાવવા અને પછી વ્યાખ્યા બનાવવી. પ્રમેય સિદ્ધાંત શીખવવાને માટે પણ એજ રીત ગ્રહણ કરવી; એટલે અનેક ઉદાહરણો લઇ તે ઉપરથી પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો ઠસાવવા.

કોઈ પણ નિયમ અથવા સિદ્ધાંત શીખવવાને બે પદ્ધતિ હોય છે:–કોઇ બીજા સામાન્ય નિયમ ઉપરથી તે નિયમ ઠરાવવો તે એક રીત; અને પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમ ઠરાવવો તે બીજી રીત.

આમાંની બીજી રીતે શીખવવું એ ઉપર કહ્યું છે. પહેલી રીતે શીખવવામાં એવો દોષ આવે છે કે ઘણીએક વખતે શબ્દોના અર્થ અનિશ્ચિત હોય છે, અથવા જે સામાન્ય નિયમને આધારે નિયમ ઠરાવીએ તે નિયમના કયા અપવાદ હોય છે તેની આપણને ખબર પડતી નથી. અને તેથી જુદાં જુદાં વિધાન કરી ખરૂં અનુમાન કેવી રીતે કઢાવવું એ આપણને માલમ પડતું નથી. તેથી એ પદ્ધતિએ (Deductive-Synthetic-Method **નિગમન પદ્ધતિ**) શીખવવામાં-શીખવામાં ભૂલચૂક થવાનો વધારે સંભવ રહે છે. પરંતુ ઉદાહરણો ઉપરથી નિયમો ઠરાવવાની બીજી પદ્ધતિમાં (Inductive-Analytical-Method **વિગમન પદ્ધતિ**) જુદાં જુદાં ઉદાહરણો લઇએ તેથી ભૂલ થવાનો થોડોજ સંભવ છે. તેથી સિદ્ધાંત ખરો કરવાને આ પદ્ધતિ બહુ ઉપયોગી છે. વળી આ પદ્ધતિમાં પ્રત્યક્ષ ઉદાહરણ-દૃષ્ટાંતો ઉપરથી સત્યતા ઠરાવવાની હોય છે તેથી સમજુતિ પણ અતિ સરળ થઈ પડે છે. અને તેથીજ આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન અને અનુભવ થવાંજ જોઇએ. આ કારણને લીધે નવી ભૂમિતિમાં આ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કર્યો છે. તેથી **વ્યાખ્યા અને પ્રમેય-સિદ્ધાંત કે પ્રમેયના સામાન્ય નિયમો-સત્યતાઓ શીખવવામાં આ વિગમન પદ્ધતિનોજ ઉપયોગ કરવો એ ઉત્તમ રીત છે.**

નિગમન પદ્ધતિ કરતાં વિગમન પદ્ધતિ સિદ્ધાંત ખરો ઠેરવવામાં વધારે ઉપયોગી છે; તેથી નિગમન પદ્ધતિ ખોટી છે કે નકામી છે એમ કાંઈ નથી. પહેલી પદ્ધતિ પ્રમાણે સિદ્ધાંત-નિયમો ઠરાવવામાં જે જે ઉદાહરણો જોઈએ તેમાંનાં કેટલાંએક સમૂળકાંજ મળી શકે નહિ અને કેટલાંએક મળે તો તે તપાસવાને પુરતો વખત મળે નહિ. આવી વખતે અનુમાનથી (ઉદાહરણથી નહિ) સિદ્ધાંત ઠરાવવાની આવસ્યકતા રહે છે. ન્યાયમંદિરોમાં ન્યાયાધીશો કામનો નિકાલ કરવામાં તેમજ ઇતિહાસ શોધકો, જ્યોતિષીઓ વગેરે વિદ્વાનો ગત કે અદસ્ય વસ્તુ સંબંધી કોઈ પણ નિયમ-સિદ્ધાંત ઠરાવવામાં આજ પદ્ધતિનો વિશેષ ઉપયોગ કરે છે. આપણી પાસે આવેલાં માણસો કેવાં છે, અમુક

માણસો ક્યારે આપણને નક્કીજ મળી શકશે, વગેરે બાબતોમાં નિત્ય વ્યવહારમાં આપણે અનુમાનનો વિશેષ ઉપયોગ કરીએ છીએ; તેથી આ પદ્ધતિનાં જ્ઞાન તથા અનુભવ પણ આવશ્યક છે. આ કારણને લીધે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં જે આનુમાનિક પદ્ધતિ જોવામાં આવે છે તે આ ભૂમિતિમાં પણ રાખવામાં આવી છે.

ટુંકમાં, કોઈ પણ નિયમ બરાબર સમજાવવો અને મનમાં ઠસાવવો; એટલે પહેલ વહેલાં વિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ, અને પાછળ જે સામાન્ય નિયમો થયા હોય તે ઉપરથી બીજો નવો નિયમ કે સિદ્ધાંત કે અનુમાન કેમ નીકળે છે તે સમજાવવું અને પછી નિગમન પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવો:–આ રીત આ નવી ભૂમિતિમાં લેવામાં આવી છે.

(૩). કોઇ વિશેષ અક્કલવાળો માણસ એકાદ અપૂર્વ શાસ્ત્ર રચે તો તે બધી રીતે સંપૂર્ણ હોય એવું કાંઈ નથી. રચના ગમે તેવી ઉત્તમ હોય તો પણ તેમાં દોષ–ભૂલ ચૂક હોય છે. કાલિદાસ, ભવભૂતિ, શેકસપીયર, વાલ્મિક આદિ કવિઓએ કાવ્ય રચ્યાં; તેમજ પ્લેટો, ડાર્વિન, ભાસ્કરાચાર્ય, પાણિનિ આદિએ શાસ્ત્રો અને તાત્ત્વિક ગ્રંથો રચ્યા; અને તે બહુજ ઉત્તમ છે તો પણ તેમાં દોષ છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના ગ્રંથોમાં પણ સમજવું. પણ તે ઉપરથી કંઇ એમ ન સમજવું કે યૂકિલડના ગ્રંથો ખોટા છે. કોઇ મોટો ઈજનેર બહુજ અક્કલ વાપરી કોઈ મોટો બુગડો કે પુલ બાંધે અને પાછળથી તેમાં નાના મોટા ફેરફાર કરવાની જરૂર પડે છે. કાળ અને દુનીઆની સામાન્ય સ્થિતિ જોઇ ફેરફાર કરવા પડે છે. તેજ પ્રમાણે યૂકિલડના સંબંધમાં પણ છે. યૂકિલડના સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જો કે બહુજ સારો છે તો પણ તે ક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. યૂકિલડના પહેલા સ્કંધના બીજા તથા ત્રીજા સિદ્ધાંતોને છોડી દઇએ તો ચાલે એમ છે; તેમજ ૧૩, ૧૪ અને ૧૫ મા સિદ્ધાંતો ચોથા અને પાંચમા સિદ્ધાંતો કરતાં સહેલા હોવાને લીધે અને એ સિદ્ધાંતો સીધી લીટીના સંબંધમાં હોવાને લીધે તે પહેલાં લઇએ તો વધારે સારૂં. એજ પ્રમાણે સિદ્ધતામાં પણ ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. જેમ પહેલા સ્કંધના ૮ માં સિદ્ધાંતમાં અને બીજા સ્કંધના ૧૩

મા સિદ્ધાંતમાં જે સિદ્ધતા યૂકિલડે આપી છે તેને બદલે સહેલી સિદ્ધતા આપણે આપીએ તો વધારે સારૂં. આ પ્રમાણે યૂકિલડની ભૂમિતિમાં ફેરફાર કરવાની જરૂર છે. તેથી જે ફેરફાર કરવાથી આપણું કામ સહેલું થઈ પડે એવા ફેરફારો આ નવી ભૂમિતિમાં કરવામાં આવ્યા છે. આ પ્રમાણે **યૂકિલડના કરતાં સિદ્ધાંતોનો ક્રમ જુદો છે; કોઈ ઠેકાણે સિદ્ધતા પણ જુદી આપી છે; કોઈ ઠેકાણે નકામા લાગતા સિદ્ધાંતો છોડી દીધા છે; અને કોઈ ઠેકાણે બીજા ઉપયોગી નવા સિદ્ધાંતો દાખલ કીધા છે.**

(૪). નવી ભૂમિતિનું મુખ્ય કામ આકૃતિના ધર્મ ગુણ દેખાડવાનું છે. જેમકે "સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા સરખા છે" અથવા "એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો છે" વગેરે બાબતો જ્યારે ભૂમિતિમાં સિદ્ધ કરવાની હોય છે ત્યારે એ સત્યતા બતાવવાને માટે સરખામણી બરાબર થઈ શકે તેથી આકૃતિઓ ચોક્કસ કાઢવી ખાશ જરૂરની છે. સમબાજુ ત્રિકોણ, લંબચોરસ, ત્રિકોણની મધ્યગા, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ વગેરેની આકૃતિઓ જો બરાબર કાઢી હોય તો તેના સંબંધી નિયમો એની મેળેજ વિદ્યાર્થીને એકદમ સહજ દેખાઈ આવે છે; જેમકે, સમબાજુ ત્રિકોણની ખરી આકૃતિમાં ખુણા સરખાજ માલમ પડી આવે છે; ખરી આકૃતિના લંબચોરસમાં કર્ણો બરાબર છે; વગેરે. જો આકૃતિઓ ગમે તેમ દોરી ચલાવી લેવામાં આવે તો એજ આકૃતિના ગુણો એકદમ માલમ પડી આવતા નથી; એટલુંજ નહિ પરંતુ અનુમાનદ્વારા કે શબ્દદ્વારા જે સિદ્ધાંત સાબિત કરીએ તેની સત્યતા વિષે મનમાં શક રહેવાનો સંભવ છે. ધારો કે કોઈપણ ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સરખી છે એમ સિદ્ધ કરવાને માટે ત્રિકોણના ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ દોરીએ તો તેમાં બાજુઓ સરખી હોતી નથી તેમજ તે સરખી દેખાતી પણ નથી, તે છતાં આપણે તેને સરખી કહીએ તો તે બહુ અયોગ્ય કહેવાય. આ કારણને લીધે જે **આકૃતિઓ દોરવાની છે તે કંપાસ, સેટસ્કવેર, ફુટપટી વગેરે સાહિત્યોની મદદથી**

ચોક્કશજ કાઢવી જોઇએ. આ સાહિત્યનો ઉપયોગ કરવો એ આ નવી ભૂમિતિનું વિશેષ કામ છે. યૂક્લિડમાં કંપાસ અને પટ્ટીનો ઉપયોગ કરવામાં આવતો હતો. પરંતુ તેના વગર કામ ચલાવી લેવામાં પણ આવતું. આ સવડ આ નવી ભૂમિતિમાં નથી અને સાહિત્યોનો ઉપયોગ દરેક વખતે આપણે કરવોજ જોઈએ.

(૫). નવી ભૂમિતિમાં સિદ્ધતા આપવામાં કે અન્ય સ્થળે 'આધાર', આપવાની જરૂર નથી એટલે સિદ્ધાંતોનો અમુકજ ક્રમ રાખવો અવશ્યનો નથી. આધારો આપવામાં મુખ્ય ખામી એ રહે છે કે અમુક સત્યતા બતાવવામાં વિદ્યાર્થીને જો "આધાર" ટાંકવાની ટેવ પડે તો તે સત્યતાના કારણો ભૂલી જવાની બ્હીક રહે છે. જેમકે "$\triangle$ **अबक** = $\triangle$ **डइफ** છે, આધાર સિદ્ધાંત ૧૦" એમ કહેવાની ટેવ પડે તો શું કારણથી એ બે ત્રિકોણો બરાબર છે તે કારણ સમજ્યા વિના ઉપલકીઆ જ્ઞાન થવાનો સંભવ રહે છે; અને કારણો લાંબા વખત સુધી મનમાં રહેતાં નથી. આવી જાતની ખામી ન રહે તેને માટે સિદ્ધાંતોનો ક્રમ અમુકજ ન રાખતાં જે પક્ષ ઉપરથી અમુક સાધ્ય સિદ્ધ કરવાનું છે તેજ પક્ષ ઉપરથી કારણો સહિત સિદ્ધતા આગળ ચલાવવી; અને એમ કરવામાં સિદ્ધતાના કારણોજ-એટલે-જ આધારો—એક પછી એક લેવાં. કારણો બરાબર આવડે તો સિદ્ધતા બરાબર આવડે છે. અને તે ભુલી જવાનો સંભવ રહેતો નથી. આ કારણો બરાબર સમજાયા પછીજ સિદ્ધાંતોના ક્રમનો આધાર વિદ્યાર્થી લે તો પછી કાંઈ હરકત જેવું નહિ.

આ પુસ્તકમાં આધારો સિદ્ધાંતોના ક્રમ ઉપરથી આપ્યા છે તેનો હેતુ એવો છે કે એ પુસ્તક બહુ મોટું ન થઇ જાય. પરંતુ વિદ્યાર્થીએ એવી રીતે સિદ્ધાંતોના ક્રમના આધારો ન આપતાં કારણોનાજ આધારો આપવા.

(૬). નવી ભૂમિતિમાં ચિહ્ન—ટુંકી સંજ્ઞાનો ઉપયોગ બહુ કર્યો છે; પહેલાં પરીક્ષકની રજા વિના એવાં ચિન્હો વપરાતાં ન હતાં. હવે એવી રજાની જરૂર નથી; પણ એ ચિન્હોનો ઉપયોગ હવે વિદ્યાર્થી પરીક્ષામાં પણ કરી શકશે.

(૭). પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અને સ્વીકૃત કૃત્યો એલાયદાં આપવામાં આવ્યાં છે તો પણ તે મ્હોડે કરવાની જરૂર નથી. દૃષ્ટાંતો આપી તેની સત્યતાઓ બરાબર બતાવી ઠસાવવી. આ સિદ્ધતામાં જરૂર પડે ત્યાં "પ્રત્યક્ષ છે," "ખુલ્લું જ છે," વગેરે શબ્દો કહેવામાં આવે તો ચાલશે.

નોટ-વિભાગ ૧ લામાં પ્રાયોગિક ભાગમાં પ્રયોગો કેવી રીતે કરાવવા એ સંબંધી જુદી જુદી જગ્યાએ પુરેપુરી જે સમજુતિ આપી છે, એ સમજુતિ પ્રમાણે શિક્ષકે કામ લેવું અને તેમાં બતાવેલી રીતે વિદ્યાર્થી પાસે કર્તવ્ય ભાગ કરાવવો. એ સમજુતિમાંનો ઘણો ખરો ભાગ શિક્ષકનેજ માટે છે, જો કે એ ભાગમાં વર્ગમાં શિક્ષણ આપતી વખતે પ્રશ્ન અને ઉત્તર કેવા આવવા જોઈએ તે રીત બહુ સંભાળપૂર્વક બતાવી છે.

વિભાગ ૧લો. કર્તવ્ય અને પ્રાયોગિક ભાગ.

વિદ્યાર્થીએ નીચેનાં સાહિત્યો કર્તવ્ય ભાગમાં વાપરવાં:--

૧. આંકણી-લીટીઓ માપવાની આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, ડેસીમીટર અને સેન્ટીમીટર, ના આંકો પાડેલા હોય છે. સામાન્ય રીતે ચપટી આશરે ૭ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર એકજ બાજુ સેન્ટી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ એક કોર ઉપર, અને મીટર અને મીલી મીટર બીજી કોર ઉપર હોય છે.

૨. પ્રોટ્રેકટર અથવા **કોણમાપક**-પ્રોટ્રેકટર બે જાતના હોય છે. એક ચોરસ અને બીજું ગોળ. આ પુસ્તકમાં અર્ધવર્તુળના આકારનું પોટ્રેકટર વાપરવામાં આવ્યું છે.

૩. સેટસ્કવેર અથવા **કાટખુણાની જોડ**-બે જાતના સેટસ્કવેરો વાપરવામાં આવે છે. એકમાં એક ખુણો કાટખુણો, અને બાકીનો દરેક અર્ધો કાટખુણો હોય છે; અને બીજામાં એક ખુણો કાટખુણો અને બીજો ખુણો $\frac{1}{3}$ કાટખુણો અને ત્રીજો ખુણો $\frac{2}{3}$ કાટખુણો હોય છે; પહેલામાં ૯૦° ૪૫°, ૪૫° અને બીજામાં ૯૦°, ૩૦°, ૬૦°ના ખુણા હોય છે.

૪. કંપાસ અથવા **કર્કટી**–એમાં એક હાથ લોખંડનો અને બીજો અર્ધો લોખંડનો હોય છે, જેમાં ઝીણી બારીક લીટી દોરી શકાય એવી પેન્સીલ મૂકવામાં આવે છે.

૫. અંતરમાપક–આ સાહિત્ય કંપાસના જેવુંજ હોય છે, પરંતુ તેના બન્ને હાથો આખા લોખંડના હોય છે. એકજ સાહિત્યના અર્ધા હાથમાં પેન્સીલ અથવા લોખંડનો છૂટો હાથ નાખી ચલાવવાથી કંપાસ અને અંતર માપક બન્ને એકમાં આવી શકે છે.

આ સિવાય "એચ એચ" નંબરની પેન્સીલ, તેલીઓ કાગળ, ટાંકણી, ચોરસ આંકેલી ચોપડી વગેરે પણ જોઇશે. પેન્સીલની અણી તીણી કરવા માટે કાચવાળો પોલીશ પેપર વપરાય છે. અનુમાનો લખવા માટે અને અન્ય પ્રશ્નો છોડવા માટે જુદી જુદી ચોપડીઓ (બને તો) રાખવી એ વધારે સારૂં છે. આ સાહિત્યોની જોડે એક નાની કાતર પણ હોય તો સારૂં.

પ્રકરણ ૧ લું.

§ ૧. સીધી લીટી અને તેનું માપ.

લીટીઓ માપવાને માટે ૨ જા પાના ઉપર બતાવેલી આંકણી જેવી લાકડાની ૭ ઇંચ લાંબી આંકણી ઉપર ઇંચ અને દશાંશ ઇંચ, તથા સેન્ટીમીટર અને મીલીમીટરના કાપા પાડેલા હોય છે. એક **મીટર** આશરે ૩૯·૩૭ ઇંચ હોય છે. મીટરના દશમા ભાગને દેસીમીટર અને દેસીમીટરના દશમા ભાગને સેન્ટીમીટર કહે છે. સેન્ટીમીટરનો દશમો ભાગ મીલીમીટર કહેવાય છે. પટી ઉપર સૌથી નાનો કાપો મીલીમીટરનો છે. ૧, ૨, ૩, ૪, વગેરે આંકડા સેન્ટીમીટરના છે.

લંબાઈનાં કોષ્ટકો.

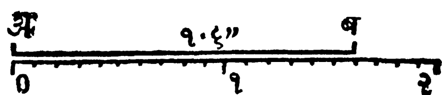
અંગ્રેજી.	ફ્રેન્ચ.
૧૨ ઇંચ(૧૨")=૧ ફુટ,	૧૦ મીલીમીટર (મી. મી.)=૧ સેન્ટીમીટર.
૩ ફુટ (૩')=૧ વાર,	૧૦ સેન્ટીમીટર (સે. મી.) =૧ ડેસીમીટર.
૧૭૬૦ વાર = ૧ માઇલ.	૧૦ ડેસીમીટર (ડે. મી.)=૧ મીટર (મા.)

ફ્રાન્સ દેશમાં લંબાઈના માપની એકમ **મીટર** છે. અને તેના ઉપર પ્રમાણે નાના ભાગો પાડેલા છે. એ રૂઢિમાં દરેક માપ તદ્દન નીચેના ભાગથી દશ ગણું છે. મીટરનું માપ નક્કી કરવા માટે પારિસ શહેરમાં થઇ બન્ને ધ્રુવમાંથી જે યામ્યોત્તર વૃત્ત (longitude) જાય છે તેની બરાબર ગણત્રી કરી તેનો ચાર કરોડાંશમો ભાગ લીધે છે. ફ્રાન્સમાં આ કુદરતી માપ ઉપરથીજ અન્ય માપો લીધાં છે; જેમકે, ક્ષેત્રફળ માપવાને ૧૦૦ ચોરસ મીટર = ૧ એર (are), પ્રવાહી પદાર્થ ભરવાને એક ઘન ડેસીમીટર = ૧ લીટર (litre), તોલનું માપ લેવાને એક ઘન સેન્ટીમીટર પાણીનું વજન = ૧ ગ્રામ (gramme) અને ઘન ફળ માટે એક ઘન મીટર = ૧ સ્ટીઅર.

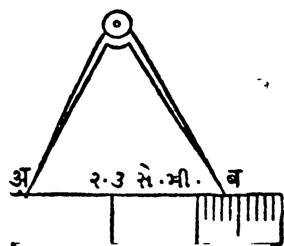
ઉપલાં કોષ્ટકામાં બતાવેલાં માપો લાકડાની ફુટપટી ઉપર છોકરાઓ સમજે છે કે નહિ તેની **બરાબર ખાત્રી કર્યા પછીજ** નીચે પ્રમાણે લીટી માપવાનું કામ વિદ્યાર્થી પાસે શિક્ષકે શરૂ કરાવવું.

(क). લીટીઓ માપવાની રીત.

૧ લી રીત–જો अ ब લીટી માપવાની હોય તો ફુટ પટીનો ૦ ઇંચિનો દોરો બરાબર अ આગળ પડે, અને ફુટપટી બરાબર अब લીટી સાથે રહે તેમ પટી ગોઠવો. જો ब છેડો ફુટપટીના કોઈ ચોકકસ દોરા આગળ આવી રહે તો તે પ્રમાણે अ છેડેથી તેની લંબાઈ ગણી લેવી ઉપર अ ब = ૧·૬ ઇંચિ (૧·૬′) છે.



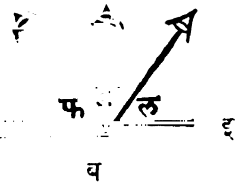
૨ જી રીત–કોઈ પણ લીટીની લંબાઈ, એટલે બે બિંદુની વચ્ચેનું અંતર વધારે ચોક્કસ લાવવા માટે ડીવાઇડર્નો ઉપયોગ કરવો.



જે અંતર માપવાનું હોય, તેના **કરતાં સહેજ વધારે, અંતરમાપકને પહોળું**

કરવું. પછી ધીમે રહીને તેને દબાવવું, અને તેના બન્ને છેડાઓ દબાવતાં દબાવતાં આપેલા અંતરના બન્ને છેડા ઉપર તે બરાબર આવી રહે તેમ મૂકવું. પછી અંતર માપકને ઉંચકી લઈ સહેજ આડું રાખી ફુટપટી ઉપર તે અંતર માપવું. અંતર માપકના છેડા ફુટપટી ઉપર દબાવવા નહિ, કારણ કે એ પ્રમાણે કરવાથી ફુટ-પટીના દોરાઓ ભોંકાઇ ભોંકાઈ બગડી જાય છે.

સૂચના. ફુટપટીની ઉપલી કોરો બન્ને બાજુથી નીચે ઢળતી હોય તો સારૂં, કારણ કે પટીના દોરાઓ જેમ બને તેમ કાગળની પાસે આવવા જોઇએ. કદાચ એ કોરો એટી જાડી હોય તો તેમાં ભૂલ આવવાનો સંભવ છે. જો अ ब લીટી માપવી હોય અને क इ જાડી આંકણી હોય તો આંકણી अ ब સાથે બરાબર ગોઠવ્યા છતાં ल લીટીમાંથી જોઇએ તો ब આગળનો ચોક્કસ દોરો इ નહિ દેખાતાં ब પાસેના ખોટું માપ આપનારા ल દોરામાંથી દેખાશે, એટલે अ ब જોઇએ તેના કરતાં મોટી દેખાશે. તેમજ फ માંથી જોતાં अ ब નાની દેખાશે. પણ જ્યારે इ દોરામાંથી ब ને જોઈશું તો તેજ ખરૂં અંતર આપશે.



પ્રશ્નો.

નીચેની લંબાઇ (ઇંચ ") અને (સે. મી., મી. મી.) માં માપોઃ–

૧. તમારી ચોપડીની લંબાઇ, પહોળાઈ, અને જાડાઇ.

૨. તમારા સેટસ્ક્વેરોની કોરોની લંબાઈ.

૩. નીચેની લીટીઓની લંબાઈ બન્ને માપમાં કાઢોઃ—

________________ ________ ________________

________________ ________________

૪. ઉપલા પ્રશ્નો ઉપરથી એક ઇચમાં કેટલા મીલીમીટર છે તે કહો. એક લીટી ૨·૪" માપી લઇ તેના સે. મી. અને મી. મી. કરો.

૫. નીચેની લંબાઇ ઇચ અને સે. મી.માં માપી તેનાં દશાંશ ભાગ કહો.

|————————————————————|

૬. નીચેની अ ब, ब क માપી સરવાળો કરી अ क સાથે સરખાવો.

अ ब क अ ब क

अ ब क

૭. अ ब, ब क, क ड, ड इ માપી સરવાળો કરી अ इ સાથે સરખાવો.

अ ब क ड इ

૮. अ ब, क ड બંને માપથી માપી બાદબાકી કરો. अ क અને ड ब માપી સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

अ क ड ब

अ क ड ब

अ क ड ब

૯. अ ब = ૩·૮" લો. अ ब માં क બિંદુ ગમે ત્યાં લો. क अ, क ब માપો. બન્ને માપનો સરવાળો કરી તે ૩·૮" ન થાય તો ભૂલ કયાં આવી છે તે શોધી કાઢો.

૧૦. આઠ ઇંચ લાંબી એક अ इ સીધી લીટી દોરો. अ છેડેથી अ ब = ૩", ब क = ૧·૮" અને क ड = ૨·૩" માપો. ड इ માપો. ड इ લંબાઈ હોવી જોઇએ તેટલી છે ? ન હોય તો ભૂલ કયાં આવી તે શોધો.

૧૧. ૭·૭" લીટી લો. તેના ૧ : ૬ ના પ્રમાણમાં બે ભાગ કરો.

૧૨. કોઈ પણ લીટી લો. તેનું માપ આશરે જોઇનેજ કહો; પછી માપીને કહો. કેટલો ફેર પડે છે તે જુઓ.

૧૩. ઉપલા પ્રશ્ન ૧૨ પ્રમાણે ઘણી લીટીઓ લઈ કરો.

૧૪. ૨·૪" ની લીટી લઇ આશરે તેનું અર્ધું કરી નિશાની કરી બન્ને ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૫. ૪·૮ સે. મી. ની લીટી લઈ તેના આશરે સરખા ત્રણ ભાગ કરી નિશાની કરી ત્રણે ભાગો માપી સરખાવી જુઓ.

૧૬. ૪·૨ સે. મી. ની લીટી લઈ ૪·૨ નું અર્ધું કરી તેટલો ભાગ એક છેડેથી કાપો. બાકીનો ભાગ એ ભાગ જેટલો છે ?

૧૭. ૩·૩" ની લીટી લઈ ૩·૩ નું એક તૃતીયાંશ લઇ એક છેડેથી કાપો. બાકીનામાંથી પણ તેટલુંજ કાપો. ત્રણે ભાગ સરખાવો.

૧૮. अ ब લીટીના આશરે બે સરખા ભાગ કરી તે ભાગો માપો.

૧૯. अ ब લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

૨૦. अ ब લીટીના ચાર સરખા ભાગ આશરે કરો, અને સરખાવો.

નોટ—અજમાયશે લીધેલાં માપો ઘણાંખરાં બરાબર આવે ત્યાં સુધી ઉપલી રીતે અનેક પ્રશ્નો કરવા.

(ख) લીટી દુભાગવાની (બે સરખા ભાગ કરવાની) રીત.

પહેલી રીત. નીચે પ્રમાણે એક अ ब લીટી લો. પહેલવહેલાં अ ब ને આશરે મ્હોડેથી દુભાગો. જો अ क અર્ધો ભાગ હોય તો

अ क ड इ ब

કંપાસના છેડાઓ अ क બરાબર પહોળા કરો. પછી કંપાસના એજ અંતરથી क ड લો. હજુ જો ड ब રહી જાય તો ड ब નું અર્ધું કરી કંપાસને એ અર્ધા ड इ અંતર જેટલું વધારે પહોળું કરો; क इ અંતર अ ब નું અર્ધું છે. માટે એક છેડેથી કંપાસ મૂકી क इ અંતર માપી લઈ अ ब ને દુભાગો.

બીજી રીત. अ ब ને આશરે દુભાગો, ધારો કે क, अ ब નું મધ્ય બિંદુ છે. પછી अ ઉપર કંપાસનું અગ્ર બિંદુ રાખી પેન્સીલના છેડાથી अ ब ઉપર ड બિંદુ લો; અને તેજ અંતરથી ब ઉપર અગ્ર બિંદુ લો. વળી ड इ જો રહી જાય તો તેના પણ એજ પ્રમાણે બે સરખા ભાગ કાઢો; આખરે क અથવા क ની પાસેનું

अ ड क इ ब

કોઈ બિંદુ अ ब ને દુભાગશે.

પ્રશ્નો.

૨૧. ૩·૬", ૫·૨ સે. મી., ૫·૯", ૧૦·૩ સે. મી., ૫·૩", અને ૭·૩ સે. મી. ની લીટી દોરો. ઉપર પ્રમાણે તેને દુભાગો.

૨૨. ૪·૨", ૬·૪", ની લીટી દોરો. દરેકના ચાર સરખા ભાગ કરો.

કાગળ વાળી લીટી દુભાગવાની રીત:—કાગળને બેવડ વાળી સળની કોર ઉપર अ ब માપી લો. अ' ब' (अ ટાંપ ब ટાંપ)

લીટી સળ ઉપર આવી હોય તો अ' (अ ટાંપ) ઉપર ब' (ब ટાંપ) પડે તેમ સળને તેની ઉપર પાછો બેવડ વાળો. જ્યાં કાપો પડે ત્યાં अ' ब' એટલે अ ब દુભાગાય છે.

પ્રશ્નો.

૨૩. ૩·૫", ૪·૩ સે. મી., ૪·૭", ૫·૮ સે. મી. ની લીટીઓ દોરો. ઉપર પ્રમાણે બેવડ વાળી દરેકને દુભાગો.

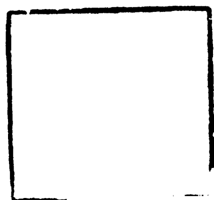
૨૪. ૫·૭", ૩·૩ સે. મી., ૪·૧", ૩·૫" ની લીટી દોરો. દરેકનો એક ભાગ બીજાની ઉપર રાખી અને એ બન્ને ભાગો ત્રીજાની ઉપર રાખી છેડે બરાબર મેળવી ત્રણ ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૨૫. ઉપલી લીટીઓના ભાગો કંપાસથી માપી ખાત્રી કરો.

૨૬. ૫·૯", ૧૧·૩ સે. મી., ૭·૩", ૧૦·૫ સે. મી. ની લીટી દોરો. બેવડ વાળવાની રીતથી તેના ૪, ૬, ૮ સરખા ભાગો કરો; બધા ભાગો માપી સરખા છે કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

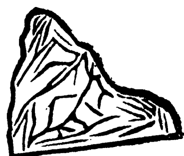
શિક્ષકને સુચના. પ્રશ્નોની સંખ્યા જ્યાં થોડી લાગે ત્યાં આપેલા પ્રશ્નોની જાતના અથવા અન્ય જાતના વધારે પ્રશ્નો પોતે બનાવી વિદ્યાર્થીને આપવા.

§ ૨. સ્કેલમાપ અથવા અંતર પ્રમાણ.



તમારી સામેના કાળા પાટીઆની લંબાઈ માપો. કેટલા ફુટ છે? ૪ ફુટ. પાસેની આકૃતિની લંબાઈ માપો. કેટલી છે? એક ઇંચ આ જગ્યાએ પાટીઆની લંબાઈ એક ઇંચ છે એ જુઓ છો? આ આકૃતિમાંની એક ઇંચ લંબાઈ છે તે ખરેખરી રીતે પાટીઆના કેટલી લંબાઈ બરાબર સમજવાની? ચાર ફુટ.

આકૃતિની પહોળાઇ માપો. તે કેટલી છે? એક ઈંચ; પાટીઆની પહોળાઈ માપો; તે કેટલી છે? ૪ ફુટ. આ ઉપરથી પહોળાઈના સંબંધ વિષે શું સમજો છો? આકૃતિમાં એક ઈંચ પહોળાઇ તે પાટીઆની ચાર ફુટ પહોળાઈ બતાવે છે.



પાસે એક ડુંગરનું ચિત્ર છે; એની ઉંચાઈ કેટલી છે? પોણો ઇંચ. ડુંગરની ખરેખરી ઉંચાઇ કેટલી હશે? ખબર નહિ. તે જાણવા માટે શું જાણવું જોઇએ? ડુંગરની ઉંચાઇ અને ચિત્રની ઉંચાઇનો સંબંધ. તે સંબંધને શું કહે છે? ચિત્ર અને ડુંગરની ઉંચાઇઓનો સંબંધ અથવા **પ્રમાણ.**

પ્રકૃતિનાં ખરેખરાં અંતર અને આકૃતિમાંનાં લંબાઇ, પહોળાઇ વગેરેનાં અંતરોના સંબંધને **સ્કેલ** અથવા **અંતર પ્રમાણ** કહે છે. આ પ્રમાણ જ્યારે આપવામાં આવ્યું ન હોય ત્યારે જે વસ્તુની આકૃતિ કાઢી હોય તેનું વાસ્તવિક પરિણામ માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ઠીક. આ પ્રમાણ ન આપેલું હોય અને તે વસ્તુના જેવડીજ આકૃતિ કાઢી હોય તો શું?

પ્રકૃતિમાં વસ્તુઓ વાસ્તવિક રીતે જેવડી હોય તેવડીજ આકૃતિઓ દોરવી એ કામ હંમેશાં શકય નથી. ઘણી વસ્તુઓ અતિશય બારીક હોય છે, અને તેવડીજ આકૃતિ કાગળ ઉપર કાઢવી એ ઘણું ખરૂં અશક્ય છે; જો કે સાહિત્યની મદદથી તેટલી નાની આકૃતિ નીકળી શકે છે; પણ તે જોનારને સ્પષ્ટ દેખાતી નથી; તેથી આવી **નાની આકૃતિઓને મોટી કરવાની જરૂર છે.** તેમજ પ્રકૃતિમાં ઘણી વસ્તુઓ અતિશય મોટી હોય છે. અને તેવી મોટી આકૃતિઓ દોરવાને માટે અતિશય મોટો કાગળ જોઇએ. તેથી **એવી મોટી વસ્તુઓની આકૃતિઓ નાની કાઢવી પડે છે.** આ કારણોને લીધે વસ્તુની ખરેખરી લંબાઈ અને આકૃતિની લંબાઈની વચ્ચે **પ્રમાણનો** સંબંધ ગોઠવવામાં આવે છે. આ કારણને લીધે નકશામાં જે સ્કેલ આપ્યાં હોય છે તે ઉપરથી કુદરતી વસ્તુઓની લંબાઈ અને નકશાની લંબાઇનો સંબંધ નીકળી શકે છે.

અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક—ઉપલી આકૃતિમાં ડુંગર એક માઇલ ઉંચો હોય અને આકૃતિની ઉંચાઈ એક ઇંચ હોય તો આકૃતિની ઉંચાઇને અંશ તરીકે અને ડુંગરની ઉંચાઇને (તેના ઇંચ

કરીને) છેદ તરીકે મૂકવાથી જે અપૂર્ણાંક થાય તે **અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક** કહેવાય છે. જેમકે ઉપલા દૃષ્ટાંતમાં $\frac{૧}{૫૨૮૦} \times \frac{૧}{૧૨} = \frac{૧}{૬૩૩૬૦}$ એ અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે. એજ પ્રમાણે જો ૨ ઈંચ ૩ માઇલ બતાવે તો $\frac{૨}{૫૨૮૦ \times ૩ \times ૧૨} = \frac{૧}{૯૫૦૪૦}$ એ ૨ ઇંચ ૩ માઇલનું અંતર પ્રમાણ દર્શક અપૂર્ણાંક છે; અથવા એ પ્રમાણ ૨" : ૩ માઇલ (કે ૩ મા. : ૨") લખાય છે.

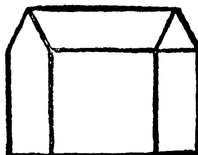
પ્રશ્નો.

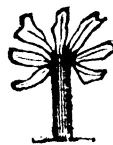
નોટ—પહેલા બે પ્રશ્નોમાં ન ક્શાના દશક લગીનાં અંતરો કહેવાં.

૧. નકશામાં આપેલા સ્કેલ ઉપરથી મુંબઇ ઇલાકાના નકશામાં મુંબઈ અને પુના, અમદાવાદ અને મદ્રાસ, સુરત અને કરાંચીનાં અંતર કાઢો.

૨. હિંદુસ્થાનના નકશામાં મુંબઇ અને કાશી, કલકત્તા અને લાહોર, નાગપુર અને મદ્રાસ, અમદાવાદ અને દિલ્હીનાં અંતર કાઢો.

૩. પાસેનાં ચિત્રો જે પ્રમાણમાં કાઢયાં છે તેનું પ્રમાણ ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટ છે તો તેની ઉંચાઇઓ કાઢો.

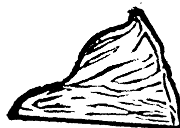






૪. પાસેના પર્વતની ઉંચાઈ કાઢો.

સ્કેલ ૧" = ૮૦૦૦ ફુટ.



૫. ૧ ઇંચે ૧ માઇલ આવે એવા સ્કેલથી ૩½ માઈલનું અંતર દોરો.

૬. ૧" = ૨ માઇલના પ્રમાણથી ૬ માઇલ લાંબો રસ્તો દોરો.

૭. બે ગામો ૪·૫ માઈલ દૂર છે તો ૧ સે. મી. = ૧ માઇલના પ્રમાણથી તેનું અંતર બતાવો.

૮. એક વાંસ ૩૦ ફુટ ઉભો દાટયો છે તો ૧ સે. મી. = ૩ ફુટના પ્રમાણમાં તેની આકૃતિ કાઢો.

૯. એક કિલ્લો ૧૨૦ ફુટ ઉંચો છે તો તેની ઉંચાઇ ·૩" = ૫ ફુટના સ્કેલમાં દોરો.

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં કાટખૂણો દોરવાની રીતની જરૂર પડે છે માટે તે રીત સમજ્યા પછી એ પ્રશ્નો છોડવા.

૧૦. ૧૦ ફુટ લાંબો ને ૫ ફુટ પહોળો લંબચોરસ દોરો.(સ્કેલ ૧"=૧૦').

૧૧. ૩૦૦ ફુટ લાંબા અને ૨૦૦ ફુટ પહોળા લંબચોરસ ખેતરની આકૃતિ કાઢો. (સ્કેલ ૧ સે. મી. = ૧૦૦ ફુટ.)

૧૨. ૨૫૬ ફુટ લાંબા અને ૧૯૨ ફુટ પહોળા લંબ ચોરસ બગીચાની આકૃતિ કાઢો. (અંતર પ્રમાણ ·૧"=૧૬ ફુટ.)

૧૩. નીચેની બાજુવાળા લંબચોરસોને ૬ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરોઃ- ૬, ૧૨; ૧૮, ૨૪; ૧૨, ૧૫ ઇંચો; ૨૪, ૩૦; ૩૩, ૪૮ સે. મી.

(નોટ—૬ : ૧ એટલે પ્રકૃતિના ૬ ઇંચ = આકૃતિનો ૧ ઇંચ.)

૧૪. નીચેની બાજુવાળા ચોરસો ૧૨ : ૧ ના પ્રમાણમાં દોરોઃ— ૧૨, ૧૮; ૩૦, ૩૬ ઇંચો; ૩૬, ૪૮; ૨૪, ૪૮ સે. મી.

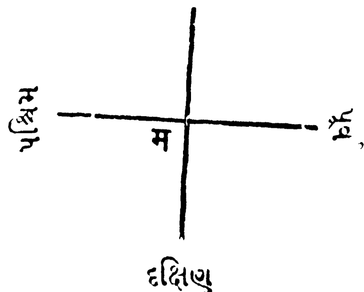
૧૫. એક લંબચોરસ કિલ્લાની અંદરની લંબાઇ અને પહોળાઈ અનુક્રમે ૩૧૦ અને ૧૭૦ ફુટ છે. અને કિલ્લાની ભીંતની જાડાઈ ૧૦ ફુટ બધી બાજુએ છે તો ભીંતની સાથે તેના તળીઆની આકૃતિ દોરો. (અંતર પ્રમાણ ૧"=૧૦૦ ફુટ.)

૧૬. ૨૦ ફુટ અને ૧૫ ફુટ લંબાઈ પહોળાઈ હોય એવા લંબચોરસ ઓરડાની આકૃતિ દોરો, તેના સામસામેના ખુણાનું અંતર માપી ખરેખરૂં અંતર કહો. (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૧૭. એક સીડી (अब) નો એક अ છેડો જમીન ઉપર છે અને બીજો ब છેડો એક ભીંત (कड) ઉપર છે. क ભીંતનો પાયો છે. कअ = ૩૦ ફુટ અને कब = ૪૦ ફુટ છે તો સીડી કેટલી લાંબી છે?

૧૮. ઉપલા ૧૭ મા પ્રશ્નમાં अक = ૧૫ ફુટ અને बक = ૩૬ ફુટ છે તો अब સીડીનું માપ કાઢો.

સૂચના. પાસે પ્રમાણે બબ્બે પાસે પાસેની મુખ્ય દિશાઓ વચ્ચે મ આગળ કાટખુણો હોય છે તે વિદ્યાર્થીને કહી નીચેના પ્રશ્નો છોડાવવા.



૧૯. એક કીડી ઉત્તરે ૪·૫" જાય છે અને પછી પૂર્વમાં ૧૦·૮" જાય તો પ્રથમ સ્થળેથી તે કેટલે દૂર ગઈ હશે ?

૨૦. अ પશ્ચિમમાં ૭·૫ સે. મી. જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૦·૦ સે. મી. જાય તો મૂળ જગ્યાએથી તેનું કેટલું અંતર થયું ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.

૨૧. એક લખોટાને દક્ષિણમાં ૧૩·૨" ફેંકયો અને ત્યાંથી પાછો પૂર્વમાં ૧૧·૦" ફેંકયો તો મૂળ જગ્યાએથી તે હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૨. એક માણસ अથી ઉત્તરે ૧૭ માઇલ અને ત્યાંથી પૂર્વે ૧૨ માઇલ જાય તો તે अથી કેટલે દૂર ગયો તે કહો.

૨૩. એક ખેપીઓ कથી દક્ષિણે ૨૩ માઈલ અને પછી પશ્ચિમમાં ૨૧ માઇલ જાય તો તે મૂળ જગ્યાએથી સીધું કેટલું ગયો ?

૨૪. अ, ब થી ૧૨ માઈલ પૂર્વે ગયો અને પછી ૧૮ માઈલ દક્ષિણે અને પાછો પૂર્વે ૧૨ માઇલ ગયો ત્યારે अ, ब થી હવે કેટલો દૂર છે ?

૨૫. अ, ब ની દક્ષિણે ૧૭ માઈલ છે; क, ब ની પૂર્વે ૧૧ માઇલ છે. ड, क ની ઉત્તરે ૯ માઇલ છે તો अ થી ड નું અંતર કહો.

૨૬. अ, ब ની પશ્ચિમે ૪ માઇલ છે; अ ની ઉત્તરે क ૯ માઇલ છે: અને क ની પૂર્વે ड ૧૧ માઇલ છે તો ब ड અંતરની લંબાઇ કહો.

૨૭. अ, ड ના વાયવ્યમાં ૧૨૫ માઇલ અને ड, क ના ઇશાનમાં ૧૭૫ માઈલ છે તો अ क અંતરની લંબાઇ કહો.

૨૮. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ ૧૨ માઈલ છેટે છે અને એક વહાણ એકથી ઇશાનમાં અને બીજાથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

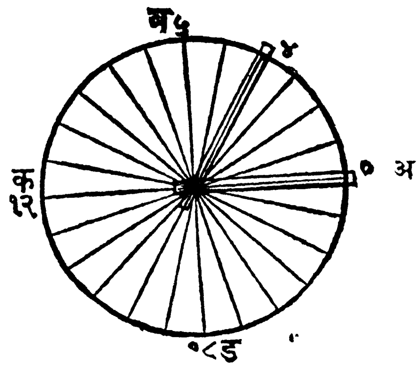
૨૯. દમણથી મહાલક્ષ્મી અગ્નિ ખુણામાં છે અને દેહેણુંથી ૨૭ માઇલ દૂર પૂર્વમાં છે તો દમણથી દેહેણું કેટલું ? અને દમણથી મહાલક્ષ્મી કેટલું ?

નોટ, દમણ–દેહેણું ઉત્તર દક્ષિણ છે.

૩૦. अ, ब બે સ્થળો ઉત્તર દક્ષિણ છે. क, अ થી અગ્નિમાં અને ब થી ઇશાનમાં છે. જો अ क + ब क ૩૦૦ ફુટ હોય તો अ क કેટલું ?

§ ૩. ખુણો.

(क). ખુણો કેવી રીતે બને છે?



પાસે પ્રમાણેની એક આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢો; અથવા મોટા કાગળ ઉપર કાઢી તેને પાટીઆ ઉપર ટાંકણીઓ મારી સજ્જડ કરો. કાગળની બે પાતળી પટીઓ કાપી તેના એકેક છેડામાં છિદ્ર પાડી તેમાં ટાંકણી મારી આકૃતિના મધ્ય બિંદુમાં બરાબર બેસાડો. આ પ્રમાણે બે પટીઓને કંપાસના હાથ ગણી લઇ એક પટી સ્થિર રાખી (આડી પટી) બીજી પટીને ઉપરથી ધીમે ધીમે ફેરવો. જે જગ્યાએ ટાંકણી મારી છે તે જગ્યાએ બન્ને પટીઓની વચ્ચે **ગાળો** પડશે. આ ગાળો વિદ્યાર્થીઓને બતાવી પૂછવું કે આ બે પટીની વચ્ચે શું થયું ? ગાળો. આ ગાળાને **ખુણો** કહે છે. આ પ્રમાણે **બે લીટી* અથવા બે બાજુની વચ્ચે જે ગાળો થાય છે તેને ખુણો** કહે છે. પાસેની ઘણી વસ્તુઓ બતાવી કહેવું કે બે ભીંતની વચ્ચે, ટેબલની કોરો વચ્ચે, પાટીઆની કોરો વચ્ચે, ચોપડીની કોરો વચ્ચે, **ખુણા** થાય છે. પછી બે પટીઓની વચ્ચે કેટલો ગાળો થયો છે તે બતાવી યાદ રખાવવું; અને ઉપલી પટી ઉપરથીજ ફેરવીને પહેલા ગાળાના કરતાં હવે બેવડો ગાળો કરી પૂછવું, કે પહેલાં કરતાં હવે ગાળો મોટો થયો છે ? પહેલાં પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી (કેટલા અંશમાંથી) ફર્યો હતો ? હવે તે કેટલો ફર્યો છે ? પહેલાં કરતાં હવે એ ગાળો કેવડો થયો છે ? વિદ્યાર્થીઓ "બેવડો" એમ જવાબ આપશે. જવાબ ખરો મળે ત્યાં સુધી ઘણી રીતે પ્રશ્નો કર્યાજ કરવા.

---

* "લીટી" એટલે સીધી લીટી એવો અર્થ આ પુસ્તકમાં લીધો છે.

આ પ્રમાણે ઉપલી પટીને ધીમે ધીમે ઉપરથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવતા જવું **અને** પૂછવું કે આ ***સાંકડા ખુણા** (ઉન કાટખુણ) કરતાં આ ન્યૂનતાપૂરક [દ્વિકાટખુણપૂર્ણી] ખુણો મોટો કે નાનો છે? મોટો. આ ખુણો જે મોટો છે તે જેમ જેમ પટી ઉપર ફેરવીએ છીએ તેમ તેમ શું થાય છે? નાનો. આ (ઉન કાટખુણ) મૂળ ખુણો શું થાય છે? મોટો. પટીને વધારે ફેરવવી અને કાટખુણો [૦ થી ૬] થાય ત્યાં સુધી ઉપલી પટી લઈ જવી. પછી પૂછવું કે [મૂળ ખુણો] આ ખુણો અને [ન્યૂનતાપૂરક] આ ખુણા વચ્ચે શું ફેર છે? "કાંઈ નહિ; બન્ને સરખા છે." પછી બતાવીને કહેવું કે **આ ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે.** કાટખુણાનાં બીજાં અનેક ઉદાહરણો વિદ્યાર્થીને બતાવવાં અને તેઓને પૂછી કઢાવવાં.

પછી પટીને પાછી ડાબા હાથ તરફ સહેજ સેરવવી. આ પ્રમાણે થતો ખુણો કાટખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે? મોટો. એનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો (દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી) નાનો કે મોટો થાય છે? નાનો. પટીનો છેડો છેક क સુધી લઈ જવો. અને એ પ્રમાણે પૂછવું; અને મૂળ ખુણા અને દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી વચ્ચેનો તફાવત કઢાવતા જવું. क આગળ પટીનો છેડો આવે ત્યારે પૂછવું કે આ ખુણો (મૂળ ખુણો) કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો છે? ब આગળ છેડો હતો ત્યાંના કરતાં હવે કેટલો મોટો એ ખુણો છે? હવે કેટલા કાટખુણા થયા? વગેરે.

ग

क અ

કાટખુણો.

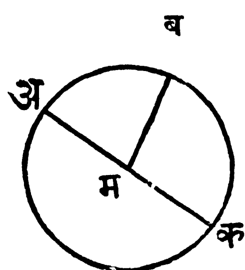
એક કાટખુણો ફરતી વેળા પટીનો છેડો વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી ફર્યો? ચોથા. કેટલો ભાગ ફરવાથી બે કાટખુણા થાય? અર્ધો. કેટલો ભાગ ફરવાથી અર્ધો કાટખુણો થાય? આઠમો. વગેરે,......

સૂચના—અગાઉનો ભાગ શીખવ્યા પહેલાં વર્તુળ, મધ્યબિંદુ, પરિધ, વગેરે શબ્દોની માહિતી વિદ્યાર્થીને કરાવવી. એ શબ્દોની

---

* સમજુતિમાં આ અને એવા બીજા શબ્દ શિક્ષકને માટેજ છે.

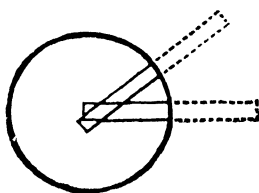
વ્યાખ્યા મ્હોડે કરાવવાની જરૂર નથી, પરંતુ શરૂઆતમાં તેના અર્થ બરાબર સમજે અને તેનો ઉપયોગ બરાબર કરે તો બસ છે.



વ્યાખ્યા—જો કોઈ આકૃતિની એક એવી વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઈ પણ સીધી લીટીનું અંતર લઇએ તો તે અંતર હંમેશાં એકનું એકજ રહે તો તે આકૃતિ **વર્તુળ** છે. આવી વક્ર લીટી તે **પરિધ** કે **પરિધિ** છે.

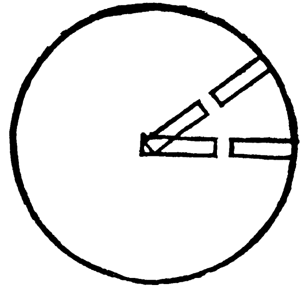
વ્યાખ્યા—વર્તુળમાં જે (म) મુકરર બિંદુથી પરિધ સુધી સરખી લીટી દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું **મધ્ય બિંદુ** કહે છે. અને આ સરખી લીટીઓ **ત્રિજ્યા** કહેવાય છે. પરિધના કોઇ પણ ભાગને **કૌંસ** કે **ચાપ** કહે છે. વર્તુળમાં પરિધ સુધી બંને બાજુ મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી **વ્યાસ** છે.

(ख). ખુણાઓનું મહત્ત્વ.

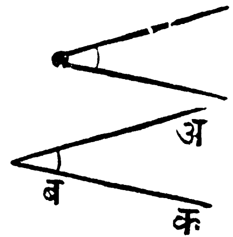


પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બે પટીઓની વચ્ચે અર્ધો કાટખુણો થાય તેમ પટીઓ ગોઠવો. ત્યાર પછી એ પટીઓની સાથે બીજી એવડીજ પટીઓ બાંધી દરેક પટી **એવડી** કરો. પછી પૂછો કે પટીઓને શું કીધું? આ ખુણો પહેલાંના કરતાં બેવડો થયો છે? પહેલાં કેવડો ખુણો હતો? ઉપલી પટીને ફેરવતાં વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પહેલી વખતે રોકાયો હતો? આઠમો ભાગ. હવે પટી બેવડી કીધા પછી વર્તુળનો કેટલામો ભાગ પટી ફરી છે? આઠમો ભાગ. આ ઉપરથી પટીઓ બેવડી કીધાથી પહેલી વખતના ખુણામાં કાંઇ ફેર પડયો છે? **ખુણો મોટો કરવાને પટીઓને લાંબી કીધી હોય તો તે મોટો થઈ શકે ખરો?**

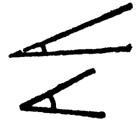
નહિ. તો મોટો કરવાને માટે શું કરવું જોઇએ ? ઉપલી પટીને ઉપ-રથી ડાબા હાથ તરફ ફેરવવી જોઇએ.



પાસે પ્રમાણે બીજો વર્તુળ કાઢી પટીઓ ગોઠવી, બન્ને પટીઓને હવે અર્ધી કરો. અને પૂછો કે પટીઓનું શું કીધું ? પહેલાં એ પટીઓની વચ્ચે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ રોકાયો હતો ? પટીઓ અર્ધી કરવાથી હવે કેટલો રોકાયો છે ? પટી ટુંકી કરવાથી ખુણો નાનો થયો છે ? નહિ. તો **ખુણો નાનો કરવાને આપણે શું કરવું જોઇએ ? પટીને નીચેથી ફેરવવી જોઇએ.** ત્યારે પટીઓ નાની કરવાથી ખુણો નાનો થઈ શકે ખરો ? નહિ.

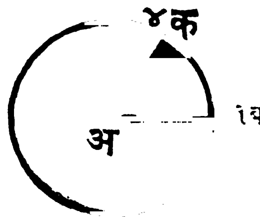


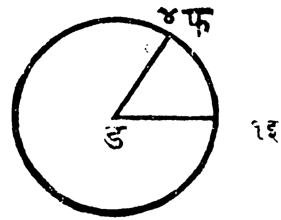
ગમે તે કોઈ સરખા પણ નાના મોટા હાથવાળા બે ખુણા પાટીઆ ઉપર કાઢો. આ બેમાં મોટો કયો છે ? મોટા હાથવાળો ખુણો મોટો છે એવો જવાબ મળશે; પછી ડીવાઇડર્ઝ લઇ તેનું માથું ખુણા ઉપર મુકી બન્ને હાથ એક ખુણાના હાથ ઉપર આવે તેમ પહોળું કરો; પછી ડીવાઈડર્ઝને તેમનું તેમજ ઉંચકી બીજા ખુણા ઉપર માથું બરાબર મુકી હાથો ખુણાના હાથ ઉપર ગોઠવો. અને પૂછો કે પહેલી વખત ખુણાના જેટલું ડીવાઈડર્ઝને પહોળું કીધું હતું ? પછી ડીવા-ઈડર્ઝને સાંકળું અથવા પહોળું કીધું ? ડીવાઈડર્ઝને તેમને તેમજ બીજા ખુણા ઉપર મૂક્યું કે પહોળું કરીને મૂક્યું ? છોકરાઓ પાસે પણ ડીવાઇડર્ઝના ખુણા સાથે ખુણાઓનાં માપ સરખાવાવી જોવાં. અથવા વર્તુળના મધ્ય બિંદુ સાથે ડીવાઈડર્ઝના માથાને રાખી વર્તુળ-નો કેટલામો ભાગ પહેલા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે, અને બીજા ખુણા સાથે માપ્યા પછી તે રોકે છે તે પ્રત્યક્ષ બતાવવું. અને પૂછવું કે આ બન્ને ખુણા વચ્ચે કાંઇ ફેર છે ? નહિ.



પાસે પ્રમાણેના બે ખુણા પાટીઆ ઉપર દોરો. મોટા ખુણાના હાથ કરતાં નાના ખુણાના હાથ મોટા કરો. ઉપર પ્રમાણેના સવાલ જવાબ કરી, ડીવાઇડર્ઝથી સરખાવી, અથવા ડીવાઇડર્ઝની મદદથી વર્તુળના ભાગ સાથે સરખાવી બે ખુણામાંથી મોટો કયો છે તે પૂછો; નાના હાથવાળો મોટો છે ? " હા "

આ પ્રયોગો પરથી ખુણાઓના નાનામોટાપણાનો આધાર શા ઉપર રહે ? હાથો લંબાવ્યાથી ખુણો મોટો થાય છે ? ટુંકા કર્યાથી નાનો થાય છે ?

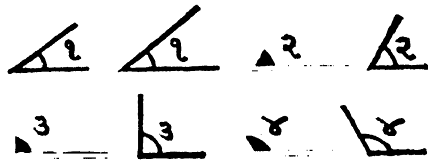




વર્તુળમાં अ क ને ફેરવી ब अ क ખુણો પરિધના ૧થી ૪ ભાગ રોકે એવડો બનાવો. બીજા વર્તુળમાં ड इ ઉપર ड फ ને કેટલી ફેરવીએ તો ब अ क ના જેવડો ખુણો થાય ? ૧ થી ૪. બે ખુણાઓ સરખા હોય તો આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે ? વિદ્યાર્થી પાસે નિયમ કઢાવવો. ન નીકળે તો ફરીથી સમજાવવું.

"જે બે ખુણાઓના હાથો વર્તુળના સરખા ભાગમાંથી (સરખા અંશમાંથી) ફરે છે તે ખુણા સરખા છે" એમ કહો.

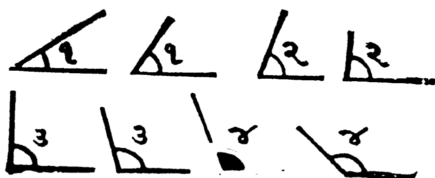
(ग). ખુણાઓની સમાનતા કે અસમાનતા બતાવવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે સરખા ખુણાઓની ચાર જોડ લો. ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર અને ૪ ને ૪ ઉપર શિરોબિંદુ શિરોબિંદુ

ઉપર આવે ને ખુણાના હાથો એક બીજા ઉપર આવે તેમ મૂકો. પૂછો કે આ ખુણો આ ખુણા પર મળી જાય છે? **બરાબર** મળી જાય છે? એકનો આ હાથ બીજાના આ હાથ પર **બરાબર** આવેલો છે? બીજા હાથો પણ મળી જાય છે? **માટે આ ખુણાઓ સરખા છે.**

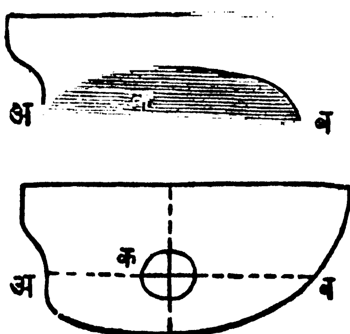
પાસે પ્રમાણેના અસમાન ખુણાઓની ચાર જોડ લો. શિરોબિંદુઓ બરાબર મળી જાય અને એકેક હાથ બરાબર મળી જાય તેમ ૧ ને ૧ ઉપર, ૨ ને ૨ ઉપર, ૩ ને ૩ ઉપર, ને ૪ ને ૪ ઉપર ગોઠવો. આ ખુણાના બીજા હાથ કયાં પડે છે? એ હાથ અંદર પડે છે કે બહાર? અંદર. આ ખુણાઓ સરખા છે? નાના કયા છે? મોટા કયા છે? નાના ખુણાનો ઉપલો હાથ અંદર કે બહાર પડે છે? વગેરે.

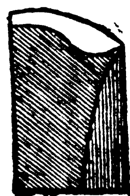


આ ઉપરથી ઠસાવો કે ખુણાઓનું નાનામ્હોટાપણું ખુણા જે બાજુ—લીટીઓની વચ્ચે થાય છે તેની લંબાઇ ઉપર આધાર રાખતું નથી; પણ તે હાથો વધારે કે ઓછું ફરે તેના ઉપર આધાર રાખે છે. ખુણાઓના હાથની વચ્ચે વધારે ઓછી જગ્યા હોય તો ખુણો મોટો નાનો થાય ખરો? નહિ. આ નિયમો બરાબર ઠસાવ્યા પછી આગળ ચાલવું.

(ઘ). કાટખુણો.

કોઈ પણ કાગળનો કટકો લો. તેની વચ્ચે એક આડો અ બ સળ વાળો; અને ફરીથી એ સળની કોર બરાબર એક ભાગ બીજા પર મળી જાય તેમ વચ્ચે બીજો સળ

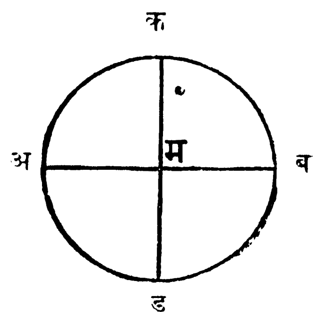




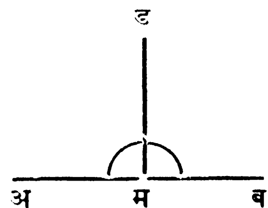
વાળો. આ પ્રમાણે બે સળની વચ્ચેનો ખુણો (क) બતાવી પૂછો કે પહેલાં જે **કાટખુણો** બતાવ્યો હતો તેની બરાબર આ ખુણો છે?

એક સળ ઉખેડો અને બે કાટખુણા બતાવો; બીજો **સળ** ઉખેડી ચાર કાટખુણા બતાવો. સામાન્ય વસ્તુઓના દાખલા—પાનાં, ટેબલ, પાટલી, સ્લેટ,—લઇ "કાટખુણા" નો વિચાર બરાબર ઠસાવો. બીજા નાના મોટા ખુણા લઈ એક કાટખુણા સાથે સરખાવો અને એ પ્રમાણે કાટખુણા કરતાં નાના અને મોટા ખુણાઓ પણ ઠસાવો. કંપાસ ઉઘાડાવી જુઓ કે વિદ્યાર્થી કાટખુણો કરી શકે છે કે નહિ.

એક વર્તુળ કાઢી ઉપલો પ્રયોગ ફરી કરો. વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા થાય છે? अ ब સળની ઉપલી બાજુએ કેટલા ખુણા છે? આ ખુણા સરખા છે? अ ब સળ ઉપર म क સળ કેવી રીતે પડે છે? તેની આજુબાજુના ખુણા બરાબર છે? આ ઉપરથી કાટખુણાની વ્યાખ્યા કઢાવવી.

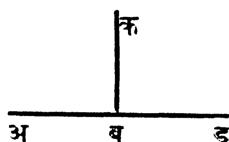


વ્યાખ્યા—જો એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે અને બન્ને બાજુના ખુણા સરખા થાય તો તે દરેક **કાટખુણો** કહેવાય છે. અથવા ખુણાઓના હાથોની વચ્ચે વર્તુળનો ચોથો ભાગ રોકાય તો તે ખુણો **કાટખુણો** છે; એટલે હાથો વર્તુળના ચોથા ભાગમાંથી ફરે છે.



ચાર પાંચ કાટખુણા સળ પાડી બનાવો. એકને બીજાની ઉપર બરાબર ગોઠવો. આ ખુણાઓ બરાબર ગોઠવ્યા છે? એક બીજાના હાથો બરાબર મળી ગયા? ખુણાઓ બરાબર મળી ગયા છે? આ ઉપરથી ઠસાવો કે **સઘળા કાટખુણાઓ બરાબર છે.**

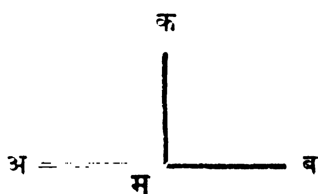
વ્યાખ્યા. એક લીટીથી બીજી લીટી સાથે કાટખુણો થાય તો તે બે લીટીઓમાંની એક બીજીને **લંબ** છે એમ કહેવાય છે. આકૃતિમાં अ ब, ब क ને લંબ છે; અને ब क, ब अ ને લંબ છે.



(ड). લંબ દોરવાની રીત.

૧ લી રીત. કાગળનો એક કકડો લો. એ કકડામાં એક સળ વાળો. આ સળની કોરો એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ ફરીને સળ વાળો. કાગળ ઉકેલી જુઓ. બીજા સળથી પહેલા સળ ઉપર કેવડો ખૂણો થાય છે? **કાટખુણો.** આ ઉપરથી કાગળમાં સળ પાડી એક લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે શું કરવું જોઇએ? સળ કેવી રીતે પાડવો જોઇએ?

૨ જી રીત. ઉપલી રીતથી, આપેલી લીટીની બહાર બિંદુ આપ્યું હોય, તો લંબ કેવી રીતે દોરી શકાય? આપેલી લીટી ઉપર કાગળને બેવડ વાળો. આપેલા બિંદુમાંથી ટાંકણીથી અથવા કંપાસના અગ્ર બિંદુથી છિદ્ર પાડો. આ બે બિંદુની વચ્ચે સળ વાળો. કાગળને આ સળની ઉપર ફરીથી બેવડ વાળો. કોરો બરાબર મળી જાય છે? દરેક ખુણો કેવડો? કાટખુણો. કાગળ ઉકેલી જુઓ આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી ઉપર લંબ દોરવા માટે કયી રીત છે?



૩ જી રીત. अ ब આપેલી લીટી છે. क આપેલું બિંદુ છે. કાગળમાં એવો સળ વાળો કે अ ब નો એક બાજુ ઉપરનો म अ ભાગ બીજી બાજુ ઉપરના म ब ભાગ ઉપર બરાબર મળી રહે; અને ઉભો સળ क માંથી જાય. સળોની કોરો બરાબર મળી જાય છે? આ દરેક ખુણો કેવડો? કાટખુણો. क માંથી લંબ દોરવાને કયી રીત કામ લાગે છે?

પ્રશ્નો.

૧. તમારા ડીવાઇડર્ઝના હાથ પહોળા કરી કાટખુણો કરો.

૨. તમારા સેટસ્કવેરોના સૌથી મોટા ખુણા કેવા છે ?

૩. તમારી ચોપડીનાં પાનાંના ખુણાઓ કેવા છે ?

નોટ—નીચેના પ્રશ્નોમાં ઘડીઆળમાં એક કાંટો ચાલે તો બીજો ચાલતો નથી એમ સમજવું. કાગળનું ઘડીઆળ પટીના કાંટાવાળું અને એકથી બાર અંક સુધીનું હોય તો સારૂં. નહિ તો તે બનાવવું.

૪. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૩ ઉપર આણો તો બે કાંટાની વચ્ચેનો ખુણો કાટખુણા કરતાં નાનો કે મોટો છે ?

૫. બે કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો બાર ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ?

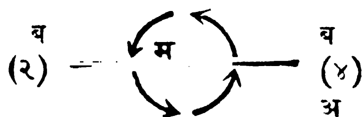
૬. બન્ને કાંટા ૩ ઉપર છે. એક કાંટો ૯ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૭. બન્ને કાંટા ૬ ઉપર છે. એક કાંટો ૧૨ ઉપર લઇએ તો બે કાંટા વચ્ચેનો ખુણો કેવડો થયો ?

૮. બન્ને કાંટા ૫ ઉપર છે. એક કાંટો ૨ ઉપર લો, તો બન્નેની વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ? બીજાને હવે ૮ ઉપર લઇએ તો બન્ને કાંટા વચ્ચે કેવડો ખુણો થશે ?

(च). કોઈ પણ બિંદુની આસપાસ થતા ખુણાનો સરવાળો.

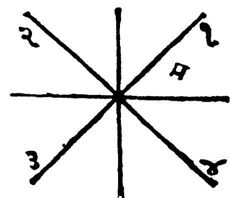
પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म अ પટી ઉપર म ब પટી મુકો. એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થાય છે ? બન્ને પટી કેવી રીતે મુકેલી છે ? પછી म अ ને સ્થિર રાખી म ब ને ब (૧) સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો.



હવે બે પટીઓ કેમ આવી છે ? એની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો છે ?

કાટખુણો. એ વખને કેટલા કાટખુણા થયા છે? **એક કાટખુણો.** પછી મ અ ને એજ સ્થિતિમાં રાખી મ બ ને બ (૨) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. હવે મ બ (૧) અને મ બ (૨) ની વચ્ચે કેવો ખુણો થયો? એ કેટલા કાટખુણા છે? મ અ અને મ બ (૨) ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા? **બે કાટખુણા.** મ બ ને ફરીથી આગળ મ બ (૩) ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. મ બ (૨) અને મ બ (૩) ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એ કેટલા કાટખુણા છે? હવે મ અ અને મ બ (૩) ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા છે? **ત્રણ કાટખુણા.** મ બ ને બ ફરીથી બ (૪) ની એટલે અ ની સ્થિતિમાં આવે તેમ ફેરવો. મ બ (૩) અને મ બ (૪) ની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? મ અ ને મ બ (૨) વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો? એ ખુણો કેવો છે? ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં (દિશા બતાવી) જતાં મ અ અને મ બ ની વચ્ચે કેટલા કાટખુણા થયા? **ચાર કાટખુણા.**

વળી કાગળમાં કાટખુણો થાય તેમ સળો વાળી કાગળ ઉકેલી બતાવો કે સળોના *છેદનબિંદુની આજુબાજુ કેટલા ખુણા થયા? એ ખુણા કેવા છે? કેટલા કાટખુણા છે?



વળી પાસે પ્રમાણે બે લીટી કાટખુણે દોરો. છેદનબિંદુ (મ) આગળ કેટલા કાટખુણા છે? મ ૧ દોરો. એ ચાર કાટખુણામાંથી કોઇ ભાગ ઘટયો છે? કોઇ વધ્યો છે? મ ૨, મ ૩, મ ૪, વગેરે દોરી એ નિયમ ઠસાવો.

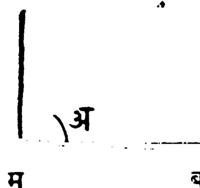
આ પ્રમાણે એક બિંદુની આસપાસ એક લીટી ફરતી ફરતી ઉપરથી નીચે આવી તેજ સ્થિતિમાં પાછી આવે તો કેટલા કાટખુણા થાય છે? એ લીટી કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે છે? **ચાર કાટખુણા.**

એક બિંદુ આગળ ગમે તેટલી જુદી જુદી લીટીઓ દોરીએ તો તે લીટીઓની વચ્ચેના ખુણાનો સરવાળો શું થાય છે?

---

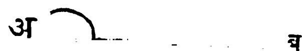
* બે લીટી (સીધી કે વાંકી) જે બિંદુમાં છેદે કે મળે તે છેદનબિંદુ છે.

આ નિયમ દેખાડ્યા પછી નીચેની **વ્યાખ્યાઓ** પાકી કરાવવી.

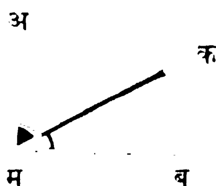


વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને **ઉનકાટખુણ** (ઉન = ઓછો, કાટખુણાથી ઓછો) કે **સાંકડો** ખુણો કહે છે.
∠अ કે ∠बमक सांકડો ખુણો છે.

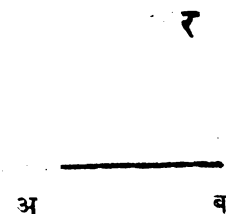
વ્યાખ્યા—એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો ખુણો હોય તેને **અતિકાટખુણ** (અતિ = મોટો, કાટખુણાથી મોટો) કે **પહોળો** ખુણો કહે છે.
∠बअल પહોળો ખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **એક કાટખુણ પૂર્ણી યા કોટિખુણો** કહે છે.
∠बमक, કે ∠कमअ કોટિખુણો છે.



વ્યાખ્યા—બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને **દ્વિકાણખુણ પૂર્ણી** કે **ન્યૂનતાપૂરક** ખુણો કહે છે.
∠बअर, કે ∠कअर ન્યૂનતાપૂરક છે. क

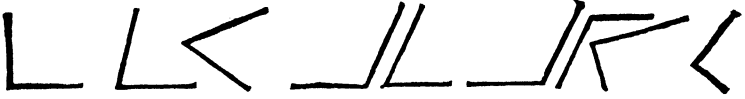


વ્યાખ્યા—કોઈ પણ સીધી લીટીની અંદરના કોઈ બિંદુ આગળ તે લીટીની એકજ બાજુએ જે ખુણો હોય છે તે **દ્વિકાટખુણ** છે.

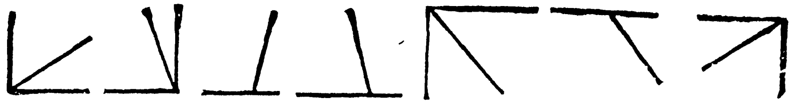


પ્રશ્નો.

૯. નીચેના ખુણાઓમાં સાંકડો ખૂણો કયો ? પહોળો ખૂણો કયો ? અને કાટખૂણો કયો ?



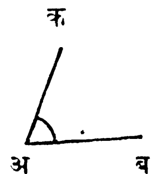
૧૦. નીચેના ખૂણાઓમાં કોટિખુણા કયા ? અને ન્યૂનતાપૂરક કયા ?



૧૧. ઉપર પ્રમાણે દશ ખુણાઓ કાઢી પ્રશ્ન ૯ અને ૧૦ પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછી ખુણાઓનો પ્રકાર બરાબર ઠસાવો.

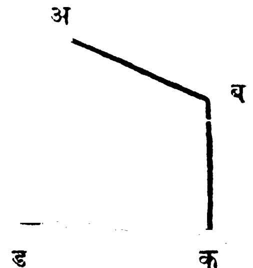
(છ). ખુણા ઓળખવાની રીત.

બે લીટીઓ દોરી એક ખુણો બનાવો. અને પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે અક્ષરો મૂકો. જે બે લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થાય છે તેને તે ખુણાની **શાખા લીટી** કે **હાથ** કહે છે.



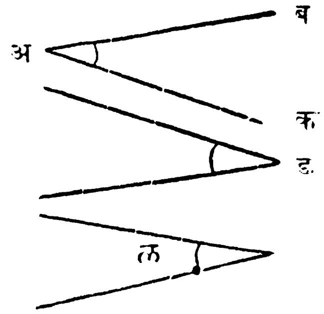
अब, अक ખુણાના હાથ છે. એ શાખા લીટીઓ જ્યાં મળે છે તે બિંદુને ખુણાનું **શિરોબિંદુ** કે **કોણબિંદુ** કહે છે. ઉપલી આકૃતિમાં अ બિંદુ શિરોબિંદુ છે. ખુણાનું નામ આપવા માટે આપણે ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર વચ્ચે મૂકી તેની આજુબાજુ શાખા લીટી આગળના બીજા અક્ષરો મૂકીએ છીએ; જેમકે ઉપલો ખુણો बअक, અથવા कअब કહેવાય છે.

વળી કોઇ પણ આકૃતિને અક્ષરથી ઓળખવા માટે કોઈ પણ ખુણાના શિરોબિંદુ આગળનો અક્ષર લઈ ત્યાંથી અનુક્રમે આવતા અક્ષરો (ઉપરથી કે નીચેથી) સાથે લઇ બોલવાનો (મૂળ અક્ષર આવે ત્યાં સુધી, પણ તે અક્ષર નહિ.)



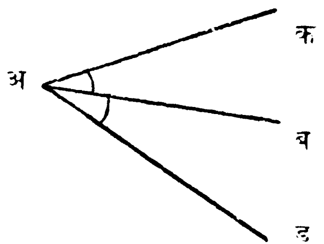
રિવાજ છે. ઉપલી આકૃતિ अबकड, बकडअ વગેરે, અથવા अडकब, डकबअ, વગેરે બોલાય છે. સામાન્ય રીતે જે અક્ષરો વપરાયા હોય તેમાંના પહેલા (મૂળાક્ષરના) અક્ષરથી શરૂ કરવાનો રિવાજ છે. જેમકે ઉપલી આકૃતિ अबकड બોલાય છે.

ખુણાઓને ઓળખવા માટે ઉપર સિવાયની બીજી રીતો પણ છે. જેમકે પાસેનો ખુણો बअकથી ઓળખાય એટલુંજ નહિ, પરંતુ કોઇ વખતે ખુણાની શાખા લીટીના બહારના છેડા ઉપર અક્ષર ન લખી ખુણા આગળજ અંદરથી કે બહારથી એક અક્ષર મૂકાય છે; જેમકે बअक ખુણો ड અથવા ખુણો लથી પણ ઓળખાય છે.



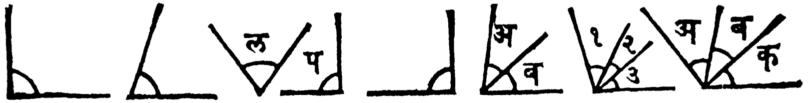
સંજ્ઞા (ટુંકી રીત). "**ખુણો**" શબ્દને માટે ∠ આવું ચિહ્ન ખુણાની અગાઉ મુકવાનો રિવાજ છે. જેમકે ∠ बअक એટલે ખુણો बअक; ∠ ड = ખુણો ड; ∠ल = ખુણો ल.

વ્યાખ્યા—પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે બે ખુણાઓની વચ્ચે એકજ શાખા લીટી હોય અને એકજ બિંદુમાં તે ખુણાઓ મળતા હોય તો એ ખુણાઓને **પાસે પાસેના** ખુણા કહે છે. ∠कअब, ∠ बअड પાસે પાસેના ખુણા છે.



૨ अड ની ઉપર अ સ્થિર રાખી अक ને ફેરવો. अक માં તે આવે ત્યારે અટકો. કયો ખુણો થયો? डअक. પછી ફરીથી अड થી લઈ अब ની સ્થિતિમાં અટકો. કયો ખુણો થયો? डअब; અને अब ને હજુ આગળ લઈ अक આગળ અટકો. કયો ખુણો થયો? बअक. डअब અને बअक ખુણાને ભેગા કરીએ તો કયો ખુણો થાય? डअक. આ ઉપરથી શું સમજો છો તે કહો.

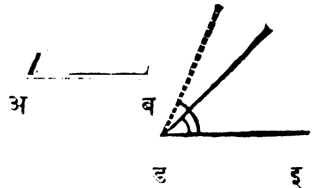
પ્રશ્ન.



૧૨. ઉપલી આકૃતિમાંના ખુણાઓને નામ આપો. ક્યા ક્યા ખુણા પાસે પાસેના ખુણા છે? નામ આપી તે ખુણાઓ કહો.

(ज) ખુણાઓની સરખામણી.

બે ખુણામાં કયો કોનાથી મોટો છે તે પારખવાની રીત.



પાસે પ્રમાણે बअक, इडफ બે ખુણાઓ લો. बअक ખુણા ઉપર તેલ વો કાગળ અથવા કોઇ પાતળો (ઉપરથી નીચેનો ખુણો દેખાય એવો) કાગળ મૂકો; અને નીચેના बअक ખુણાની નકલ પેન્સીલથી કાગળ ખસ્યા વિના કરો. એ કાગળને ઉંચકીને अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે તેમ ગોઠવો. अक, इफ ની બહાર પડે છે? इफ ઉપર डक'ને લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ? ત્યારે इडक' ખુણો નાનો કે મોટો થશે? ત્યારે इडक' ખુણો इडफના કરતાં નાનો કે મોટો છે? इडक' ખુણો, बअक ના કરતાં મોટો કે નાનો છે? કે બરાબર છે? ત્યારે बअक ખુણો, इडफ ખુણા કરતાં મોટો કે નાનો છે.

ब अ क ખુણાને નાનો દોરી એજ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરવા.

તેલીઆ કાગળ અથવા પાતળા કાગળ ઉપર આપેલા ખુણાની નકલ કરવી હોય તો બીજી *કોઇ રીતે તેવડો ખુણો બનાવી ઉપર પ્રમાણે પ્રયોગ કરવો.

પ્રશ્નો.

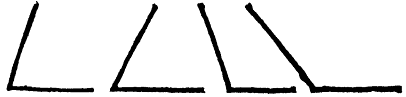
૧૩. તેલીઆ કાગળ ઉપર પાંચ ખુણાની નકલ કરી કાગળ ઉંચકી લઈ ફરીથી ખુણો ગોઠવી તપાસી જુઓ કે ખુણો બરાબર થયો છે કે નહિ.

---

*આપેલા ખુણાના જેવડો ખુણો નીચેની રીતે પણ બનાવી શકાય છે:—



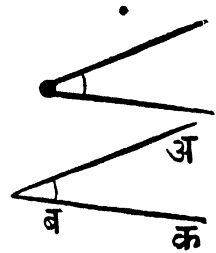
૧૪. પાસેના ખુણાઓની જોડામાં બબ્બે ખુણા સરખાવી કયો કોનાથી મોટો છે તે બતાવો.



૧૫. પાસેના ખૂણાઓની જોડામાં બબ્બે ખૂણા સરખાવી મોટો કયો અને નાનો કયો તે કહો.



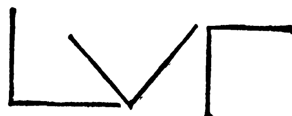
૧૬. પાસેના ખૂણાઓ સરખાવો.



(૧) अ ब क ખુણાની નીચે કાગળ મુકો. ઉપરથી, अ, ब, क માંથી ટાંકણીથી છિદ્રો પાડો. ખુણો ઉપાડી લઇ નીચેના કાગળમાં જ્યાં છિદ્રો પડયાં છે ત્યાં क' ब', ब' अ' સાંધો. તો क' ब' अ' ખુણો क ब अ ખુણાની ખરેખરી નકલ છે.

(૨) ब अ क ખુણો अ ब ને अ क ની ઉપર ફેરવીએ ત્યારે બને છે માટે अ ब ત્રિજ્યા વર્તુળના क ब ભાગમાંથીજ ફરી છે. માટે વર્તુળના क ब ભાગ જેટલાજ ભાગમાંથી ઉપલી લીટીને ફેરવીએ તો क अ ब ખુણા જેવડો ખુણો થશે. માટે अ क ના જેવડી ड प લીટી લો. અને ड બિંદુ મધ્યબિંદુ લઈ अ क ના જેવડી (ड प બરાબર) ત્રિજ્યા લઈ વર્તુળનું કૌંસ દોરો. અને क ब માપી લો. प મધ્યબિંદુ અને क ब ત્રિજ્યા લઈ બાજુું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ આગલા કૌંસને ल માં છેદે છે ड ल સાંધો. ખરૂં જોતાં આપણે ∠क अ बને न ઉંચકતાં તેના ત્રણે ભાગો (ત્રણ બાજુ) જુદી પણ તેવીજ સ્થિતિમાં મુકયા છે. માટે पडल ખુણો कअब ખુણા બરાબર છે.

નોટ. પાંચ દશ ખુણાઓ કાગળ ઉપર કઢાવી તેનાં જેવડા ખુણા વિદ્યાર્થીઓ પાસે કઢાવી પહેલી અને બીજી રીત ખાસ કરીને ઠસાવવી.



૧૭. પાસેના ખુણાઓમાં સૈાથી મોટો અને સૈાથી નાનેા કયેા ?

૧૮. હાથથીજ દશ કાટખૂણા કાઢેા. અને બબ્બેને સરખાવી જુઓ. કાંઇ ફેર લાગે છે કે નહિ ?

૧૯. હાથથીજ દશ સાંકડા ખૂણા કાઢેા.

૨૦. હાથથીજ દશ પહેાળા ખૂણા કાઢેા.

(ज्ञ) ખુણાના વિભાગ.

કાગળના કકડામાં સળેા વાળી એક કાટખુણેા બનાવેા. અને તે કાપી કાઢેા. કાટખુણાની શાખા લીટીઓ એક બીજા પર બરાબર મળી જાય તેમ સળ વાળેા. કાટખુણાના કેટલા સરખા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલેા કાટખુણેા છે ? અર્ધો બેવળ વાળેલા ભાગને ઉપર પ્રમાણેજ ફરીથી બેવળ વાળેા. હવે કાટખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે ? દરેક ભાગ કેટલેા કાટખુણેા છે ? ચતુર્થાંશ.

જે પ્રમાણે રૂપીઆના સેાળ ભાગ કરીએ તેા દરેક ભાગને આનેા કહીએ છીએ, તે પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કીધેલા છે અને તે દરેકને **અંશ** કહે છે. કેાણમાપક સાહિત્ય ઉપરના **અંશ** બતાવવા અને તેની સંખ્યા બરાબર સમજાવવી; પછી ખાત્રી કરવી કે એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ (અંશ) કરેલા છે.

એક લીટીને બીજી લીટીની આસપાસ વર્તુળના આકારમાં ફેરવવાથી ખુણેા થાય છે એમ આપણે ઉપર જોયું છે. એક આખા વર્તુળના ૩૬૦ (સરખા) ભાગ કરેલા છે; અને એ પ્રમાણે એક કાટખુણાના ૯૦ ભાગ કરેલા છે. આ ઉપરથી કેાઈ પણ ખુણેા માપવેા હેાય તેા તે વર્તુળના ૩૬૦ મા ભાગ પરથી મપાય છે.*

---

* પૃથ્વી સૂર્યની આસપાસ ૩૬૫ દિવસમાં ફરી રહે છે, એટલે એક વર્તુળ પુરેા કરે છે. આ ઉપરથી વર્તુળના એટલે ચાર કાટખુણાના ૩૬૦ ભાગ કીધેલા લાગે છે. ૩૬૫ ના કરતાં ૩૬૦ સંખ્યા વધારે સારી વિભાજ્ય છે. સામાન્ય રીતે મહિનાના દિવસ ૩૦ અને વરસના ૩૬૦ દિવસ છે

સંજ્ઞા–અંશ શબ્દને માટે (અંશના) આંકડાની ઉપર આવું ચિહ્ન (મીંડું) જમણી બાજુના ઉપલા ખુણા ઉપર મૂકવામાં આવે છે. જેમકે ૧૩° એટલે ૧૩ અંશ; ૪૦° એટલે ૪૦ અંશ. ૩૧૫° = ૩૧૫ અંશ વગેરે.

પ્રશ્નો.

૨૧. એક કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? અર્ધા કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૩ કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે? ૧/૪, ૧/૫, ૧/૬, ૧/૯, ૧/૧૦ ૧/૧૫, ૧/૩૦ કાટખૂણામાં કેટલા અંશ છે? ૨/૩, ૩/૫, ૪/૧૫, કાટખુણામાં કેટલા અંશ છે?

૨૨. ઘડીઆળમાં ૩ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૩. ઘડીઆળમાં ૫ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૪. ઘડીઆળમાં ૬ વાગે ત્યારે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

૨૫. ઘડીઆળમાં નીચે બતાવેલા વખતે બે કાંટા વચ્ચે કેટલા અંશ છે?

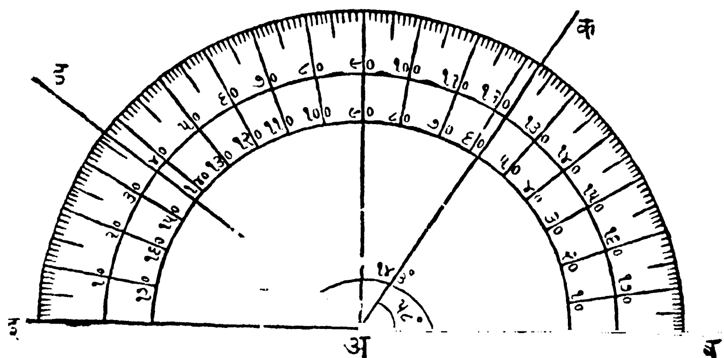
(૧) ૨·૦; (૨) ૪·૦; (૩) ૮·૦; (૪) ૯·૦;
(૫) ૧૧·૦; (૬) ૧૨·૦; (૭) ૧·૦; (૮); વગેરે.

૨૬. પાટીઆ ઉપર નીચેની દિશાઓ દોરી બન્ને દિશાઓ વચ્ચે કેટલા અંશ છે તે કહો:—

(૧) ઇશાન અને પૂર્વ; (૨) અગ્નિ અને દક્ષિણ; (૩) નૈઋત્ય અને પશ્ચિમ; (૪) વાયવ્ય અને દક્ષિણ; (૫) અગ્નિ અને ઉત્તર; (૬) ઇશાન અને પશ્ચિમ; (૭) ઉત્તર અને દક્ષિણ; (૮) પૂર્વ અને પશ્ચિમ.

(ज) ખુણા માપવાની રીત.

કોઈ પણ (ब अ क) ખુણો માપવાનો હોય તો નીચે પ્રમાણે તે માપી શકાય છે:—કોણમાપક (પ્રોટ્રેક્ટર) ને ब अ क ખુણા ઉપર એવી રીતે મૂકવું કે એ સાહિત્યની સીધી કોર अ ब સાથે ઉપરથી જોતાં બરાબર મળી જાય. અને તેની સાથેજ પ્રોટ્રેક્ટરનું મધ્યબિંદુ ખુણાના શિરોબિંદુ अની સાથે મળે. જુઓ કે આપેલા ખુણાની બીજી શાખા લીટી अ क પ્રોટ્રેક્ટરની નીચેથી ઉપરના કયા અંશમાંથી જાય છે. अ ब ના ૦ અંશથી લઇ અંશ ગણતાં अ क સુધીમાં કેટલા અંશ આવે છે? ૫૮. માટે ब अ क ખુણો ૫૮° નો છે.



ટીપ. આપેલો ખુણો માપવા માટે કોણ માપકની નીચે ખુણાની એક શાખા લીટી શાહિત્યની આડી કોર સાથે અને ખુણાનું શિરોબિંદુ સાહિત્યના મધ્યબિંદુ સાથે બરાબર મળી જાય છે. ત્યાર પછી બતાવવું કે ખુણાની બીજી શાખા લીટીથી થતો ખુણો સાહિત્યની જમણી બાજુએ કે ડાબી બાજુએ માપવો છે. ब अ क ખુણાની अ क પહેલી શાખા લીટી જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે; અને ब अ क ખુણાની બીજી શાખા લીટી अ ड પણ જમણી બાજુએ ખુણો કરે છે માટે अ क ઉપર આવેલા અને अ ड ઉપર આવેલા અંશના બબ્બે જુદા આંકડા પૈકી જમણી બાજુ ઉપરથી ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશના આંકડા ગણવા. પરંતુ इ अ ड ખુણો માપવો હોય તો इ अ સાથે अड थी થતો ખુણો ડાબા હાથ તરફ માપવો છે. માટે इ આગળના ૦ અંકથી શરૂ થતા અંશ ગણવા ∠इअड = ૩૭°નો છે.

સૂચના—પ્રોટ્રેક્ટરથી આપેલા ખુણા માપવામાં કયી વખતે જમણી બાજુના અને કયી વખતે ડાબી બાજુના અંશના અંકથી શરૂ કરવું જોઈએ, એ વિદ્યાર્થીના લક્ષમાં બરાબર ઠસાવવું જોઇએ.

પ્રશ્નો.

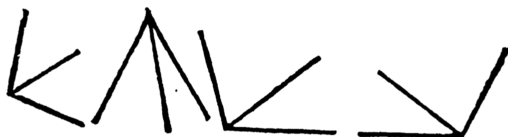
૨૭. તમારા સેટસ્કવેરના ખુણાઓના આકાર કાગળ ઉપર પાડી તે માપો.

૨૮. તમારૂં ડીવાઈડર્ઝ પહોળું કરો. તેના હાથની વચ્ચેના ખુણાના અંશ આશરે કહો. તેનો આકાર કાગળ ઉપર કાઢી તે ખુણો માપી જુઓ.

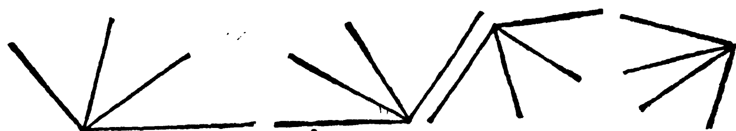
(અજમાયશથી અને માપથી કાઢેલા અંશોમાં ત્રણેક અંશનો ફેર ચાલશે.)

૨૯. પાંચ ખુણાઓ દોરો. એ ખુણાઓ માપો અને તે કેટલા કેટલા અંશના છે તે કહો.

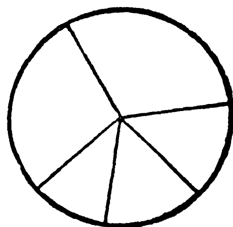
૩૦. નીચે આપેલા ખુણાને પહેલાં આખા માપો; પછી દરેક જોડના પેટા ખુણાઓ જુદા જુદા માપો; પછી સરવાળો કરી આખા ખુણાના જેટલા અંશ એકંદર થાય છે કે નહિ તે જુઓ.



૩૧. પ્રશ્ન ૩૦ પ્રમાણેજ નીચેના ખુણાઓ માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

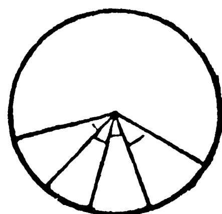


૩૨. એક વર્તુળ દોરો. પરિઘ ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુ લઈ તેને મધ્ય બિંદુ સાથે સાંધો; પછી મધ્યબિંદુ આગળ થતા પાંચ ખુણાઓ માપી સરવાળો કરો. આ પ્રમાણે વર્તુળમાં મધ્યબિંદુ આગળ કેટલા કાટખુણા છે?

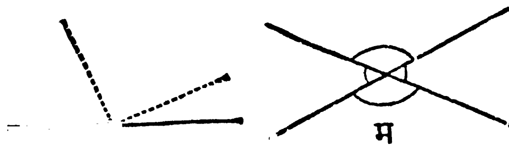


૩૩. પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણે વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ૬, ૭, ૮, ૯, ૧૦, વગેરે બિંદુઓ લો. અને પ્રશ્ન ૩૨ પ્રમાણેજ બધા ખુણા માપો. પરિણામ શું છે?

૩૪. વર્તુળ દોરી પરિઘ ઉપર ચાર સરખા ભાગ કંપાસથી લો. એ છેદનબિંદુઓ મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો અને એ પાસે પાસેની બબ્બે ત્રિજ્યા વચ્ચેના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ સરખા છે?



૩૫. નીચેની આકૃતિના ખુણા માપી સરવાળો કરો અને તે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે જુઓ.



(ट). ખુણો દુભાગવાની રીત.

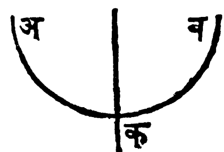
૧ લી રીત. अ ब क ખુણો લો. ∠अ ब क ને એવી રીતે એવડ વાળો કે ब अ શાખા લીટી ब क ઉપર પડે, અને સળ ब માંથી જાય. अ ब क આખા ખુણાના કેટલા ભાગ થયા છે? એ ભાગો એક બીજા ઉપર બરાબર બેસે છે? માટે આપેલા ખુણાના કેવા ભાગ થયા છે? **બે સરખા ભાગ.**

નોટ. ત્રિજ્યા, મધ્યબિંદુ, કૌંસ, વગેરે શબ્દોને માટે ઉપર આવી ગએલા ભાગનું પુનરાવર્તન અત્રે કરવું.

૨ જી રીત. ∠ब अ क લો. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ ત્રિજ્યાથી એક વતુંળનું કૌંસ દોરો. આ કૌંસ अ ब ને ड માં અને अ क ને इ માં છેદે છે. ड અને इ મધ્ય બિંદુ લઇ અને એકજ ત્રિજ્યા લઈ બે કૌંસો फ માં છેદે તેમ દોરો. फ अ સાંધો. फ अ, ब अ क ખુણાને દુભાગે છે.

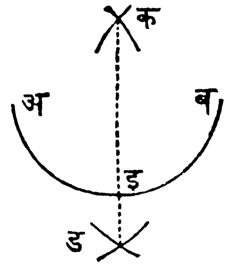
૧ લી રીત પ્રમાણે ∠ब अ फ ને ∠क अ फ ઉપર એવડ વાળી જુઓ. फ अ, ∠ब अ क ને દુભાગે છે?

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવાની રીત.



૧ લી રીત. अ क ब કોઈ પણ કૌંસ લો. કાગળને એવડ વાળી કૌંસનો ડાબા હાથ તરફનો ભાગ જમણા હાથ તરફના ભાગ ઉપર अ, ब ઉપર પડે તેમ, બરાબર મળી જાય તેમ સળ પાડો. આ સળ अ ब ને क માં છેદે છે. अ ब क કૌંસના क આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૨ જી રીત. अ इ ब કૌંસ લો. अ, ब મધ્ય બિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ क માં છેદે તેમ દોરો. અને अ, ब મધ્યબિંદુ અને એકજ (સરખી) ત્રિજ્યાઓ લઇ બે કૌંસ દોરો. આ કૌંસ ड માં છેદે છે. क ड સાંધીએ તો તે આપેલા अ इ ब કૌંસને इ માં દુભાગે છે.



નોટ—જે ત્રિજ્યાઓ લઇએ તે अब અંતરના અર્ધાથી મોટી હોવા જોઇએ; નહિ તો કૌંસો એક બીજાને છેદશે નહિ.

પ્રશ્નો.

૩૬. કોઇ પણ ખુણો લો. તેને પહેલી રીત પ્રમાણે દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૭. કોઇ પણ ખુણો લો. બીજી રીત પ્રમાણે તેને દુભાગો અને બન્ને ભાગો માપી સરખાવી કહો કે તે બરાબર છે કે નહિ.

૩૮. કોઇપણ ખુણો લો. ૧ લી રીતે તેને દુભાગો. અને વળી ૨ જી રીતે પણ દુભાગો. આપેલો ખુણો એકજ લીટીથી દુભાગાય છે ?

૩૯. એક વર્તુળ દોરી તેનું अ ब કૌંસ લો. अ ब ને ૧ લી રીતે क માં દુભાગો. क ને म મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. અને अ म, ब म પણ સાંધો. अ म क, ब म क ખુણા માપી પરિણામ સરખાવી જુઓ. આ ખુણા સરખા છે ?

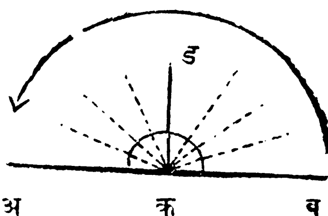
૪૦. પ્રશ્ન ૩૯ માના કૌંસને બીજી રીતે દુભાગી એજ પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે કરો.

૪૧. એક વર્તુળ લો. તેનું अ ब કૌંસ લો. अ, ब ને म મધ્યબિંદુ સાથે સાંધો. ∠ब म अ ને म क થી દુભાગો. म क, अ ब કૌંસને દુભાગે છે?

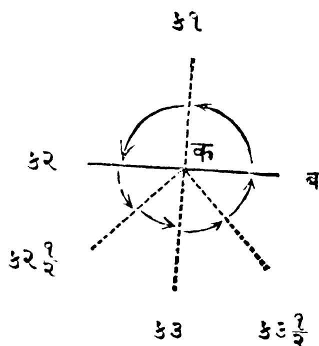
૪૨. એક ∠अ ब क લો. તેને પ્રોટ્રેક્ટરથી માપી અંશનું અર્ધું કરો. એની મદદથી ∠अ ब क ને દુભાગો. પરિણામ સરખાવો.

(ઠ). અતિદ્વિકાટખુણુ.

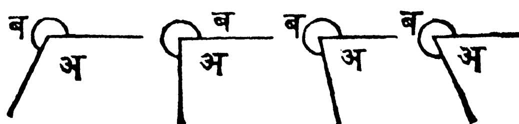
क ब લીટીની આસપાસ क ड ને બતાવેલી તીરની દિશામાં ફેરવીએ તેા ब क ड ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થશે. ફરતી લીટી क ड માં આવે ત્યારે ∠ब क ड કાટખુણેા થશે, અને क अ માં આવે ત્યારે ∠ब क अ બે કાટખુણા અથવા **દ્વિકાટખુણુ** થશે.



ફરતી લીટીને હજુ પણુ આગળ તીરની દિશામાં લઈ જઇએ તેા ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થશે. એટલે ક (૨) ની આગળથી ઘડીઆળના કાંટાની ઉલટી દિશામાં લીટીનેા છેડેા ક૨½, ક૩, ક૩½ આગળ લઈ જઇએ તેમ कब આગળ ઉપરથી થએલેા ખુણેા મેાટેા અને મેાટેા થાય છે.



અને એમાંની કેાઈ પણ જગ્યાએ बक ક ખુણેા બે કાટખુણા કરતાં મેાટેા છે. પરંતુ ચાર કાટખુણા કરતાં નાનેા છે. આવા ખુણાને, એટલે બે કાટખુણા કરતાં મેાટા પણ ચાર કાટખુણા કરતાં નાના ખુણાને, **અતિ દ્વિકાટખુણુ** (અતિ = મેાટેા, દ્વિ = બે) કહે છે. એ ખુણાને **અંતર્ગામી** પણ કહે છે, કારણ કે क કરની સ્થિતિ છેાડયા પછી ફરતી લીટી ब છેડાથી દૂર જવાને બદલે અંદર (અંતર) જાય છે (ગામી). નીચેના બતાવેલા ब ખુણા બધાજ અતિ દ્વિકાટખુણુ છેઃ-



ફરતી લીટી વર્તુળના અર્ધા ભાગ કરતાં વધારે ફરે તેા એથી દ્વિકાટખુણુ થાય છે એમ માલૂમ પડશે. વળી લીટી જેમ જેમ ફરે

છે તેમ તેમ ब ખુણો મોટો અને મોટો થાય છે, પરંતુ સામેની બાજુનો अ ખુણો નાનો અને નાનો થાય છે. માટે એ બે લીટીઓની વચ્ચે જે બે ખુણા થાય છે તેમાંથી એક (∠ब) બે કાટખુણા કરતાં મોટો, અને બીજો (∠अ) બે કાટખુણા કરતાં નાનો છે.

નોટ—બે લીટીઓની વચ્ચેનો ખૂણો લેવા કહ્યું હોય તો તે વખતે સામાન્ય રીતે નાનો (બે કાટખૂણાથી નાનો) ખૂણો લેવાનો રિવાજ છે; પરંતુ મોટો લેવાનો હોય તો તે પ્રમાણે અતિ દ્વિકાટખૂણ કે અંતર્ગામી શબ્દ વપરાય છે.

અતિદ્વિકાટખુણ માપવાની રીત.

ब अ क અતિ દ્વિકાટખુણ લો. ब अ ને લંબાવો તો ઉપલો ब अ ह ખુણો બે કાટખુણા બરાબર છે. ह अ क ને કોણ માપકથી માપો. જે માપ આવે તે બે કાટખુણામાં ઉમેરો. સરવાળો અતિ દ્વિકાટખુણનું માપ છે. નીચેના અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણાઓ ઉપલી રીતે માપો.

પ્રશ્નો.

૪૩. ઘડીઆળમાં નીચે આપેલા વખતે બે કાંટાની વચ્ચે જે અતિ દ્વિકાટખુણ થાય છે તે કેટલા કેટલા અંશનો છે ?

(૧) ૫–૦; (૨) ૭–૦; (૩) ૪–૦; (૪) ૮–૦; (૫) ૩–૦; (૬) ૯–૦; (૭) ૧૦–૦; (૮) ૨–૦; (૯) ૧–૦; (૧૦) ૧૧–૦.

૪૪. પાંચ અતિ દ્વિકાટખુણ લઇને માપો અને તેમાં દરેકમાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે કહો.

૪૫. પ્રશ્ન ૪૪ માં બે લીટીઓની વચ્ચેના નાના ખુણામાં કેટલા કેટલા અંશ છે તે માપ્યા વિના કહો.

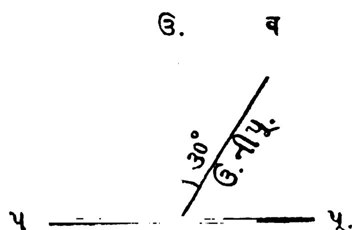
૪૬. બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૩ ગણો છે તો તેમાં કેટલા અંશ છે ?

૪૭ બે લીટીઓની વચ્ચેનો અતિ દ્વિકાટખુણ ખુણો નાના ખુણાથી ૨, ૪, ૫, ૭, ૮, ૯, ૧૧, અને ૧૪ ગણો છે તો તેમાં કેટલા કેટલા અંશ છે ? (જુદી જુદી આકૃતિ દોરવી.)

§ ૪. બેરીંગ* અથવા કોણ અંતર.

એક સ્થળ બીજા સ્થળથી કયી દિશામાં દેખાય છે તે જોવાની રીતઃ—अ સ્થળ ब સ્થળથી કયી દિશામાં છે એ આપણે જાણવું છે. ब સ્થળ ધારો કે પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશામાં છે. ब થી अ સુધી એક લીટી દોરો. આ લીટી ब માંથી પૂર્વ પશ્ચિમ જતી દિશા લીટી સાથે કયો ખુણો કરે છે તે પ્રોટ્રેકટરથી માપો. ધારો કે ∠ब, ૭૫° છે. આ ખુણો પ—પૂ દિશા લીટીની કયી દિશાએ છે? ઉત્તરે. માટે अ સ્થળ ब થી પશ્ચિમની ઉત્તરે ૭૫° છે એમ કહેવાય છે.

આ અંતર बथी अनुं કોણ-અંતર અથવા બેરીંગ* કહેવાય છે.



છેદન બિંદુ म આગળથી ब નું કોણ અંતર કાઢવું હોય તો म માંથી મુખ્ય ચાર દિશાઓ દોરો. मब સાંધો. मब લીટી કયી દિશા લીટી સાથે ખુણો કરે છે? પૂર્વ અને ઉત્તર સાથે. ઉત્તર સાથેનો ખુણો માપો. એ ૩૦° છે. માટે ब સ્થળ म આગળથી "ઉ૦ની પૂર્વે ૩૦°" અથવા "ઉ૦ ૩૦° પૂ૦" ને કોણ અંતરે છે; અથવા "પૂ૦ની ઉત્તરે ૬૦°" અથવા "પૂ૦ ૬૦° ઉ૦" ને કોણ અંતરે છે એમ કહેવાય છે.

---

* બેરીંગ એ અંગ્રેજી શબ્દ છે અને તેનો અર્થ ગમે તે બે દિશાઓની વચ્ચેના ખુણાનું માપ કે કોણઅંતર છે.

પ્રશ્નો.

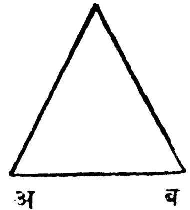
(સ્કેલ માપના વધારાના પ્રશ્નો.)

૧. ग થી ड પશ્ચિમે ૯ માઇલ, ड થી ઉત્તરે अ ૧૨ માઈલ અને अ થી પશ્ચિમે ૧૭ માઇલ र છે. તો ग र કેટલું ? ग થી र નું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા. : ૧")

૨. ह ની ઉત્તરે अ ૧૨ માઈલ, અને દક્ષિણે ड ૨૪ માઇલ છે. अ ની પશ્ચિમે क છે. જો कड ૪૩ માઇલ છે તો कह અને कअ અંતર કેટલાં ? क થી ड નું, અને ह નું કોણ અંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦મા. : ૧")

૩. अ દીવાદાંડીથી ब વહાણ ઉત્તરે છે, અને क વહાણ ઈશાને છે. જો अब = ૫૭ માઇલ અને अक = ૨૪ માઇલ તો बक અંતર કેટલું ? ब થી कનું કોણઅંતર શું ? (સ્કેલ ૧૦ મા: ૧ સે. મી.)

નોટ.—નીચેનામાં યોગ્ય સ્કેલ લેવાં.



૪. अबक અને बअक ખુણો દરેક ૭૫° નો છે.

अब પૂર્વ પશ્ચિમ છે તો क, अ થી કયી દિશામાં છે ?

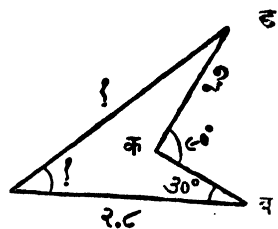
क, ब થી કયી દિશામાં છે ?

૫. બે બંદર પૂર્વ પશ્ચિમ છે, અને ૧૨ માઈલ દૂર છે. એક વહાણ એક બંદરથી ઈશાનમાં છે અને બીજા બંદરથી વાયવ્યમાં છે તો વહાણનું અંતર બન્નેથી શું ?

૬. अ, ब થી પૂર્વમાં ૫ માઇલ છે અને क, ब થી દક્ષિણમાં ૭ માઇલ છે, તો अक અંતર કેટલું ? अથી कનું કોણ અંતર શું ?

૭. એક ખેપીઓ अ ગામથી દક્ષિણમાં ૪ માઇલ જાય છે અને ત્યાંથી અગ્નિ ખુણામાં ૬ માઇલ જાય છે. જો તે ग ગામમાં પહોંચે તો તે अથી સીધી લીટીમાં કેટલું ગયો ? अથી गનું કોણ અંતર કાઢો.

૮. अ, ब થી ૨૨ માઇલ પૂર્વમાં ગયો; પછી ૧૫ માઇલ દક્ષિણે ગયો અને પાછો પૂર્વે ૭ માઇલ ગયો ત્યારે अ, ब થી કેટલે દૂર ગયો ? ब થી अ નું કોણ અંતર શું ?



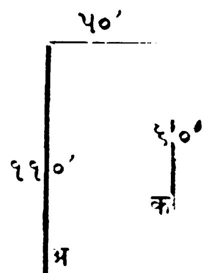
૯. એક માણસ अ થી ब સુધી ૨૮ માઇલ, ૩૦° ને અંતરે ब થી क સુધી ૧૩ માઇલ અને क થી ह સુધી કાટખુણે ૧૭ માઇલ જાય તો अह કેટલું ? अ થી हનું બેરીંગ શું?

[પાસેની આકૃતિ જુઓ.]

૧૦. એક આગબોટ ૧૮૦ માઇલ પશ્ચિમમાં, પછી ૧૨૦ માઇલ ઉત્તરમાં, ને પછી પૂર્વમાં જાય છે. જો પહેલી જગ્યાએથી તે ૧૫૦ માઇલ જાય તો પૂર્વમાં તે કેટલી ગઈ હશે ?

૧૧. એક વહાણવટી अ થી ઉત્તરમાં ब સુધી ૩૫ માઈલ, ब થી પૂર્વમાં क સુધી ૪૭ માઈલ અને क થી ઉત્તરમાં ह સુધી ૩૯ માઇલ જાય તો अह અંતર શોધી કાઢો. अ થી क કયી દિશામાં હશે ?

૧૨. એક ઘોડાને એક સીધી લીલોતરીવાળી વાડથી ૩૫ ફુટ દૂર બાંધ્યો છે. જે દોરડાથી તેને બાંધ્યો છે તે ૪૫ ફુટ લાંબું છે; તો વાડનો કેટલો ભાગ તે ઘોડો ચરી શકશે ?

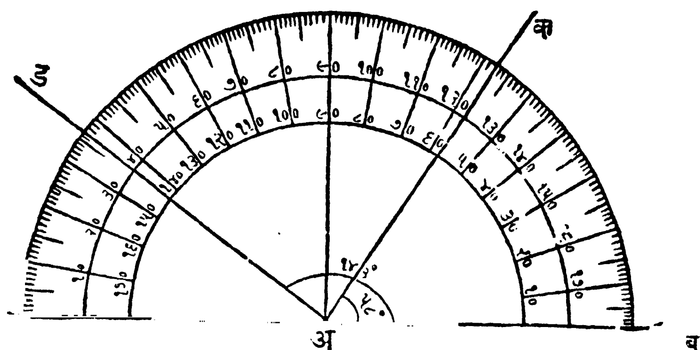


૧૩. એક ખાણમાં ૧૧૦ ફુટ લાંબી ગેલેરી છે અને પાછી આડી ૫૦ ફુટ લાંબી બીજી ગેલેરી છે. અને પાછી ત્રીજી ગેલેરી ૬૦ ફુટ લાંબી છે, તો अ થી कનું સીધું અંતર શું ?

૧૪. બે માણસો ૧૦૦૦ ફુટ અંતરે ઉત્તર દક્ષિણ છે. એક દીવાદાંડી એકથી દક્ષિણની પશ્ચિમે ૨૦° અને બીજાથી ઉત્તરની પશ્ચિમે ૨૫° પર દેખાય છે; તો એ દીવાદાંડી બન્નેથી કેટલે અંતરે હશે ?

૧૫. ૬" લાંબું કંપાસ ૪૫° ને ખુણે ઉઘાડીએ તો બન્ને છેડાની વચ્ચે સીધી લીટીનું અંતર કેટલું આવે ?

§ ૫. આપેલા અંશ ઉપરથી ખુણો બનાવવાનું.



बअ એક લીટી લો. તેના अ છેડા આગળ ધારો કે ૫૮° નો ખુણો બનાવવાનો છે. बअ લીટીના ડાબા છેડા अ ઉપર કોણમાપકનું મધ્યબિંદુ મુકો. અને કોણમાપકની નીચેની સીધી કોર बअ ની સાથે બરાબર મળી જાય તેમ મુકો. પછી ૫૮ (ધારો કે)નો ખુણો બનાવવાનો હોય તો કોણમાપકના અર્ધ વર્તુળ ઉપર ब આગળના ૦ અંશથી ગણતાં ડાબા હાથ તરફ જતાં જતાં ૫૮ અંશનો અંક આવે ત્યાં તે દોરાની બરાબર નીચે क આગળ પેન્સીલના **તીણા** છેડાથી એક બિંદુ નીચે કાગળ ઉપર લો. કોણમાપક ઉંચકી લઇ कअ સાંધો. તો बअक ખુણો ૫૮° નો છે.

નોટ—પેન્સીલની અણી બહુજ બારીક ઘડેલી હોવી જોઇએ. નહિ તો એ અણી જાડી હોય ત્યારે એકદમ બે અંશ આમ તેમ આવી જવાનો સંભવ છે. अ क લીટી બહુજ પાતળી હોય તો ખુણો બરાબર થશે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણેના આપેલા અંશના ખૂણા કાઢો.

૨૫°; ૪૯°; ૧૭°; ૫૧°; ૧૧૧°; ૧૩૦°; ૧૭૧°; અને ૧૭૯°;
૧૩°; ૩૬°; ૪૧°; ૫૯°; ૮૪°; ૧૩૭°; ૧૫૭°; અને ૧૭૫°;

૨. ૩૨°નો એક ખુણો કાઢો. અને તેના શિરોબિંદુ આગળ અને

એક શાખાંલીટીની સાથે ૪૬° નો બીજો ખુણો કાઢો. આ આખો ખુણો માપો. તેમાં ૭૮° છે ? નહિ તો ભૂલ કયાં થઇ છે તે જુઓ.

૩. **बअक** ખુણો ૪૧°નો કરો અને પાસેનો **कअड** ખુણો ૪૯° નો કરો. **बअड** ખુણો માપી જુઓ. આ બન્ને ખુણાને અરસપરસ શું કહો છો ?

૪. **बकअ** અને **अकड** ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે પાસેપાસેના આપ્યા છે તો તે કાઢો:—**बकड** કાટખુણો છે ? ખાત્રી કરો.

૩૧°, ૫૯°; ૭૧°, ૨૦°; ૪૫°, ૪૫°; ૧૭°, ૭૩°;
૫૨°, ૩૮°; ૭૨°, ૧૮°; ૬૨°, ૨૭°; ૫°, ૮૫°.

૫. ∠**अबक** ૨૭°નો ને પાસેનો ∠**कबड** ૫૦° નો કરો. **अबड** ખુણો માપી જુઓ. એ કાટખુણો છે ? જો હોય તો ભૂલ કયાં છે તે શોધી કાઢો.

૬. ઉપરના પાંચમા પ્રશ્નમાં બન્ને ખુણા અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—
૧૮°, ૭૦°; ૨૯°, ૬૦°; ૫૧°, ૩૭°; ૬૩°, ૨૫°;
૨૮°, ૬૧°; ૫૩°, ૩૬°; ૪૭°, ૪૨°; ૬૯°; ૨૦°.
બહારની શાખાલીટીઓ કાટખુણો બનાવે છે ? બનાવે તો બન્ને ખુણાનો સરવાળો કરી કાટખુણો હોવો જોઇએ કે નહિ તેની ખાત્રી કરો.

૭. **अबक**, **कबड**, **डबइ** ખુણા અનુક્રમે ૨૬°, ૨૧°, અને ૩૨° ના કરો. **अबइ** ખુણો માપી જુઓ કે તે ૭૯° નો છે ? ભૂલ હોય તો કયાં ભૂલ થઈ તે શોધી કાઢો.

૮. પ્રશ્ન ૭મા માં ત્રણે ખુણાઓ અનુક્રમે નીચે પ્રમાણે લો:—
૧૭°, ૩૧°, ૪૦°; ૩૬°, ૪૪°, ૫૧°; ૩૪°, ૩૩°, ૬૧°;
પ્રશ્ન ૭ પ્રમાણે સરવાળો કરી પરિણામ સરખાવી જુઓ.

૯. એક ૧૨૭° નો ખુણો કરો; તેમાંથી અનુક્રમે ૨૦° નો, ૩૧ નો અને ૪૭° નો ખુણો કાપી લો. બાકીનો ખુણો ૨૯° નો છે કે નહિ તે માપી ખાત્રી કરો.

૯. અ. પ્રશ્ન ૯ મામાં નીચે પ્રમાણેના ખુણા લો.
૧૩૭° માંથી ૫૩°, ૪૯°, ૨૨°; બાકી ૧૩°;
૭૮° માંથી ૧૭°, ૨૦°, ૧૦°; બાકી ૩૧°;
૧૭૧° માંથી ૪૧°, ૫૦°, ૩૯°; બાકી ૪૧°;
પરિણામ સરખાવી ભૂલ હોય તો સુધારો.

૧૦. ૪૦° નો ખુણો આશરે હાથથીજ કાઢો; તેને માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ કેટલી આવે છે તે જુઓ.

૧૧. ૪૫°, ૩૦°, ૬૦°, ૭૫°, ૫૦°, ૮૦°, ૨૫°, ૩૭°, ૫૩° ના ખુણા આશરે હાથથીજ કાઢો. માપી ખાત્રી કરો. ભૂલ આવી હોય તો તે સુધારો.

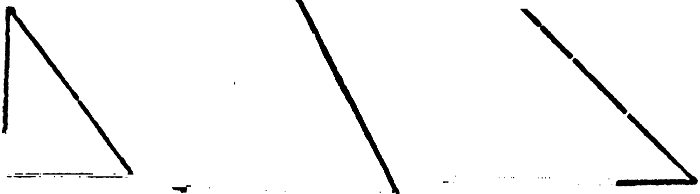
૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ પ્રમાણે ખુણા બરાબર આવે ત્યાં સુધી ગમે તેટલા ખુણા આશરે કાઢો અને માપી જુઓ.

૧૩. ૧·૨″ની अब લીટી લો. अ આગળ बअक ખુણો ૩૨° નો કરો. ब આગળ अबक ખુણો ૪૦° નો કરો. अक, बक લંબાવી क માં તેને મળવા દો. ∠क માપી જુઓ કે તે ૧૦૮° નો છે? આ આકૃતિને ત્રિકોણ* કહે છે.

૧૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી ત્રિકોણો બનાવી દરેકમાં ત્રીજો ખુણો માપોઃ-

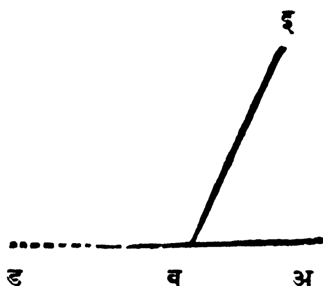
(૧) अब = ૩″, ∠अ = ૪૧°, ∠ब = ૫૧°;
(૨) बक = ૩·૯″, ∠ब = ૯૯°, ∠क = ૩૧°;
(૩) फल = ૫·૯ से. मी., ∠ल = ૭૩°, ∠फ = ૩૭°;
(૪) गर = ૭·૭ से. मी., ∠ग = ૫૨°, ∠र = ૨૭°;
(૫) अक्ष = ૫·૬″, ∠अ = ૩૭°, ∠क्ष = ૮૮°;
(૬) अक = ૪·૫″, ∠अ = ૫૭°, ∠क = ૪૯°;
(૭) बद = ૬·૭ से. मी., ∠ब = ૬૬°, ∠द = ૭૩°.

***ત્રિકોણ.**



*જે આકૃતિમાં ત્રણ ખુણા (ત્રિ = ત્રણ, કોણ = ખુણા) હોય તે. જે આકૃતિની હદ ત્રણ સીધી લીટીથી થઈ હોય તેને ત્રિકોણ કહે છે.

§ ૬. સીધી લીટીથી બનતા ખુણા.



अबइ કોઇ પણ સાંકડો ખુણો લો. अब ને ડાબી બાજુ ઉપર ड સુધી લંબાવો. इबड ખુણો સાંકડો કે પહોળો છે?

अबइ એક કાટખુણા બરાબર લો. अब ને ड સુધી લંબાવો; જુઓ કે इबड ખુણો સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે ?

अबइ એક પહોળો ખુણો લો. अब લંબાવો. જુઓ કે इबड સાંકડો કે પહોળો ખુણો છે ? अबइ એક અર્ધો કાટખુણો કરો. अब લંબાવતાં इबड ખુણો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી જુઓ. अबइ ૨/૩ કાટખુણા બરાબર કરો. अब લંબાવતાં इबड માપી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો. अबइ ૧/૩ કાટખુણા બરાબર કરો. अब લંબાવતાં इबड કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે માપી કહો. इब લીટી अबड લીટી ઉપર પડે છે અને

∠अबइ ૫૩° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૪૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૭૧° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૧૦° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૫૭° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ?
∠अबइ ૧૬૯° નો છે તો ∠इबड કેટલા અંશનો છે ? વગેરે...

આ પ્રશ્નોમાં अबइ આપેલો ખુણો કાટખુણા કરતાં કેટલો નાનો અથવા મોટો છે તે જુઓ; इबड ખુણો તેજ પ્રશ્નમાં કાટખુણા કરતાં કેટલો મોટો કે નાનો છે તે જુઓ. આ બન્ને પરિણામ પરથી ∠अबइ અને ∠इबड વચ્ચે કાંઇ સંબંધ જુઓ છો ? એ સંબંધ કેવો છે ? બન્ને ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે ? ત્યારે તે ખુણા કેવા છે ? ન્યૂનતાપૂરક કે દ્વિકાટખુણ પૂર્ણી. એક લીટી બીજી

લીટી ઉપર પડે તો એ પ્રમાણે થતા પાસે પાસેના ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી બીજી લીટી ઉપર પડે તો બીજી લીટીની એકજ બાજુ તરફના પહેલી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે."

પ્રશ્નો.

૧. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે તો જ્યારે

∠डकअ = ૪૫° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

∠डकअ = ૧૭° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

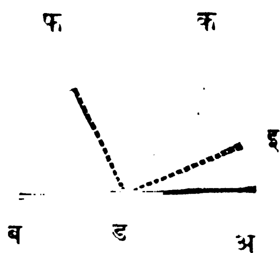
∠डकअ = ૫૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?

∠डकअ = ૮૩° હોય ત્યારે ∠बकड કેવડો ?.

૨. अकब લીટી ઉપર डक લીટી પડે અને डकअ ખુણો ૭૫° નો કરે તો डकब ખુણો કેટલા અંશનો છે ?

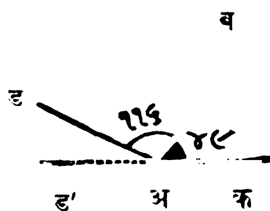
૩. अब એક લીટી છે; અને તેની સાથે डक લીટી डकअ ૧૨૯°નો ખુણો કરે છે, તો डकब ખુણો કેવડો છે ?

૪. अब એક લીટી દોરો. कडअ કોઈ પણ ખુણો कड દોરી કરો. कडअ ખુણાને સળ વાળી डइ થી દુભાગો; અને कडब ખુણાને સળ વાળી डफ थी દુભાગો. इडफ ખુણો માપી જુઓ.



इड, डफની વચ્ચે કેવડો ખુણો થયો ? એક કાટખુણો. આ ઉપરથી अडक, कडब ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? એ બે ખુણાઓનો અરસપરસ સંબંધ શું છે ?

अब એક લીટી લો. તેની એક બાજુએ बअक ખુણો ૪૯°નો કરો, અને તેની બીજી બાજુએ बअड ખુણો ૧૧૬° નો કરો, कअड ખુણો કેટલા અંશનો છે ? એ બે કાટખુણાથી મોટો કે નાનો છે ?



कअड એકજ સીધી લીટી છે ? ત્યારે बअक, बअड ખુણાનો સરવાળો કેટલો ? ત્યારે कअ, डअ એકજ સીધી લીટીમાં લાવવાને એની વચ્ચે કેવડો ખુણો જોઇએ ? બે કાટખુણા બરાબર.

अब ની સામસામેની બાજુ ઉપર નીચે પ્રમાણેના પાસે પાસેના ખુણા બનાવી ઉપલો પ્રયોગ કરો:—

૬૦° અને ૧૧૫°; ૫૦ અને ૧૨૦°; ૪૩° અને ૧૨૦°;
૭૭° અને ૧૦૦°; ૧૧૨° અને ૬૧°; ૧૨૮° અને ૪૦°.

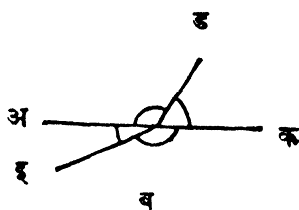
ઉપરના પ્રયોગો કર્યા પછી જો डअक એકજ સીધી લીટી હોય તો कअब અને डअब ખુણા વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ ? આ બે ખુણાનો સરવાળો કેટલો હોવો જોઇએ ? આ ઉપરથી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ?

बअक, बअड ખુણા અનુક્રમે ૪૭° અને ૧૩૨° ના હોય તો डअक એક સીધી લીટી છે ખરી કે ?

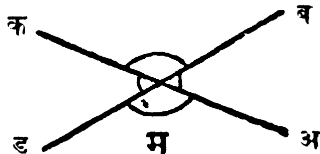
∠बअक, ∠बअड	,,	૧૫૩°, ૨૮°;	डअक ,,	,, ,,
,,	,,	૪૦, ૧૪૧°;	,, ,,	,, ,,
,,	,,	૯૦°, ૮૯°;	,, ,,	,, ,,
,,	,,	૧૫૦°, ૨૭°;	,, ,,	,, ,,
,,	,,	૬૧°, ૧૨૨°;	,, ,,	,, ,,
,,	,,	૩૩°, ૧૪૫°;	,, ,,	,, ,,

ઉપલા પ્રયોગો કર્યા પછી કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે ? બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં હોવાને વચ્ચેની શાખા લીટીની આજુબાજુના પાસે પાસેના ખુણાનો શો સંબંધ હોવો જોઇએ ?

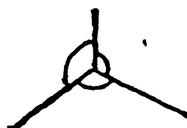
"જ્યારે બે પાસે પાસેના ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય ત્યારે તેની બહાર પડતી શાખા લીટીઓ (કે હાથો) એકજ સીધી લીટીમાં હોય છે."



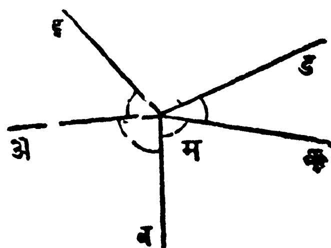
પાસેની આકૃતિ પાટીઆ ઉપર કાઢી પૂછો કે अबड, डबक ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? क ब इ, अ ब इ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે? (ब છેદન બિંદુ છે)



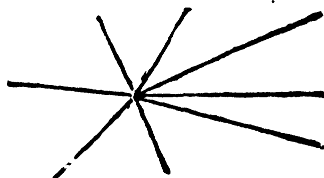
પાસેની આકૃતિમાં अ म ब, ब म क નો અને क म ड, ड म अ ખુણાનો સરવાળો કેટલો છે તે કોણમાપકથી માપીને કહો.



પાસેની આકૃતિમાં છેદન બિંદુ આગળના ત્રણે ખુણા માપી કહો કે તે બધા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે.



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે म બિંદુ આગળથી પાંચ જુદી જુદી લીટી દોરો. અને પાંચે ખુણા માપી સરવાળો કરો, અને કહો કે બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?



પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છેદન બિંદુ આગળ ૮ ખુણા એકેક જોડે લાગેલા છે તો એ આઠે ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર હોવો જોઇએ તે માપ્યા વિના કહો.

સાત, નવ, દશ ખુણાઓ એકેક જોડે લાગેલા છે અને તેઓનાં શિરોબિંદુઓ એકજ બિંદુમાં છે તો તે બિંદુ આગળના બધા ખુણા મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે તે કહો.

એકજ બિંદુ આગળ સાત ખુણા પાસે પાસે છે. પાંચ ખુણાનો સરવાળો ૩ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

એકજ બિંદુ આગળ ૭ ખુણા પાસે પાસે છે. ચારનો સરવાળો ૨$\frac{3}{4}$ કાટખુણા બરાબર છે તો બાકીનાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા છે?

કએજ બિંદુ આગળ પાંચ ખુણા પાસે પાસે છે. ત્રણ ખુણા અનુક્રમે ૫૭°, ૧૧૨°, ૪૩° છે તો બાકીના બેનો સરવાળો કેટલો?

अकब ખુણો કાટખૂણો કરો. अक ને ड સુધી, અને बक ને इ સુધી લંબાવો. बकड ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ?

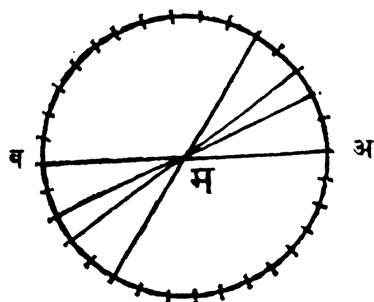
अकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ?

डकइ ખુણો કેવડો હોવો જોઇએ ?

પાછલા પ્રયેાગોનો આધાર લઈ સિદ્ધ કરી બતાવો કે એ દરેક ખુણો એક કાટખુણા બરાબર છે.

अकब લીટી લો. તેના ઉપર कड લીટી દોરો. बकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો. अकड ખુણો સળ વાળી દુભાગો. આ બે સળની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે તે માપ્યા વિના અનુમાનથી **સિદ્ધ કરી** કહો.

§ ૭. અરસપરસ છેદતી બે લીટીઓની વચ્ચે થતા ખુણા.



પાસેની આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વર્તુળ દોરો. તેના પરિધ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે સરખા કાપાઓ પાડો. ($\frac{1}{4}$ પરિધ ઉપર ૮ સરખા કાપા પાડયા છે.)

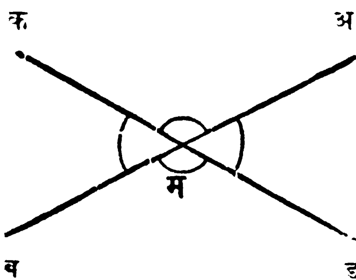
બે પાતળી પટીઓ લો. અને તેને એકની ઉપર બીજી મુકી વચ્ચે એક ટાંકણી મારી म મધ્યબિંદુ આગળ ગોઠવો. પહેલાં બન્ને

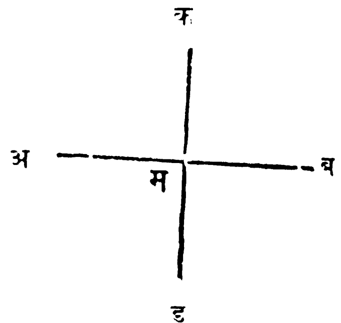
પટીઓને સાથે રાખી આડી अब લીટીમાં રાખો. પછી નીચેની પટી સ્થિર રાખી ઉપરની બીજી પટીને ડાબા હાથ તરફ ફેરવો. ઉપલી પ-ટીનો છેડો ૧/૪ કાટખુણામાંથી ફરે ત્યારે નીચેનો છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ૧/૪ કાટખુણામાંથી. ઉપલો છેડો ૨/૪ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૩/૪ કાટખુણામાંથી ફરે, ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે? ઉપલો ૧ કાટખુણાથી ફરે ત્યારે નીચેનો કેવડા ખુણામાંથી ફરે? ૧ કાટખુણામાંથી. વગેરે.

પટીઓમાં બીજી કોઈ જગ્યાએ ટાંકણી મારી તેઓને म માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો. પટીઓ લાંબી ટુંકી કરી ટાંકણી ગમે ત્યાં મારી म માં સજ્જડ કરી ઉપલો પ્રયોગ કરો.

ઉપલી પટી સ્થિર રાખી નીચલી પટીને ઉપર અને નીચે ફેરવી બન્ને પટીઓ વચ્ચે કેવડો ખુણો દરેક વખતે થાય છે તે ઉપલા પ્રયોગમાં જુઓ. આ પ્રયોગો પરથી તમે શું અનુમાન કરો છો? પટીઓ લાંબી ટુંકી કરીએ તો જેવડા ખુણામાંથી તે ફરે છે તે ખુણો તેની લંબાઈ (પટીઓની) ઉપર આધાર રાખે છે? નહિ.

ઉપલા પ્રયોગો ઉપરથી કહો કે अब અને कड લીટીઓમાંથી





(म માં ટાંકણી મારી) मक વર્તુળના ૧/૪ ભાગમાંથી ફરે તો मड કેટલા ભાગમાંથી ફરે? कड લીટીનું क બિંદુ ૨/૪ કાટખુણામાંથી ફરે તો ड બિંદુ કેટલા કાટખુણામાંથી ફરે? अब નો अ છેડો વર્તુળના

¼ ભાગ એટલે ૧ કાટખુણામાંથી ફરે તો બ છેડો કેવડા ખુણામાંથી ફરશે ? વગેરે.

એક લીટી પોતાના એક બિંદુની આસપાસ ઉપર અથવા નીચે ફરે તો તેના બન્ને છેડાઓ જે ખુણાઓમાંથી ફરે છે તે ખુણાઓનો કયો સંબંધ છે ? એ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"એક લીટી પોતાની અંદરના કોઇ પણ બિંદુની આસપાસ ફરે તો તે બિંદુથી તેની લંબાઈ ઘટે અથવા વધે તો પણ તે લીટીના છેડા સરખાજ ખુણામાંથી ફરે છે."

અબ લીટી ક બિંદુની આસપાસ અ——ક ફરે છે. કબ ભાગ ઉપર ૪૨° ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ ભાગ કયા ખુણામાંથી ફરે છે ? કબ ભાગ નીચે ૧૧૨° ના ખુણામાંથી ફરે તો કઅ ભાગ કયા ખુણામાંથી કયી તરફ ફરે છે ?

અબ લીટીને કડ લીટી મ માં છેદે છે. મક ભાગ મ ની આસપાસ ફરી મબ સાથે ૫૫° નો ખુણો કરે તો મડ ભાગ મઅ સાથે કયો ખુણો કરે છે ? જો ક છેડો બ થી લઈ ૩૭°, ૧૦૧°, ૬૦°, ૯૮°, ૪૯° ના ખુણામાંથી ફરે તો ડ છેડો અ થી લઈ કયા કયા ખુણામાંથી ફરશે ? અમક ખુણો કેવડો છે ? બમડ ખુણો કેવડો છે ? બન્નેનો શો સંબંધ છે ? બમક ખુણો ૪૧° નો હોય તો અમડ, અમક, બમડ ખુણા કેવડા ? અમક ૧૦૭° નો છે તો બમડ, અમડ, બમક ખુણા કેવડા ?

∠અમક, ૫૧°, ૨૬°, ૬૮°, ૭૧°, ૧૧૩°, ૧૪૭° નો લઈ બાકીના ખુણા કેવડા છે તે કહો; માપી ખાત્રી કરો.

ઉપલા પ્રયોગો અને પ્રશ્ન ઉપરથી એ ચાર ખુણામાંથી બેબેનો શો સંબંધ છે તેની કાંઈ સમજ પડે છે ?

અબ, કડ બે લીટી મ માં છેદે તેમ દોરો. બમક ખુણો કાપી લો અને અમડ ઉપર ગોઠવો. તેજ પ્રમાણે અમક ખુણો કાપી બમડ ઉપર ગોઠવો. આ ઉપરથી તમે શું અનુમાન કરો છો ? બે લીટીઓ

અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળ થતા **સામસામેના** ખુણાઓ વિષે શું અનુમાન કરો છો ?

"બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે તો તેના છેદનબિંદુ આગળના સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે."

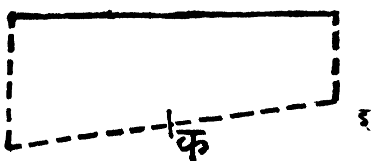
अब, कड બે લીટી म માં છેદે છે, તો म આગળના ખુણાઓ-માંથી ∠ अमड, ∠ कमब બરાબર છે એમ માપ્યા વિના સિદ્ધ કરો.

§ ૮. સમાન્તર સીધી લીટીઓ.

બબ્બે લીટીની થોડીક એવી જોડ પાટીઆ ઉપર દોરો કે કોઈ બે લંબાવતાં ડાબા હાથ તરફ મળે, કોઈ બે લંબાવતાં જમણા હાથ તરફ મળે, અને કોઇ બે બન્ને બાજુ લંબાવતાં સમૂળકીજ મળે નહિ. તેના એકજ બાજુ તરફના છેડાની વચ્ચેનાં અંતરો જુઓ. આ અંતરો કેટલાં કેટલાં છે ? લીટી લંબાવતાં એ અંતરો વધારે થાય છે કે ઓછાં થાય છે ? કે છે તેટલાંજ રહે છે ? કોઈ લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે, કોઇની વચ્ચેનું અંતર ઘટે છે, અને કોઈ કોઇની વચ્ચે **તેનું તેજ** અંતર રહે છે. જે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર વધે છે તેઓને લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? નહિ. તેને (બીજી બાજુ તરફ) લંબાવીએ તો તે મળે ખરી કે ? હા. જે લીટીઓનું અંતર ઘટે છે તેને લંબાવીએ તો છેડાઓ મળે છે ? મળે છે. બીજી બાજુએ લંબાવીએ તો તે મળે છે કે નહિ ? જે લીટીઓ સમૂળકીજ મળતી નથી તેને ડાબી બાજુએ લંબાવીએ તો તેના છેડા મળે છે ? નહિ. જમણી બાજુએ લંબાવીએ તો તેઓ મળે છે ? નહિ. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ પહેલી બે જાતની લીટીઓ કરતાં જુદીજ જાતની છે. (૨) ની લીટીઓ જમણા હાથ તરફ મળે છે. ત્યારે આ (૩) ની લીટીઓ **બન્ને બાજુ મળતી નથી.** આવી લીટીઓને આપણે **સમાન્તર લીટીઓ** કહીએ છીએ. સમાન્તર (સમ + અંતર = બરાબર + અંતર). આ લીટીઓ કયે કયે ઠેકાણે **સરખે અંતરે** રહે છે ? બધે ઠેકાણે.

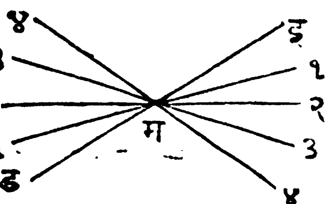
તમારી સામેના ટેબલની સામસામેની કોરો બતાવો. એ કોરો કેવી છે? પાટીઆની કોરો બતાવો. એ કેવી છે? વગેરે.

પાટીઆ ઉપર એક अब આડી લીટી દોરો. डइ એક બીજી લીટી લઇ તેમાં क માં ટાંકણી મારી अब ની નીચે પાટીઆ ઉપર મૂકો. डइ ગમે તે સ્થિતિમાં મૂકીઇ



છે. બન્ને લીટીઓનાં अड અને बइ અંતર માપો. આ અંતરો બરાબર છે? નહિ. કયું મોટું છે? अड. ड છેડો अ ની વધારે પાસે લાવો. ड છેડાને अ ની પાસે લાવીએ ત્યારે इ છેડો ब ની પાસે આવે છે કે દૂર જાય છે? દૂર જાય છે. આ સ્થિતિમાં अड, बइ માપો. આ અંતરો સરખાં છે? નહિ. કયું મોટું છે? अड. ड ને હજુ પણ अ ની પાસે લો. इ, ब ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? દૂર ગયું. अड, बइ અંતરો માપો. આ અંતરો બરાબર છે? હા. ड ને अ ની પાસે લઇ ગયા ત્યારે इ, ब ની પાસે આવ્યું કે દૂર ગયું? ड ને अ ની પાસે લઈ જતાં જતાં કોઈ પણ વખતે डअ, इब અંતર સરખાં થશે ખરાં? હા. આવી સ્થિતિમાં डइ, अब ની વચ્ચે अड જેવડી એક પટી કાપી ડાબા હાથ તરફથી જમણા હાથ તરફ સરખી રાખી લઈ જાવ. આ પટીના છેડાઓ अब, डइ ની વચ્ચે હંમેશાં બરાબર રહે છે? હા. આવી સ્થિતિમાં બે લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર હંમેશાં એકજ રહે છે ત્યારે એ લીટાઓ **સમાન્તર** કહેવાય છે.

પાટીઆ ઉપર अब જેવી એક આડી લીટી દોરો. म બિંદુ આગળ ટાંકણી મારી डइ જેવી એક લીટી મુકો. म બિંદુની આસપાસ જે डइ લીટી ફરે તેની જુદી જુદી સ્થિતિ ૧, ૨, ૩, ૪ થી બતાવી છે. डइ ને

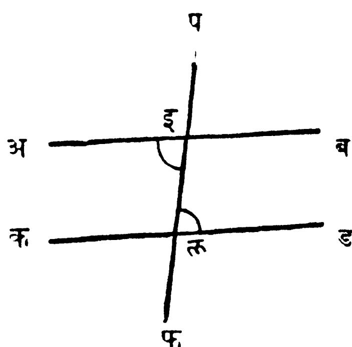


ड तरफ लंबावीએ तो अब લીટીને તે મળશે ખરી ? હા. કયા હાથ તરફ તે મળે છે ? ડાબા હાથ તરફ. डब લીટીને ૧–૧ ની સ્થિતિમાં લો. હવે તેને ड तरफ લંબાવો તો अब ને ડાબા હાથ તરફ તે મળશે ? હા. डइ ને હજુ પણ ૩–૩ ની સ્થિતિમાં ફેરવો. હવે તેને ड તરફ લંબાવો તો अब ને તે મળશે ખરી ? નહિ. ત્યારે શું થશે ? હવે તે જમણા હાથ તરફ अब ને મળશે. डइ ને ૪–૪ ની સ્થિતિમાં મુકો. હવે डइ ને કયા છેડા તરફ લંબાવતાં તે अब ને મળશે ? જમણા છેડા તરફ.

આ પ્રયોગમાં डइ લીટી કોઇ કોઇ વખતે ड તરફ લંબાવતાં अब ને ડાબા હાથ તરફ મળે છે, અને કોઈ કોઈ વખતે इ તરફ લંબાવતાં अब ને જમણા હાથ તરફ મળે છે; ત્યારે આ બે જાતની સ્થિતિમાં કોઈ એવી સ્થિતિ છે ખરી કે કોઈ પણ છેડા તરફ લંબાવતાં डइ લીટી अब ને મળેજ નહિ ? હા. એવી કયી સ્થિતિ તે છે? डइ (૨–૨). આવી સ્થિતિમાં अब, डइ **સમાન્તર** છે એમ કહેવાય છે.

(क). ખુણાનાં નામ.

अब, कड બે લીટીઓ દોરો. पफ લીટી આ બે લીટીને અનુક્રમે इ, ल માં છેદે તેમ દોરો. આ આડી લીટીથી કેટલા ખુણા થાય છે ? इ આગળ ચાર, અને ल આગળ ચાર.



अइल અને इलड ખુણા **વ્યુત્ક્રમ** (ઉલટી બાજુના) ખુણા છે; તેમજ ∠बइल ને ∠इलक વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે; ∠अइप, ∠पइब, ∠कलफ અને ∠डलफ એ ચાર **બહારના ખુણા** કહેવાય છે; કારણ કે આપેલી લીટીઓની બહાર એ ખુણા આવેલા છે.

∠पइव અને ∠इलड મળતા આવતા ખુણા કહેવાય છે.
તેમજ ∠अइप અને ∠इलक पણ ,, ,,
તેમજ ∠फलक અને ∠लइअ पણ ,, ,,
તથા ∠फलड અને ∠लइव पણ ,, ,,

∠अइल, ∠वइल, ∠कलइ, ∠डलइ. **અંદરના ખુણા** કહેવાય છે, કારણ કે તે આપેલી લીટીની અંદરની બાજુએ છે. ∠अइल, અને ∠इलक, पफ ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા કહેવાય છે. તેમજ ∠वइल અને ∠इलड પણ पफ ની એકજ બાજુએ છે તેથી તેઓ એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણા છે.

નોટ—જુદી જુદી આકૃતિ કાઢી ઉપરના ખુણાઓની પુરેપુરી સમજણ આપવી.

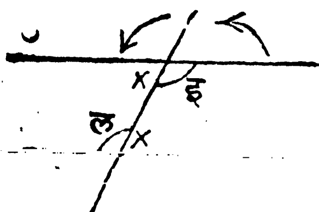
એક્ષસરસાઇઝ બુકમાં જુદી જુદી સમાન્તર લીટીઓની ચાર પાંચ જોડ લેા. દરેક જોડને છેદનારી કોઈ પણ આડી લીટી દોરેા. આ આડી લીટી અને સમાન્તર લીટીની વચ્ચે થતા દરેક જોડના ગમે તે કોઈ એ વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ. દરેક જોડના બાકીના વ્યુત્ક્રમ ખુણા માપી જુઓ; અને પરિણામ સરખાવી જુઓ. દરેકમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાનેા અરસપરસ કાંઈ સંબંધ છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કાઢેા છેા ?

બે સમાન્તર લીટીઓની એક જોડ લઈ તેને છેદનારી એક આડી લીટી દોરેા. એક વ્યુત્ક્રમ કાપી તેને બીજા વ્યુત્ક્રમ ખુણા ઉપર (કાંપેલાનેા વ્યુત્ક્રમ) મુકેા. આ ખુણાઓ બરાબર એક બીજા ઉપર મળી રહે છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરેા છેા ?

સમાન્તર નહિ હેાય એવી લીટીઓ દોરેા. તેનાથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ માપી જુઓ. આ ખુણાઓ બરાબર છે ? નહિ. આ પ્રયેાગેા ઉપરથી સમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણા અને અસમાન્તર લીટીઓના વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓમાં કાંઇ તફાવત છે કે નહિ ? હેાય તેા શું ફેર છે તે કહેા.

"સમાન્તર લીટીઓને છેદનારી આડી લીટીથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે."

વળી એકસરસાઇઝ બુકમાં બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. છેદનારી એક આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીઓ અને આડી લીટીની વચ્ચેનો જમણા હાથ તરફનો ભાગ કાપી લો. તેને ઉંચકીને તીરની દિશામાં ફેરવીને ડાબા હાથ તરફના ભાગ ઉપર ખુણા ઉપર ખુણા આવે તેમ મૂકો. આ પ્રમાણે કરતાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? શું અનુમાન કરો છો?



સમાન્તર અને અસમાન્તર લીટીઓની બે જોડ જુદી જુદી દોરો. દરેકને છેદનારી આડી લીટી દોરો. સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો કોઈ પણ ખુણો માપો અથવા કાપી લો; અને તેજ જોડનો અંદરનો તેને મળતો આવતો ખુણો માપો અથવા કાપી લો. અસમાન્તરની જોડમાં પણ એમજ કરો. સરખાવતાં માલમ પડે છે કે સમાન્તર લીટીની જોડમાં બહારનો ખુણો અંદરના મળતા આવતા ખુણાની બરાબર છે? અસમાન્તરોમાં બે ખુણા બરાબર છે કે નહિ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

બે સમાન્તર લીટીઓ દોરો. અને આડી લીટીથી થતા અંદરના એકજ બાજુ તરફના બે ખુણાઓ માપો. બન્નેનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

બીજી બાજુ ઉપરના બે અંદરના ખુણાઓનો પણ સરવાળો કરો. એ સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

બે સમાન્તર લીટી લો. તેને છેદતી આડી લીટી દોરો. સમાન્તરો અને આડી લીટીની વચ્ચેના અંદરના ચારે ખુણા બરાબર કાપી લો. ડાબા હાથ ઉપરના બે ખુણાઓને એક લીટીની સાથે બરાબર મૂકો. શું અનુમાન કરો છો? આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? બીજી જોડમાં પણ એમજ કરો. આ ખુણાઓ મળી કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે કાટખુણા.

લંબાવતાં ડાબી બાજુએ મળે એવી બે લીટી દોરો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. જમણી બાજુ પરના અંદરના ખુણાઓ માપો. આ ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે એ કાટખુણા કરતાં તે મોટા કે નાના છે? મોટા. ડાબા હાથ તરફના અંદરના બે ખુણાઓનો સરવાળો કરો. એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. ત્યારે તે મોટો કે નાનો છે? નાનો.

લંબાવતાં જમણા હાથ તરફનું અંતર ઓછું અને ઓછું થતું જાય એવી બે લીટીઓ લો. તેને છેદતી એક આડી લીટી દોરો. ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે તેના અંદરના ડાબા હાથ ઉપરના અને જમણા હાથ પરના ખુણાઓ માપો. ડાબા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો? મોટો. જમણા હાથ પરની જોડનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે? નહિ. તે મોટો છે કે નાનો? નાનો.

ત્યારે સમાન્તર લીટીઓ ઉપરના ઉપલા પ્રયોગો પરથી શું શું અનુમાન કરો છો? એવી લીટીઓના કયા કયા ગુણ છે?

બે સમાન્તર લીટીઓને એક આડી લીટી છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે;

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના મળતા આવતા (સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના) ખુણાની બરાબર છે.

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાઓનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.

સમાન્તર લીટીઓના ઉપલા ગુણો અસમાન્તર લીટીઓને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? નહિ.

નોટ—નીચેની અને હવે પછીની બીજી વ્યાખ્યા, જે આપી છે, તે વિદ્યાર્થીને ફક્ત અત્રે સમજાવવાનીજ છે, પાછળથી તે મ્હોડે કરાવવી.

વ્યાખ્યા—કોઇ પણ લીટીઓ, "એકજ સફાઈમાં" એવી રીતે આવી હોય કે તેને ગમે તે બાજુ તરફ લંબાવતાં તેઓ એક બીજીને મળે નહિ તો તે સમાન્તર લીટીઓ કહેવાય છે.

ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં" એવા શબ્દો શા કારણથી વાપર્યા હશે ? એક પેન્સીલ પૂર્વ પશ્ચિમ દિશામાં ટેબલની ઉપર મુકો. બીજી પેન્સીલ તેને અસમાન્તર હોય તેમ ઉત્તર દક્ષિણ દિશામાં પહેલી પેન્સીલથી સહેજ ઉંચે રાખો. આ પેન્સીલ-લીટી લંબાવતાં કદી પણ મળશે નહિ. ત્યારે આ પેન્સીલો સમાન્તર છે ? નહિ. આ કારણથી ઉપલી વ્યાખ્યામાં "એકજ સફાઇમાં" શબ્દો મુકયા છે. બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે છે. ત્યારે જો એક વ્યુત્ક્રમ ખુણો ૫૧°નો હોય, તો બીજો વ્યુત્ક્રમ ખુણો કેવડો?
,, ૧૧૩° ,, ,, ,, ,,
એક બહારનો ખુણો ૪૯° ,,તો બીજો મળતો આવતો ખુણો કેવડો ?
,, ૭૩° ,, ,, ,, ,,
,, ૧૦૪° ,, ,, ,, ,,
અંદરના એકજ બાજુ ઉપરના બે ખુણાઓમાંનો
એક ખુણો ૬૩° હોય તો બીજો કેવડો ?
,, ૯૦°, ,, ,,
,,૧૩૭°, ,, ,,

(ख) એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

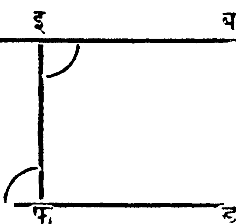
બે સમાન્તરોને એક આડી લીટી છેદે તો કયા ખુણા સરખા થાય છે? વ્યુત્ક્રમ ખુણા. એ ખુણા આડી લીટીની કયી બાજુએ હોય છે? વિરુદ્ધ બાજુએ. ત્યારે એક લીટીને સમાન્તર લીટી દોરવી હોય તો કાંઈ નિયમ નીકળે ખરો કે? अ બિંદુમાંથી बक ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે તો શું કરીશું ?

अ માંથી बक ના કોઈ પણ બિંદુ ड સુધી એક લીટી દોરો. अडब ખુણો માપો. અથવા તેની પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરો. આ ખુણો વ્યુત્ક્રમ ખુણો ગણીએ તો બીજો વ્યુત્ક્રમ કયાં આવવો

ब ड क
फ अ ह

જોઇએ ? अ આગળ. કયી બાજુએ? જમણી બાજુએ. अ આગળ ∠बडअની વિરૂદ્ધ બાજુ ઉપર डअइ ખુણો ∠बडअની બરાબર કંપાસથી અથવા કોણુ માપકથી કરો. અથવા ટાંકણી મારી છિદ્ર પાડી કરો. ત્યારે કયી લીટી बकની સમાન્તર છે ? फअइ.

વળી अમાંથી बकની સમાન્તર લીટી દોરવાની છે. બે સમાન્તરોને છેદતી આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના અંદરના ખુણાઓનો શો સંબંધ છે ? એ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. अ માંથી ड સુધી એક આડી લીટી દોરો. ∠अडब અંદરનો ખુણો છે? હા. ત્યારે બીજો અંદરનો ખુણો કેવડો હોવો જોઈએ? ∠अडबનો ન્યૂનતાપૂરક. ત્યારે अडब ખુણો માપો. તેનો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કેવડો? આ ખુણા બરાબર अ આગળ अड સાથે डअफ ખુણો કંપાસથી અથવા પ્રોટ્રેક્ટરથી બનાવો. ત્યારે अफ અને अडब લીટી કેવી છે? સમાન્તર.



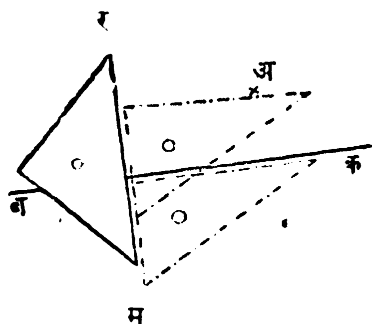
अब લીટી લો. તેની બહાર (નીચે કે ઉપર) फ એક બિંદુ લો. अबમાં એક इ બિંદુ લો. इफ સાંધો.

એક આકૃતિ કાઢી ∠अइफની બરાબર ∠इफड કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? વ્યુત્ક્રમ. એ બરાબર છે ? હા, કયી જાતની લીટીઓમાં વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર હોય છે? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

બીજી આકૃતિ કાઢી ∠बइफનો ન્યૂનતાપૂરક ∠इफड કરો. ∠बइफ અને ∠इफडનો શું સંબંધ છે? તે બન્નેનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાઓ આડી લીટીની એકજ બાજુ ઉપર અંદરના ખુણાઓ છે ? કયી જાતની લીટીઓમાં આવા અંદરના બે ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર છે ? સમાન્તર. ત્યારે अब, कड કેવી લીટીઓ હોવી જોઇએ ? સમાન્તર.

ત્રીજી આકૃતિ કાઢી ફઇ ને લ સુધી લંબાવો. ∠લ इ ब બરાબર ∠इ फ ड કરો. આ ખુણાઓ કેવા છે? મળતા આવતા ખુણા. એ બરાબર છે? મળતા આવતા ખુણાઓ ક્યારે બરાબર હોવા જોઇએ? अ ब, क ड સમાન્તર હોય ત્યારે.

સમાન્તર લીટી દોરવાની રીત.



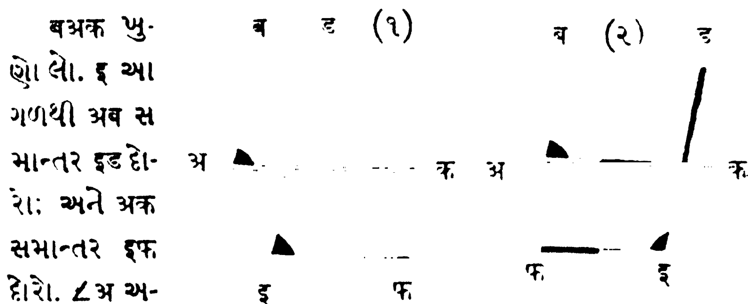
अ માંથી ब क ની સમાન્તર એક લીટી દોરવાની છે. ब क લીટી સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણો કરતી એક કોર બરાબર મુકો. એ સેટસ્કવેરની બીજી કોર સાથે બીજો સેટસ્કવેર (યા પટી) બરાબર મુકો. પહેલા સેટસ્કવેરને બીજાની કોર સાથે अ બિંદુ તરફ ખસેડો. अ બિંદુ બરાબર સેટસ્કવેરની કાટખુણો પડતી કોરની નીચે આવે ત્યારે अ માંથી એક આડી લીટી પેન્સીલ કોર સાથેજ રાખી દોરો. આ પ્રમાણે अ માંથી દોરેલી લીટી ब क ની સમાન્તર છે. કારણ કે ब क સાથે સેટસ્કવેર જે ખુણો પહેલાં કરે છે તેજ ખુણો બીજી વખતે સેટસ્કવેર अ માંથી દોરેલી લીટી સાથે પણ કરે છે. અને આ ખુણાઓ મળતા આવતા છે.

अ ब એક લીટી દોરો. अ ब ની સમાન્તર क ड દોરો. क ड ની સમાન્તર इ फ દોરો. अ ब, क ड કેવી લીટી છે? क ड, इ फ કેવી લીટી છે? સમાન્તર. अ ब, क ड નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. क ड, इ फ નું અંતર વધે ઘટે ખરૂં? નહિ. જ્યારે એ અંતરો એકજ રહે છે ત્યારે अ ब, इ फ નું અંતર કેવું હશે? એકજ. ત્યારે अ ब, इ फ નો કેવો સંબંધ હોવો જોઇએ? સમાન્તર. ત્યારે **જે લીટીઓ એકજ લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ કેવી હોવી જોઈએ? સમાન્તર.**

એકજ લીટીને ઘણી સમાન્તર લીટી દોરવા વિષે.

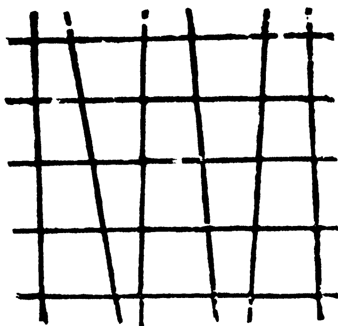
अ ब એક લીટી લો. તેની બહાર ઉપર કે નીચે क, ड, इ, फ ल બિંદુ લો. अ ब સાથે સેટસ્કવેરની બાજુની કોર બરાબર મુકો. અને બીજી બાજુની કોર સાથે ફુટપટી મુકો. (અથવા બીજો સેટસ્કવેર મુકો.) આ ફુટપટી સાથે પહેલા સેટસ્કવેરને જોઈએ તે પ્રમાણે ઉપર અથવા નીચે क, ड, इ, फ, ल બિંદુઓ પહેલી કોરની બરાબર નીચે આવે તેમ ખસેડો અને તે વખતે કોરની નીચેથી કોરની સાથે પેન્સીલ રાખી क, ड, इ, फ, ल માંથી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ આપેલી अब લીટીને સમાન્તર છે.

ચાર બિંદુઓ ગમે ત્યાં લઈ ઉપલીજ રીતે अ ब ની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.



बअक ખુણો લો. इ આગળથી अब સમાન્તર इड દોરો; અને अक સમાન્તર इफ દોરો. ∠अ અને ∠इ માપી જુઓ. આ બે ખુણાઓનો કાંઇ સંબંધ છે? (૧) માં ∠अ ની ઉપર ∠इ મુકો. આ ખુણાઓ સરખા છે? હા. (૨) માં ∠अ, ∠इ ખુણા કાપી લઇ એક લીટીની સાથે ઉપર યા નીચે બન્ને પાસે પાસે મુકો. આ બે ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ લીટીની સાથે બરાબર મળી જાય છે? હા. ત્યારે એ બે ખુણાનો શો સંબંધ છે? એ બે ખુણા મળી બે કાટખુણા છે? અથવા બન્ને અરસપરસ ન્યૂનતાપૂરક છે? હા.

(ग) આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીઓથી થતા અંતર્ભાગો.

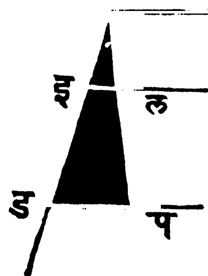


अब ઉભી લીટી લો. તેની ઉપર ગમે તે પાંચ બિંદુઓ સરખે એકજ અંતરે લો. એ બિંદુઓમાંથી દોરેલી પાંચ ગમે તે સમાન્તર લીટીઓને છેદે તેમ ઉભી લીટીઓ દોરો. પહેલી લીટી ઉપર સમાન્તરોની વચ્ચે થતા ચાર અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? બીજી લીટી ઉપરના અંતર્ભાગો માપો. એ સરખા છે? હા. ત્રીજીના માપો. એ સરખા છે? હા. ચોથીના માપો. એ સરખા છે? હા. પાંચમીના માપો. દરેક લીટીના એ અંતર્ભાગો સરખા છે? હા. વગેરે.

ત્યારે આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

"ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તરોની વચ્ચે થતા કોઈ પણ એક લીટીના અંતર્ભાગો સરખા હોય તો તેજ સમાન્તરોને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ બરાબર છે."

अब, अक બે લીટી કોઇ પણ ખુણો કરે એમ દોરો. अब ઉપર इ બિંદુ લો. अब ઉપર ड બિંદુ એવું લો. કે इ ड અંતર अइ ના કરતાં બમણું હોય. अ, इ, ड માંથી ત્રણ સમાન્તરો દોરો. સમાન્તરો अ क ને ल, प માં છેદે છે. अल, लप નો શો સંબંધ છે? ल प અંતર અર્ધું કરો. તે અર્ધા ભાગને अल ઉપર મુકો.



ઉપલા પ્રયોગમાં इ ड અંતર अ इ થી ત્રણ ગણું, ચાર ગણું, પાંચ ગણું, છ ગણું, લો. પછી इ, ड માંથી સમાન્તરો દોરો. આ સમા-

ન્તરો अ क ને ल, प માં છેદે છે, ત્યારે अ ल, ल प માપો. अ ल, ल प સરખાવો. ल प, अ क થી કેટલાગણું છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

(घ) સમાન્તર લીટીઓ વચ્ચેનું અંતર.

अ ब, क ड બે સમાન્તરો દોરો. તેની ઉપર ત્રણ ચાર અંતરો બતાવ્યા પ્રમાણે દોરો. સમાન્તર લીટીની વચ્ચેનાં આ અંતર માપો. આ અંતરો બધાં સરખાં છે ? નહિ. આ અંતરો સમાન્તરો સાથે જે ખુણા કરે તે માપો. આ ખુણાઓ સરખા છે ? ૧ નીચેની સમાન્તર સાથે જે ખુણો કરે તેવડોજ ખુણો ૨ પણ કરે છે ? નહિ. ૩, ૪, વગેરે પણ તેવડાજ ખુણા કરે છે ? નહિ. ૩ જે ખુણો કરે તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખો. જમણા હાથ પર જઇએ તેમ તેમ ૨, ૩, ૪, ૧ ના કરતાં क ड સાથે મોટા ખુણા કરે છે કે નાના ? મોટા. કયું અંતર क ड સાથે કાટખુણો કરે છે ? ૩. એજ અંતર अ ब ની સાથે કયો ખુણો કરે છે ? કાટખુણો. ૩ અંતર બધાં અંતરોમાં નાનામાં નાનું છે ? હા. એના કરતાં નાનું અંતર કોઈ પણ બાજુ ઉપર દોરી શકાય ખરું કે ? નહિ. તેથી બે સમાન્તરોની વચ્ચે જે લંબ અંતર છે તે સૌથી નાનું છે અને તેથી બે સમાન્તરોનું અંતર તેઓની વચ્ચે કાટખુણે લેવાય છે. ત્યારે બે સમાન્તર લીટીઓની વચ્ચેનું અંતર કયા નિયમે કાઢવું જોઇએ ? **જે અંતર બે સમાન્તરોને લંબ હોય તેજ અંતર લેવું.** તમારી લીટીવાળી નોટબુકમાં જે લીટીઓ સમાન્તર છે તેની વચ્ચેનાં અંતરો ઇંચ અને મી. મી. માં માપો; અને સરખાવો. બે સમાન્તરને લંબ હોય તેમ એક લીટી દોરો. આ લીટી બીજી સમાન્તરને મળે તેમ લંબાવો. આડી લીટી અને બીજી સમાન્તર વચ્ચેનો ખુણો માપો. એ ખુણો કેવો છે ?

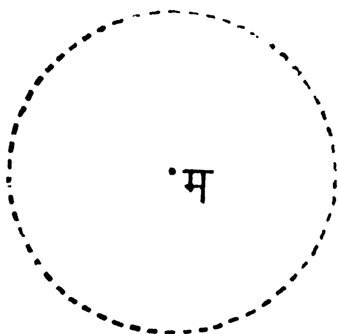
ત્રણ, ચાર, પાંચ, સમાન્તરો દોરો. એકને લંબ હોય તેવી એક લીટી દોરો. આ લીટી બીજી સમાન્તરોને છેદે તેમ લંબાવો. આ આડી લીટી અને બાકીની સમાન્તરોની વચ્ચેના બધા ખુણા માપો અને સરખાવો; આ ખુણાઓ કેવા છે? આ પ્રયોગો પરથી શું અનુમાન કરો છો?

"બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને જો કોઈ પણ લીટી લંબ હોય તો તે લીટી બીજી સમાન્તરોને પણ લંબ હોય છે"

§ ૯. ત્રિકોણ.

(क) વર્તુળ.

પાટીઆ ઉપર વાપરવાના કંપાસના છેડામાં ચાક મૂકી કંપાસના બન્ને છેડાને એક ફૂટ દૂર લો. પાટીઆ ઉપર મ બિંદુ લઈ તેના ઉપર કંપાસનું લોખંડનું અગ્રબિંદુ મૂકી કંપાસને બીજે છેડેના ચાકથી એક બિંદુ પાટીઆ ઉપર મૂકો. આ બિંદુ મથી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. ચાકના છેડાનેજ સહેજ ખસેડી બીજું બિંદુ લો. આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ પ્રમાણે ચાકના છેડાનેજ સહેજ સહેજ ખસેડી એક એક બિંદુ મૂકી એ દરેક બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે એ વિદ્યાર્થી પાસે કઢાવવું. આ બધાં બિંદુ મ થી કેટલે કેટલે અંતરે છે? એક ફૂટ. બધાં



સરખેજ અંતરે છે? હા. પછી મ ઉપર લોખંડનું બિંદુ રાખી એક ફૂટનું જે અંતર બન્ને છેડાની વચ્ચે લીધું છે તેજ કાયમ રાખી ચાકના બીજા છેડાથી વર્તુળનો આખો પરિઘ દોરો. પરિઘ ઉપર એકાદ બિંદુ લો. આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. (બીજું

લઇ) આ બિંદુ મ થી કેટલું દૂર છે? એક ફૂટ. આ (પરિધ) લીટી ઉપરનાં કયાં કયાં બિંદુ મ થી એક ફૂટ અંતરે છે? આ લીટી ઉપરનાં કેટલાં બિંદુ મ થી એક ફુટ અંતરે છે? બધાં. વર્તુળના મધ્યબિંદુ અને પરિધનાં બિંદુઓ વચ્ચેના અંતર વિષે આ ઉપરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે? **"પરિધ ઉપરનાં બિંદુઓ મધ્યબિંદુથી બધાંજ સરખે અંતરે આવેલાં હોય છે."**

મધ્યબિંદુથી ૧૧ ફુટ અંતરે એક બિંદુ લેા. આ બિંદુ મધ્ય બિંદુથી કેટલું દુર છે? એક ફુટથી વધારે કે ઓછે અંતરે છે? એ વર્તુળની બહાર છે કે અંદર? મધ્યબિંદુથી ૧૧ ઇંચ અંતરે એક બિંદુ લેા. ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્ન કરી પૂછેા કે મધ્ય બિંદુથી એક ફુટ અંતરે આવેલું બિંદુ પરિધની બહાર અથવા અંદર હેાઈ શકે ખરૂં? નહિ.

ડ્રોઇંગનાં સાહિત્યેામાંથી કેાઈ એક ગેાળ વસ્તુ લેા. તેના પરિધ ઉપર બરાબર એક પાતળી દેારી વિંટાળેા. બરાબર એક વખત વિંટાઇ રહે કે જેટલી દેારી વિંટળાઈ હેાય તેટલી કાપી લેા. આ કટકેા ફૂટપટીથી માપેા. એજ ગેાળ વસ્તુનેા વ્યાસ માપેા. પહેલા કટકાની લંબાઇ આ લંબાઈ સાથે સરખાવેા. પરિધની લંબાઈ વ્યાસની લંબાઇથી કેટલા ગણી છે?

ટેબલ ઉપર એક પૈસેા અથવા રૂપીઓ મુકેા. અને તેની આસપસ દેારેા વિંટાળી ઉપલેા પ્રયેાગ કરેા. પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈ કયા પ્રમાણમાં છે?

સાત ઇંચ વ્યાસનેા એક વર્તુળ દેારેા તેના પરિધના એક બિંદુથી શરૂ કરી આસપાસ દેારેા વિંટાળેા. એક ફેરેા બરાબર પુરેા થઈ રહે ત્યારે દેારેા કાપી લેા. આ દેારેા પરિધની લંબાઇ બરાબર છે? પરિધ અને વ્યાસની લંબાઈનું પ્રમાણ શું છે?

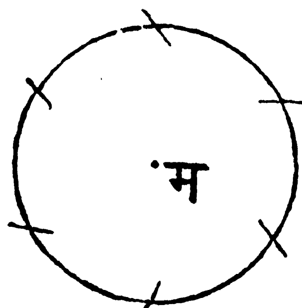
૨.૮', ૯.૧ સે. મી., ૧.૪', વગેરેના વ્યાસ લઇ વર્તુળ દેારી ઉપલેાજ પ્રયેાગ કરેા. પરિધ વ્યાસથી કેટલા ગણેા મેાટેા લાગે છે? એ વિષે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે? હા. કયેા નિયમ? પરિધ વ્યાસથી ૩$\frac{1}{7}$ ગણેા છે. અથવા પરિધ અને વ્યાસ ૨૨ : ૭ ના પ્રમાણમાં છે.

એક વર્તુળ દોરો. પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, इ, વગેરે બિંદુઓ પાસે પાસે લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણીઓ મારો. अ થી શરૂ કરી ટાંકણી અંદર રહે તેમ તેની આસપાસ દોરો વિંટાળો. એક ફેરો પુરો થાય કે દોરો કાપી લો. આ દોરો પરિધની લંબાઈ આશરે બતાવે છે એમ માલમ પડશે. એ દોરો વર્તુળની ત્રિજ્યાથી કેટલા ગણો છે? આશરે સવા છ ગણો.

ઉપલાજ પ્રયોગમાં अ, ब, क, ड, વગેરે તદ્દન પાસે પાસે મુકો. અને એ પ્રયોગ કરો. આ વખતે દોરાની લંબાઇ પહેલી વખતના જેટલીજ છે? ના. વધારે કે ઓછી છે? વધારે.

એ પ્રમાણે अ, ब, क, ड, इ, વગેરે તદ્દન પાસે પાસે આવે તેમ પ્રયોગ કરો. આ વખતે પરિધ ઉપર દોરો બરાબર આવે છે કે નાહ? આવે છે.

આ પ્રયોગો પરથી માલમ પડે છે કે પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड, વગેરે જેમ જેમ પાસે પાસે લઇએ તેમ તેમ अ ब અને તેની ઉપરના કૌંસની વચ્ચેનો તફાવત ઓછો થતો જાય છે, અને अ, ब, क, ड વગેરે છેક તદ્દન પાસે લઇએ તો પરિધ અને अ ब क ड...ની વચ્ચે કાંઇજ તફાવત રહેતો નથી. આ ઉપરથી દસાવો કે વર્તુળમાં દોરેલા બહુકોણની બાજુઓની સંખ્યા જેમ વધે, એટલે બાજુઓ દરેક બહુજ નાની થાય છે તેમ એ બહુકોણની બાજુઓ પરિધની પાસે અને પાસે આવે છે; અને આખરે તેની પરિમિતિ પરિધના જેવડીજ થઇ રહે છે.



કાગળ ઉપર કોઈ પણ વર્તુળ દોરો. પરિધના કોઈ પણ બિંદુથી શરૂ કરી ત્રિજ્યાના જેવડા જેટલા ભાગ થાય તેટલા કરો. છેલ્લા અંતરનો બીજો છેડો પહેલા બિંદુ ઉપર બરાબર આવે છે? પરિધ ઉપર કેટલા ભાગ પડયા છે? ૭. આ ભાગોની વચ્ચે

વચ્ચે પરિધ ઉપર જે જે બિંદુઓ છે તેને અનુક્રમે સાંધો. આ દરેક જ્યા* માપો. દરેક કેટલી લાંબી છે? ત્રિજ્યાના જેટલી.

(ख) વર્તુળ અને ત્રિકોણ.

૧.૫" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. ૩.૨" ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો.

૭.૪ સે. મી. ત્રિજ્યાનો વર્તુળ દોરો. એ પ્રમાણે ચાર પાંચ બીજા વર્તુળ દોરો.

म બિંદુ આગળથી એક તોપનો ગોળો બધી બાજુ ૩½ માઈલ સુધી જાય છે તો કેટલી જગ્યામાં તોપના ગોળા પડી શકે? (૧ મા : ૧")

अ આગળ ઉભો રહી એક માણસ શિકાર કરે છે. તેની બંદુકની ગોળી ૪૦૦ વાર સુધી જઇ શકે તો કેટલા ભાગમાંથી તે માણસ જનાવરને મારી શકશે? (૪૦ વાર : ૧ સે. મી.)

બે કિલ્લાઓ ૧૦ માઇલને અંતરે છે. દરેકમાંથી તોપનો ગોળો ૭ માઇલ અંદર પડી શકે છે. જે સફાઇમાં બન્નેના ગોળા આવી પડે તેની આકૃતિ ૧ મા : ૧ સે. મી. ના પ્રમાણમાં કાઢો.

એક માળી એક ગોળ બગીચામાં (ત્રિજ્યા ૫૦') તેની કોર ઉપર ઉભો રહી ૭૦ ફુટ આસપાસ પાણી છાંટી શકે છે તો જે સફાઇમાં પાણી ન જાય તેની આકૃતિ પાડો. (૧૦ ફુટ : ૧").

૨" દૂર હોય એવાં બે अ, ब બિંદુ લો. अ થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો. (अ મધ્ય બિંદુ લઈ ૨" ત્રિજ્યાનાં વર્તુળનો પરિધ દોરો.) ब થી ૨" દૂર આવેલાં બધાં બિંદુઓ બતાવો, अ અને ब બન્નેથી ૨" દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે. कअ, कब; डअ, डब સાંધો. अब, बक, कअ દરેક કેટલી લાંબી છે? अब, बड, डअ દરેક કેટલી લાંબી છે?

૩.૫" દુર આવેલાં अ, ब બિંદુ લો. अ થી ૪.૧" દુર આવેલાં બધાં બિંદુ બતાવો. ब થી ૨.૭" દુર આવેલાં સઘળાં બિંદુ બતાવો.

---

*જ્યા—પરિધ ઉપરનાં કોઇ પણ બે બિંદુને જોડનારી લીટી જ્યા કહેવાય છે.

अ થી ૪.૧" દુર અને ब થી ૨.૭" દુર આવેલાં કેટલાં બિંદુઓ છે? બે. ધારો કે તે क, ड છે. अड, बड કેટલી કેટલી લાંબી છે? अक, बक કેટલી કેટલી લાંબી છે?

ઉપલા પ્રયોગોમાં આપણે કેવાં બિંદુઓ શોધ્યાં છે? બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલાં. ત્યારે આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે આ ઉપરથી કાંઈ નિયમ નીકળે છે ખરો? હા. બે આપેલાં બિંદુથી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધવાને માટે કયો નિયમ છે?

આ બિંદુને આપેલાં બે બિંદુ જોડે સાંધીએ તો જે આકૃતિ થાય છે તે જુઓ. એમાં કેટલા ખુણા છે? ત્રણ. કેટલી બાજુ છે? ત્રણ.

૨.૭" દુર આવેળાં अ, ब બે બિંદુ લો. अथी ૨.૯" દુર અને बथी ૩.૩" દુર આવેલું क બિંદુ શોધી કાઢો. अब, बक, कअ સાંધો. अब કેટલી લાંબી છે? बक કેટલી લાંબી છે? कअ કેટલી લાંબી છે? अबक કેવી આકૃતિ થઈ? ત્રણ ખુણા અને બાજુ વાળી.

ઉપર પ્રમાણેનો પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઈઓ લઈ ચાર પાંચ વખત કરો.

ઉપલા પ્રયોગમાં अ ब, क ब, क अ લંબાઈઓ આપેલી છે. એવી લંબાઇનો જે ત્રિકોણ થાય તે દોરવાને એ પ્રયોગો પરથી કાંઇ નિયમ નીકળે છે?

"अब, कब, कअ ત્રણ બાજુનો ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો अब દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને कअ ત્રિજ્યાનો એક વર્તુળ દોરો. ब મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાનો બીજો વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળો જે બિંદુમાં છેદે તે બિંદુને अ, क જોડે સાંધો. अबक માગેલો ત્રિકોણ છે."

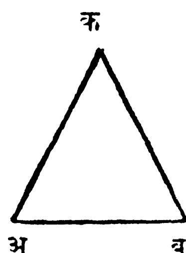
ઉપલા પ્રયોગોમાં अ ब क, अ ब ड ત્રિકોણો થયા છે તે કાંઇ રીતે સરખા થાય એવું કાંઇ માલમ પડે છે?

નીચેનાં માપ પરથી ત્રિકોણો કાઢોઃ—

अ ब	૯.૭ સે. મી.	ब क	૯.૯ સે. મી.	क अ	૯.૭ સે. મી.
,,	૭.૭ ,,	,,	૯.૩ ,,	,,	૯.૩ ,,
,,	૫.૧ ઈંચ,	,,	૪.૨ ઈંચ,	,,	૩.૭ ઈંચ.

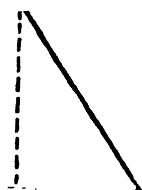
अब ૩.૨ ઇંચ,	बक ૪.૨ ઇંચ,	कअ ૧.૭ ઇંચિ,
,, ૪.૨ ,,	,, ૩.૧ ,,	,, ૬.૩ ,,
,, ૧૧૧ મી. મી.	,, ૮૨ મી. મી.	,, ૬૧ મી. મી.
,, ૭૮ ,,	,, ૫૩ ,,	,, ૬૪ ,,

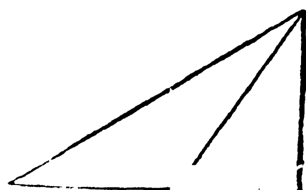
(ग) બાજુ ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.



ત્રિકોણને જે બાજુ ઉપર ઉભો રહેલો આપણે ધારીએ છીએ તે બાજુ ત્રિકોણનો **પાયો** કહેવાય છે. अ ब ઉપર ત્રિકોણ ઉભો છે એમ ધારીએ તો अ ब પાયો છે; ब क ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો ब क પાયો છે; क अ ઉપર તે ઉભો છે એમ ધારીએ તો તે क अ પાયો છે.

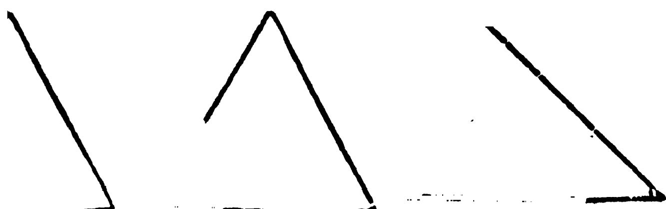
પાયાની સામેના ખુણાને **શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો** કહે છે. શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર દોરેલી લંબને ત્રિકોણની **ઉંચાઈ** કહે છે. નીચેના अबक ત્રિકોણોમાં अड દરેક ત્રિકોણની ઉંચાઇ છે.





પાટીઆ ઉપર એકાદ (૧) સમબાજુ ત્રિકોણ, (૨) એકાદ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ, (૩) એકાદ વિષમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. (૧) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. બાજુઓનો કાંઈ સંબંધ માલમ પડે છે? (૨) બતાવી બાજુઓ સરખાવો. કેટલી બાજુઓ સરખી છે? એ. (૩) બતાવી કેટલી બાજુઓ બરાબર છે? એક બાજુ બરાબર

હોય એવો ત્રિકોણ આવી શકે ખરો ? એમ બોલવામાં શું ભૂલ થાય છે તે કહો.



(૧)સમબાજુ ત્રિકોણ. (૨)સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. (૩)વિષમબાજુ ત્રિકોણ.

વ્યાખ્યા–જે ત્રિકોણમાં ત્રણે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમબાજુ** (સમ = બરાબર) ત્રિકોણ કહે છે.

વ્યાખ્યા–જે ત્રિકોણમાં ગમે તે બે બાજુ બરાબર હોય તેને **સમદ્વિબાજુ** (સમ = બરાબર, દ્વિ = બે) ત્રિકોણ કહે છે.

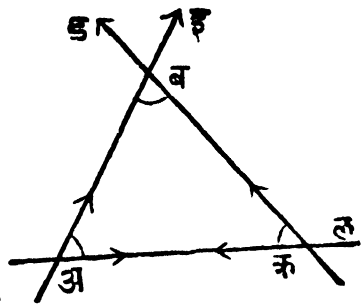
વ્યાખ્યા–જે ત્રિકોણમાં કોઇ પણ બે બાજુ બરાબર નથી હોતી તેને **વિષમબાજુ** (વિષમ = બરાબર નહિ) ત્રિકોણ કહે છે.

થોડાક સમબાજુ, થોડાક સમદ્વિબાજુ, થોડાક વિષમબાજુ ત્રિકોણો વિદ્યાર્થી પાસે કંપાસથી અને ફુટપટીથી દોરાવો. પછી ફક્ત હાથથીજ દોરાવો.

(ઘ) ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાનો સરવાળો.

ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણા કાપી લો. એ ત્રણ ખુણાને એકેકની પાસે પાસે મૂકી એક લીટીની ઉપર મૂકો. એ ત્રણે ખુણા મળી કેટલો સરવાળો થયો ? એ સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે ? હા. ગમે તે એક ત્રિકોણ કાઢો. તેના ત્રણે ખુણાને કોણ માપકથી માપો; ને તેનો સરવાળો કરો. આ સરવાળો કેટલો છે ? ૧૮૦°. આ પ્રમાણે ઘણી વખત કરો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ લાગે છે ? હા. કયો નિયમ લાગે છે ? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**

अबक કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. अक ઉપર એક પેન્સીલ તીરની દિશામાં મૂકો. क તરફ તેનો પાતળો છેડો અને अ આગળ જાડો છેડો રહેવા દો પેન્સીલ કયી દિશામાં છે ? પશ્ચિમથી પૂર્વમાં.



अ આગળ છેડાને રાખી પેન્સીલને अब ની દિશામાં લઇ જાવ. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? अब ઉપર. પાતળો છેડો કયી દિશામાં છે ? अबની દિશામાં. કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? ∠अ માંથી હવે પેન્સીલને ब આગળ લઇ જાવ અને बइ દિશામાંથી बड દિશામાં મૂકો. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? बड ઉપર. કયી દિશામાં ? बडની. પેન્સીલને હવે કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે ? अबकમાંથી. પહેલાં કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી ? ∠अમાંથી. એ વખત મળી કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે ? ∠अ + ∠ब માંથી. હવે પેન્સીલને क આગળ कब ઉપર નીચે સેરવો. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? कब ઉપર. કોઇ પણ ખુણામાંથી અત્યારે ફેરવી છે ? નહિ. પેન્સીલને ∠बकअમાંથી ફેરવો. પેન્સીલ હવે ક્યાં છે ? कअ ઉપર. અત્યારે કયા ખુણામાંથી પેન્સીલને ફેરવી છે ? ∠बकअ માંથી. પહેલાં કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી હતી ? ∠अ અને ∠ब માંથી. એકંદર આપણે પેન્સીલને કયા કયા ખુણામાંથી ફેરવી છે ? ∠अ + ∠ब + ∠क માંથી. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી પેન્સીલને આપણે ફેરવી છે ? હા. અત્યારે પેન્સીલ કયી દિશામાં છે ? પૂર્વથી પશ્ચિમ છે ? પહેલાં તે કયી દિશામાં હતી ? પશ્ચિમથી પૂર્વ. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણામાંથી ફેરવતાં પેન્સીલની દિશા કેટલી બદલાઇ ગઇ ? વર્તુળના કેટલા ભાગમાંથી તે ફરી ? અર્ધા. કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી ? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાના સરવાળા વિષે શું અનુમાન કરો છો ? **ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે.**

પ્રશ્નો.

૧. ત્રિકોણમાં નીચેના બે ખુણા આપ્યા હોય તો ત્રીજો ખુણો કેવડો?

(૧) ૫૪°, ૭૬°; (૨) ૪૧°, ૯૧°; (૩) ૫૩°, ૫૭°; (૪) ૬૧°. ૭૯°; (૫) ૭૨°, ૯૧°; (૬) ૧૧૫°, ૨૩°; (૭) ૪૭°, ૫૧°.

૨. નીચે પ્રમાણેનો એકેક ખુણો આપેલો છે અને બાકીના બન્ને ખુણા સરખા છે એવા ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું ?

૫૨°, ૪૭°, ૨૬°, ૪૨°, ૬૮°, ૭૨°, ૪૧°, અને ૧૫°.

૩. પ્રશ્ન ૨માં જે સરખા ખુણા છે તે દરેક તેમાં જે ખુણો આપ્યો છે તેના જેવડો છે તો ત્રિકોણના ખુણાનાં માપ શું?

૪. જો ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સરખા હોય તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૫. નીચેના ખૂણાવાળા ત્રિકોણો કોઈ પણ પાયા ઉપર આવી શકે ખરા?

(૧) ૯૦°, ૬૦°, ૩૦°; (૨) ૭૧°, ૯૦°, ૨૦°; (૩) ૧૩૫°, ૨૧, ૨૩°: (૪) ૪૭°, ૩૩°. ૯૯°; (૫) ૩૧°, ૩૨°, ૧૧૫°; (૬) ૧૨°, ૬૨. ૧૦૬°; (૭) ૨૫°, ૪૫°, ૧૧૦°; (૮) ૫૦°, ૭૦°, ૬૧°; (૯) ૧૩, ૫૫°, ૧૧૦°.

૬. ઉપરના પ્રશ્નમાં ત્રિકોણ ન બની શકે તો તેનું શું કારણ છે?

૭. ત્રિકોણ ન બને તેવા ખુણાની દશ જોડ બોલો.

૮. એક લીટી દોરો; તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી સાંકડો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૯. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી કાટખૂણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે? કારણ કહો.

૧૦. એક લીટી દોરો. તેના બન્ને છેડા ઉપર એકેક લીટી પહોળો ખુણો કરે તેમ દોરો. આ ત્રણ લીટીઓથી ત્રિકોણ બને છે ?

૧૧. કોઇપણ ત્રિકોણમાં નીચેના ખૂણાની કયી કયી જોડ હોઈ શકે?

૧ લો ખૂણો.	૨ જો ખૂણો.	૩ જો ખુણો.
(૧) કાટખુણો.	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.
(૨) કાટખૂણો.	સાંકડો ખુણો.	પહોળો ખુણો.
(૩) સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખૂણો.
(૪) પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખૂણો.	સાંકડો ખુણો.
(૫) કાટખૂણો.	કાટખૂણો.	સાંકડો ખુણો.

(૬) સાંકડો ખુણો.	સાંકડો ખુણો.	પહોળો ખુણો.
(૭) પહોળો ખૂણો.	પહોળો ખુણો.	પહોળો ખૂણો.
(૮) કાટખુણો.	કાટખુણો.	કાટખુણો.

(ङ) ખુણા ઉપરથી ત્રિકોણનો પ્રકાર.

પાટીઆ ઉપર એકાદ કાટખુણુ (૧), એકાદ પહોળખુણુ (૨) અને એકાદ સાંકડખુણુ (૩) ત્રિકોણુ દોરો. (૧) બતાવી આ ખુણો કેવો છે? કાટખુણો. એ ત્રિકોણુમાં બીજો કાટ ખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્રિકોણુમાં કેટલા કાટખુણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણુમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને **કાટખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.

કાટખુણુ ત્રિકોણુ.

(૨) બતાવી આ ખુણો કેવો છે? પહોળો ખુણો. એ ત્રિકોણુમાં બીજો પહોળો ખુણો આવી શકે ખરો? નહિ. ત્યારે ત્રિકોણુમાં કેટલા પહોળા ખુણા આવી શકે? **એકજ.** જે ત્રિકોણુમાં એક ખુણો પહોળો ખુણો હોય તેને **પહોળખુણુ ત્રિકોણુ** કહે છે.

પહોળખુણુ ત્રિકોણુ.

(૩) જો ત્રિકોણુ બતાવો. આમાં કેટલા સાંકડા ખુણા છે?

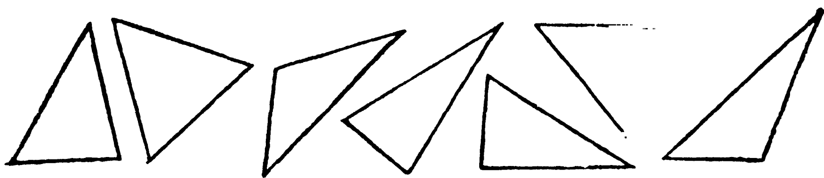
(૧) માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? બે. (૨)માં કેટલા સાંકડા ખુણા છે? બે. ત્યારે કોઈ પણ ત્રિકોણુમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા સાંકડા ખુણા આવી શકે? બે. ત્યારે બેજ સાંકડા ખુણા જેમાં હોય એવા ત્રિકોણુને સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ કહીએ તો ચાલે ખરૂં? નહિ. કારણ......બે સાંકડા ખુણાવાળા ત્રિકોણુને સાંકડખુણુ ત્રિકોણુ કહીએ તો (૧) અને (૨) માં શું ભુલ થાય છે? ત્યારે

સાંકડખુણુ ત્રિકોણ.

કાટખુણ ત્રિકોણ અથવા પહોળખુણ ત્રિકોણ ન કહી શકાય એવા ત્રિકોણમાં કેટલા ખુણા સાંકડા હોવા જોઇએ ? ત્રણ. આ ઉપરથી સાંકડખુણ ત્રિકોણ કોને કહે છે તે કહો. જે ત્રિકોણમાં ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તેને **સાંકડખુણ ત્રિકોણ** કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧૨. નીચેની આકૃતિઓના ત્રિકોણો ખુણાના પ્રકાર પ્રમાણે કેવા છે ?



૧૩. એક કાટખુણ ત્રિકોણ દોરો. તેના બે સાંકડા ખુણા કાપી લઇ કાટખૂણા ઉપર પાસે પાસે ગોઠવો. એ બન્ને ખુણા નીચેના ખુણા ઉપર બરાબર મળી રહે છે ?

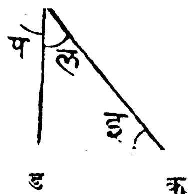
૧૪. પ્રશ્ન ૧૩ માં સાંકડા ખુણા માપી તેનો સરવાળો કરો.

એ બે ખુણા મળી એક કાટખુણા બરાબર છે ? એ બે ખુણાને અરસપરસ શું કહી શકો ?

૧૫. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક સાંકડો ખુણો ૫૩^0, ૩૭^0, ૪૮^0, ૭૧^0, ૧૯^0, ૫૯^0, ૬૭^0 કે ૩૯^0 હોય તો બીજો સાંકડો ખુણો કેવડો ?

૧૬. કાટખુણ ત્રિકોણમાં બે સાંકડા ખુણા અરસપરસ કોટિખુણા છે કે નહિ તે કોઇ પણ પાંચ કાટખુણ ત્રિકોણ લઇ તપાસી જુઓ.

૧૭. अबक ત્રિકોણમાં ∠ बअक કાટખુણો છે. અને अड, बक ઉપર લંબ છે. તો ∠ ब = ૪૨^0 હોય તો ∠ प કેવડો છે ? ∠ ल કેવડો ? ∠ इ કેવડો ?

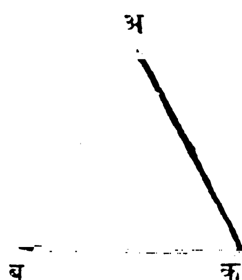


૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ માં ∠ ब = ૩૫^0, ૪૭^0, ૬૩^0, ૫૧^0, ૧૯^0, ૨૩^0 કે ૭૧^0 હોય તો ∠ इ, ∠ ल, ∠ प દરેકનું व મહત્વ કાઢો.

(च). ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા.

કોઇ પણ अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો. अकड ખુણો ત્રિકોણની બહાર છે કે અંદર? બહાર. अकड ખુણાને ત્રિકોણનો બાહ્ય ખુણો કહે છે. ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને બન્ને દિશામાં લંબાવો. ત્રિકોણના કેટલા બાહ્ય ખુણા છે? છ. પણ ત્રિકોણના દરેક શિરોબિંદુ આગળના સામસામેના કેટલા ખુણા છે? બે. એ બે સરખા છે? હા. તેથી દરેક શિરોબિંદુ આગળના **એકજ** બહારના ખુણાને બાહ્યખુણા તરીકે ગણવામાં આવે છે અને તેથી ત્રિકોણની ત્રણે બાજુને **અનુક્રમે** લંબાવીએ તો એ પ્રમાણે થતા બહારના ત્રણ ખુણા ત્રિકોણના બાહ્યખુણા લેવાય છે.

अबक એક ત્રિકોણ દોરો. अ, ब અને क એ ત્રણે ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે ∠अ + ∠ब નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠क. તેમજ ∠ब + ∠क નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠अ. અને ∠अ + ∠क નો ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠ब



એક બીજો अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની बक બાજુ ड સુધી લંબાવો. ∠अकब નો ન્યુનતાપૂરક ખુણો કયો? ∠अकड. અને ઉપલા પ્રયોગ પ્રમાણે બીજો જવાબ શું? ∠अ+∠ब. ત્યારે ∠अकड અને (∠अ+∠ब) નો શું સબંધ હોવો જોઇએ? તે બરાબર હોવા જોઇએ. આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણા અને અંદરના ખુણાનો શું સબંધ હોવો જોઇએ? એ વિષે કાંઈ નિયમ નીકળે છે?

“ત્રિકોણનો કોઇપણ બાહ્ય ખુણો ત્રિકોણની માંહેના તે બાહ્યખુણાની પાસેના ખુણા સિવાયના બાકીના બે ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.”

ત્રિકોણના બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો.

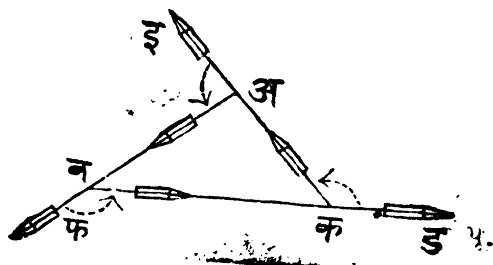
કોઇ પણ अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. બહારના ત્રણે ખુણા કાપી કાઢો. અને તેને પાસે પાસે એકજ શિરોબિંદુ આગળ ગોઠવો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

अबक ત્રિકોણ દોરી તેના બાહ્ય ખુણાઓ માપો; તેનો સરવાળો કરો. કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. એક अबक ત્રિકોણ દોરો. તેની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવો. ब આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. क આગળના અંદરના અને બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. अ આગળના એજ બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. ત્યારે अ, ब,' क આગળના ત્રણે અંદરના અને ત્રણે બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? ૭ કાટખુણા. અને ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાનો સરવાળો શુ? બે કાટખુણા. ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્ય ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા.

આ ઉપરથી ત્રિકોણના બાહ્યખુણાના સરવાળા વિશે શું અનુમાન કરો છો? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.**

પછી નીચે પ્રમાણેનો પ્રયોગ કરાવી એ નિયમ બરાબર ઠસાવો.

अबक એક ત્રિકોણ લો. बक ઉપર એક પેન્સીલ મૂકો. અને તેનો જાડો છેડો क આગળ લાવો. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે?



પૂર્વમાં. એ લક્ષમાં રાખો. પેન્સીલને क આગળના બહારના ખુણામાંથી ફેરવી कअ ઉપર લાવો. પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠अकडમાંથી. પેન્સીલને अ આગળ ખસેડી अ આગળના બહારના

ખુણામાંથી તેને अब ઉપર આવે તેમ ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠इअब માંથી. પેન્સીલને ब આગળ ખસેડી ब આગળના બાહ્યખુણામાંથી ફેરવો. હવે પેન્સીલ કયા ખુણામાંથી ફરી? ∠फबक માંથી. ત્યારે પેન્સીલ એકંદર કયા કયા ખુણામાંથી ફરી? ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણામાંથી. પેન્સીલનો તીણો છેડો કયી દિશામાં છે? પૂર્વમાં. પહેલાં કયી દિશામાં તે હતો? પૂર્વમાં. ત્યારે પેન્સીલ ફરીને પાછી તેજ દિશામાં આવી. પેન્સીલને ઘડી ઘડીએ ફેરવી ત્યારે તે પૂર્વમાંજ હંમેશાં હતી? નહિ. તેની દિશા બદલાતી હતી. ત્યારે એ પ્રમાણે ફરતાં આ પ્રયોગમાં તે કેટલા આંટા ફરી? એક આખો આંટો. અને એક આખો આંટો ફરે ત્યારે વર્તુળનો કેટલામો ભાગ તે ફરી હશે? આખો વર્તુળ. ત્યારે કેટલા કાટખુણામાંથી તે ફરી? ત્યારે ત્રિકોણના ત્રણે બાહ્યખુણાનો સરવાળો શું? **ચાર કાટખુણા.**

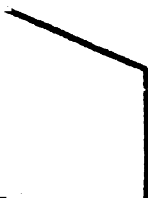
(छ) બહુકોણ આકૃતિના બાહ્યખુણાનું મહત્ત્વ.

વ્યાખ્યા—ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ચતુષ્કોણ** કહે છે.

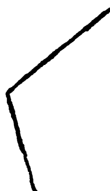
વ્યાખ્યા—ચાર કરતાં વધારે સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **બહુકોણ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—પાંચ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **પંચકોણ** કહે છે.

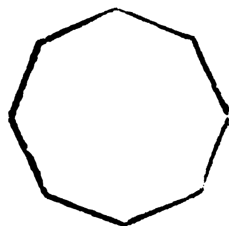
વ્યાખ્યા—૭ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને **ષટ્કોણ** કહે છે.



ચતુષ્કોણ.



પંચકોણ.



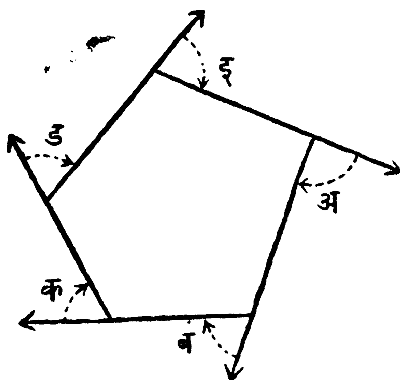
અષ્ટકોણ.

વ્યા૦—સાત, આઠ, નવ, દશ **અને** બાર **સીધી** લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને અનુક્રમે **સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ, નવકોણ, દશકોણ,** અને **દ્વાદશકોણ,** કહે છે.

કોઈ પણ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અને બહારના ખુણાઓ કોણ માપકથી માપો. સરવાળો કરો. એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર. ચતુષ્કોણના બહારના ખુણાઓ કાપી લઈ એકેકની પાસે પાસે ગોઠવો. એ બરાબર મળી રહે છે? હા. ત્યારે એ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

કોઈ પણ પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, વગેરે લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લઈ ઉપલો પ્રયોગ કરો. દરેક આકૃતિમાં બહારના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર થાય છે તે જુઓ. આ ઉપરથી બહુકોણના બાહ્ય ખુણાઓના સરવાળા વિષે શું નિયમ છે? **એ સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે,**

પછી પાસેની આકૃતિ લઈ એ નિયમ ઠસાવવાને પાના ૮૬ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રયોગ કરો. અને પ્રશ્નોત્તર કરી બતાવો કે કોઈ પણ *સીધી લીટી આકૃતિના બાહ્યખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



(ज) બહુકોણના અંદરના ખુણાનું મહત્વ.

૧ લી રીત. કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેનાં શિરોબિંદુઓને સામેના ગમે એક શિરોબિંદુ જોડે સાંધો. આમ કરવાથી ચતુષ્કોણના ત્રિકોણ થાય છે. અને દરેક ત્રિકોણના અંદરના ખુણા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? બે. તેથી ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો

*સીધી લીટીઓથી નિયમિત થએલી આકૃતિ તે સીધી લીટી આકૃતિ.

સરવાળો કેટલા ત્રિકોણના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે? બે. એટલે કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ૨ × ૨ = ૪ કાટખુણા. એજ પ્રમાણે બરાબર ઠસાવો કે

પંચકોણ = ૩ ત્રિકોણ, ખુણાનો સરવાળો = ૨ × ૩ = ૬ કાટખુણા.
પટ્કોણ = ૪ ત્રિકોણ; ,, = ૨ × ૪ = ૮ કાટખુણા.
અષ્ટકોણ = ૬ ત્રિકોણ; ,, = ૨ × ૬ =૧૨ કાટખુણા.
નવકોણ = ૭ ત્રિકોણ; ,, = ૨ × ૭ =૧૪ કાટખુણા.

૨ જી રીત. ઉપર પ્રમાણેની સીધી લીટી આકૃતિ દોરો. દરેકના અંદરના ખુણાઓ પ્રોટ્રેક્ટરથી માપો અને સરવાળો કરો. ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પરિણામ આવે છે?

૩ જી રીત. કોઈપણ અવક્રદ ચતુષ્કોણ દોરો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો. અ આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. વ આગળના બન્ને ખુણાનો સરવાળો શું? બે કાટખુણા. વગેરે. ત્યારે ચતુષ્કોણની ચાર બાજુઓ છે, એટલે ચાર શિરોબિંદુઓ છે, તેથી ચતુષ્કોણના અંદરના અને બહારના ખુણાઓનો સરવાળો શું? આઠ કાટખુણા છે? ત્યારે આ ખુણાઓનો બાજુની સંખ્યા સાથે કાંઈ સંબંધ છે? **જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા.** ફક્ત બહારના ખુણાનો સરવાળો શું? ચાર કાટખુણા. ઉપલા સરવાળામાંથી એ બાદ કરો તો ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાનો સરવાળો કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? ચાર.

પંચકોણ, પટ્કોણ, વગેરે આકૃતિ લઇ ઉપલો પ્રયોગ કરો. પંચકોણના અંદરના ખુણાઓ કેટલા કાટખુણા બરાબર છે? જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા જતાં જે બાદ બાકી રહે તેની બરાબર. ૫×૨=૧૦; ૧૦−૪=૬ કાટખુણા.
પટ્કોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો? ૬×૨=૧૨; ૧૨−૪=૮ ,,
સપ્તકોણના અંદરના ખુણાઓનો શું સરવાળો? ૭×૨=૧૪; ૧૪−૪=૧૦ ,,

એક સીધી લીટી આકૃતિની દશ, બાર, પંદર કે વીશ બાજુઓ છે તો તેના અંદરના ખુણાએ કેટલા કેટલા કાટખુણા બરાબર છે?

આ પ્રયેાગેા ઉપરથી કેાઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણાના સરવાળા વિષે કાંઇ નિયમ તમને લાગે છે? સીધી લીટી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણામાંથી ચાર કાટખુણા એાછા કરી જે બાદબાકી આવે તેટલા કાટખુણા બરાબર બધા અંદરના ખુણા છે.

૪ થી રીત. ત્રિકેાણ, પંચકેાણ આકૃતિના સંબંધી ૮૬ ને ૮૮મે પાને બતાવ્યા પ્રમાણે પેન્સીલ ફેરવીને જે પ્રયેાગ કર્યો છે તે પ્રયેાગ ચતુષ્કેાણ, ષટ્કેાણ, વગેરેની બાજુએ ઉપર પેન્સીલ મુકી કરેા. અને તે પેન્સીલ દરેક આકૃતિના પ્રયેાગમાં કેટલી કેટલી વખત આખાં ચકકર ફરે છે તે જુએા. આ ઉપરથી સીધીલીટી આકૃતિના અંદરના ખુણા સંબંધી ઉપલેા નિયમ ઠસાવેા.

૫ મી રીત. કેાઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લેા. તેની અંદર કેાઇ પણ મ બિંદુ લેા. આકૃતિનાં શિરેાબિંદુએાને મ સાથે સાંધેા. આકૃતિના કેટલા ત્રિકેાણ થાય? જેટલી બાજુ છે તેટલા. ત્રિકેાણના ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે એ નિયમ ઉપરથી આકૃતિના ત્રિકેાણના ખુણાનેા સરવાળેા શું? જેટલી આકૃતિની બાજુ છે તેથી બમણા કાટખુણા બરાબર. મ આગળના બધા ખુણાનેા સરવાળેા શું? ચાર કાટખુણા. તેથી ત્રિકેાણના બધા ખુણામાંથી એ ચાર કાટખુણા જતાં રહેતાં જે ખુણા રહ્યા તે કેાના ખુણા રહેશે? આપેલી આકૃતિના અંદરના ખુણા. ત્યારે આકૃતિની બાજુની સંખ્યા "અ" હેાય તેા તેના બધા અંદરના ખુણાનેા સરવાળેા (૨×અ−૪) કાટખુણા છે એ નિયમ સિદ્ધ કરેા.

પ્રશ્નેા.

૧૯. કેાઇ પણ ચતુષ્કેાણમાં નીચે પ્રમાણેના ત્રણ ખુણા છે તેા ચેાથેા ખુણેા કેવડેા છે તે કહેાઃ—

૧૨°, ૧૧૫°, ૭૩; ૯૭°, ૮૧°, ૫૭°; ૬૨°, ૯૦°, ૧૨૭°; ૧૨૫°, ૮૪°, ૬૩°; ૯૭°, ૫૪°, ૬૨°; ૮૧°, ૮૮°, ૮૮°.

૨૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા ૧૧૦° અને ૬૬° છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે ખુણા કેવડા છે તે કહો.

૨૧. પ્રશ્ન ૨૦ માં બે ખુણા ૫૩° અને ૫૯°, ૯૩° અને ૭૭°, ૪૯° અને ૧૨૧°, ૮૯° અને ૧૩૩°ના છે તો બાકીના ખુણા કેવડા છે?

૨૨. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી બમણો, બીજો ત્રીજાથી બમણો અને ત્રીજો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા સરખા છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૪. એક ચતુષ્કોણમાં પહેલો ખુણો બીજાથી ત્રીજે ભાગે છે, બીજો ત્રીજાની બરાબર અને પહેલો ચોથાથી બમણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો?

૨૫. એક ચતુષ્કોણમાં બે ખુણા કાટખુણા અને બાકીના બેમાંથી એક બીજાથી બમણો છે તો આ ખુણા કેવડા છે?

૨૬. એક *નિયમિત કે સમ ચતુષ્કોણમાં દરેક ખુણો કેવડો છે?

૨૭. નિયમિત પંચકોણ, ષટ્કોણ, અષ્ટકોણ, દશકોણ, અને દ્વાદશકોણનો દરેક ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૮. નિયમિત ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, ષટ્કોણ, સપ્તકોણ, અષ્ટકોણ અને દશકોણનો દરેક બહારનો ખુણો કેવડો છે તે કહો.

૨૯. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૨૦૦° ના છે તો બાકીના ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૩૦. એક ચતુષ્કોણમાં બે પાસેના ખુણા મળી ૧૭૦° ના છે તો તેની પાસેના બહારના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ વચ્ચેનો ખુણો કેવડો છે?

૩૧. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા દરેક ૮૦°ના છે અને બાકીના બે સરખા છે તો તે દરેક ખુણો કેવડો છે?

૩૨. એક પંચકોણમાં ચાર ખુણા સરખા છે, અને પાંચમો ખુણો એ દરેકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો છે?

૩૩. એક પંચકોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે, અને બાકીના બેમાંથી એ પૈકી એકથી અર્ધો, અને પાંચમો ખુણો ચોથા કરતાં ત્રણગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો હશે?

---

*જે આકૃતિની બધી બાજુ સરખી અને બધા ખુણા સરખા હોય તે.

૩૪. એક ષટ્કોણમાં ત્રણ ખુણા સરખા છે અને બાકીનો દરેક પહેલા ત્રણ પૈકી એકથી અર્ધો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૫. એક (નિયમિત) સમ બહુકોણમાં દરેક ખુણો (૧) ૧૦૮^0; (૨) ૧૭૦^0; (૩) ૧૪૦^0; કે (૪) ૧૫૦^0 છે તો તેની કેટલી બાજુઓ છે ?

૩૬. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો ?

૩૭. એક સમકોણમાં બહારનો દરેક ખુણો (૧) ૩૦^0; (૨) ૪૦^0; (૩) ૧૫^0; (૪) ૯૦^0; (૫) ૨૪^0; અને (૬) ૧૦^0; છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ છે તે કહો.

૩૮. જેમાં ૧૧^0, ૧૩^0, ૧૫^0, અને ૩૩^{0}નો દરેક બહારનો ખુણો હોય એવો મિયમિત બહુકોણ બની શકે કે નહિ ? કારણ આપો.

(झ) *સર્વસમાન અથવા એકરૂપ ત્રિકોણો.

નોટ—ત્રિકોણોની *સર્વસમાનતાના નીચેના પ્રયોગો (દરેક) જુદી જુદી આકૃતિ દોરી નવ દશ વખત કરાવી તેના નિયમો બરાબર ઠસાવવા.

(૧) કોઈપણ अबक ખુણો લો. તેવડોજ બીજો डइफ ખુણો કરો. बअ મરજી પડે તેવડી કાપો અને इड, बअ ના જેવડીજ કાપો. बक મરજી પડે તેવડી કાપો અને इफ बक ના જેવડીજ કાપો. अक અને डफ સાંધો. अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો, એવી રીતે કે अब, डइના ઉપર બરાબર પડે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે ? આવા ત્રિકોણોની સર્વ-સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગ ઉપરથી નીકળે છે ?

“જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓની વચ્ચેના અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે બરાબર છે.”

(૨) કોઇ પણ अबक ખુણો લો અને તેવડોજ બીજો डइफ

*સર્વસમાન—જે આકૃતિઓમાં બાજુઓ અને ખુણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર હોય તે એટલે આકૃતિઓ બધી રીતે બરાબર હોય તે (ક્ષેત્રફળમાં સુદ્ધાં).

ખુણો લો. बक જોઇએ તેવડી લો અને તેવડીજ લીટી इफ પણ લો. क આગળ बकअ ખુણો જોઇએ તેવડો કરો અને તેવડોજ इफड ખુણો फ આગળ પણ કરો. अबक ત્રિકોણ ઉંચકીને (અથવા પાતળા કાગળ ઉપર નકલ કરીને) डइफ ત્રિકોણ ઉપર મૂકો, એવી રીતે કે बक, इफ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે? આવા ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેનો શું નિયમ આ પ્રયોગો પરથી નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની એક બાજુ બીજા ત્રિકોણની એક બાજુની બરાબર હોય અને એ બાજુઓ ઉપરના (છેડેના) ખુણાઓ પણ બરાબર હોય તો ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

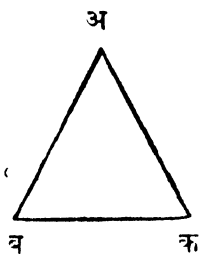
(૩) अबक ખુણો મરજી પડે તેવડો કરો. डइफ ખુણો ∠अबक ના જેવડોજ કરો. बअ જોઇએ તેવડી કાપો અને इड પણ તેવડીજ કાપો. ∠अकब ની નકલ તેલીઆ કાગળ ઉપર કરો. અને એ કાગળને ઉંચકીને એવી રીતે મુકો કે बक, इफ ઉપર પડે અને बक ને इफ ઉપર રાખીને તેલીઆ કાગળના ખુણાને ખસેડતાં ખસેડતાં એ ખુણાની બીજી શાખા લીટી લંબાવતાં ड માંથી બરાબર જાય. એ ખુણાનું શિરોબિંદુ फ આગળ આવે ત્યારે फड સાંધો ત્યારે अबक, डइफ ત્રિકોણોમાં ક્યાં ક્યાં અંગો બરાબર છે? બબ્બે ખુણા અને દરેકમાંના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ. હવે अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને डइफ ત્રિકોણ ઉપર એવી રીતે મુકો કે अब, डइ ઉપર બરાબર આવી રહે. ત્રિકોણો એક બીજાના ઉપર બરાબર આવી રહે છે? હા. આવા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે? ત્યારે શું નિયમ નીકળે છે?

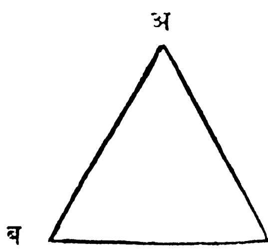
"એક ત્રિકોણના બે ખુણા તે બીજા ત્રિકોણના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય અને એક ત્રિકોણમાં એક ખુણાની સામેની બાજુ તે બીજા ત્રિકોણમાં તેના સરખા ખુણાની સામેની બાજુની બરાબર હોય તો એવા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે."

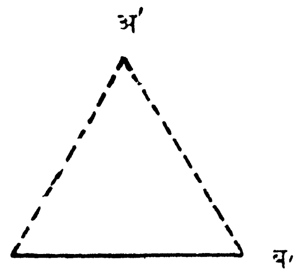
ઉપલા પ્રયેાગેામાં ત્રિકેાણુની સર્વ સમાનતા બતાવવાને માટે દરેક વખત આપણે ત્રિકેાણુનાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા પૈકી કેટલાં અંગેા લીધાં હતાં ? ત્રણ. કયાં કયાં ? (૧) માં બે બાજુ, અને તેનેા અંતર્ખુણેા; (૨) માં બે ખુણા અને તેઓની પાસેની બાજુ; અને (૩) માં બે ખુણા અને તેમાંના સરખા ખુણાની એક જોડની સામેની બાજુ.

(ञ) સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણમાં બાજુ અને ખુણાનેા સંબંધ.

કેાઇ પણ ખુણાની બે શાખા લીટીએા સરખી કાપી તેના છેડાએા સાંધી એક ત્રિકેાણ બનાવેા. સરખી બાજુની સામેના ખુણાએા માપેા. આ ખુણાએા સરખા છે ? હા. એ ખુણા સરખી બાજુની સામેના છે ? હા. એ પ્રયેાગ ચાર પાંચ વખત જુદી આકૃતિ કાઢી કરેા. આ ઉપરથી કેાઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણની સરખી બાજુની સામેના ખુણાએા વિષે શું અનુમાન કરેા છેા તે કહેા.



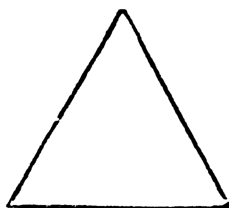




अ ब क એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકેાણ કરેા. (अब = अक). अबक ત્રિકેાણ બરાબર કાપી કાઢી ત્રિકેાણને, બાજુ ઉલટાવી, કાપેલા ત્રિકેાણની ખાલી જગ્યામાં, એવી રીતે ગેાઠવેા કે ત્રિકેાણ ખાલી ત્રિકેાણ પર આવી રહે. ब ખુણેા કયાં પડયેા છે ? ब' ઉપર. એ જગ્યાએ પહેલાં કયેા ખુણેા હતેા ? ∠क. ત્યારે ∠ब, ∠क બરાબર છે ? હા. તેજ પ્રમાણે ∠क, ∠ब સરખા કરેા. આ ઉપરથી શું નિયમ છે ?

કોઇ પણ અબક (અબ = અક) સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરો. કાગળને સળ વાળી બેવડ વાળો અને અબ ને અક ઉપર પડવા દો. આમ કરવાથી બ ખુણો કયાં પડે છે? ∠ક ઉપર. એ ખુણાઓ બરાબર મળી જાય છે? હા. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓનો શું સંબંધ છે તે આ ઉપરથી કાંઇ માલમ પડે છે? હા. એ ખુણાઓ સરખા છે. આ પ્રયોગો ઉપરથી સામાન્ય નિયમ શું નીકળે છે?

"સમદ્વિ બાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુની સામેના ખુણા સરખા છે."



એક સમબાજુ ત્રિકોણ કરો. ઉપલા પ્રયોગો કરી સમબાજુ ત્રિકોણને વિષે શું નિયમ છે તે કહાવો. એ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા કાપી લો. અને એકમેકની ઉપર મુકી સરખાવો. શુ માલમ પડે છે? એ ખુણા સરખા છે. કોણમાપકથી એ ખુણાઓ માપી જુઓ.

આ ઉપરથી સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"સમબાજુ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સરખા છે, અને તે દરેક ખુણો ૬૦° નો કે $\frac{૨}{૩}$ કાટખુણો છે."

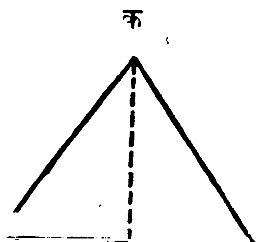
અ બ એક લીટી દોરો. અ અને બ આગળ સરખા ખુણા કરો. અબક ત્રિકોણ પૂરો કરો. અ બ ને એની ઉપરજ બેવડ વાળી ∠અ, ∠બ ઉપર આવી રહે તેમ ત્રિકોણ બેવડ વાળો. અ ક, બ ક ઉપર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે? હા. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

એક અ બ લીટી લો. અ આગળ બઅક ખુણો કરો અને તેવડોજ અબક ખુણો બ આગળ પણ કરો. ત્રિકોણની અક, બક બાજુ માપી જોઇ શું પરિણામ આવે છે તે કહો. એ બાજુઓ સરખી છે. ત્યારે ત્રિકોણના બે ખુણા સરખા આપ્યા હોય તો તેની સામેની બાજુઓનો શું સંબંધ છે? એ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

"ત્રિકોણમાં સરખા ખુણાની સામેની બાજુઓ સરખી છે."

अ ब કોઇ પણ લીટી લો. ∠अबक $\frac{2}{3}$ કાટખુણો કરો. ∠बअक $\frac{2}{3}$ કાટખુણો કરો. क ખુણો માપી જુઓ. કેવડો છે ? $\frac{2}{3}$ કાટખુણો. अबक ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા સરખા છે ? હા. अ ब, ब क, क अ માપી જુઓ. ત્રણે બાજુ સરખી છે ? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

अ ब ૪·૫ સે. મી. લો. ∠अबक ૬૦° નો કરો અને ∠बअक પણ ૬૦° નો કરો. ∠क કેટલા અંશનો છે ? ૬૦° નો. अ ब, ब क, क अ માપો. સરખી છે ? હા. આ ઉપર ત્રિકોણમાં બે ખુણા ૬૦° ના હોય તો શું નિયમ નીકળે છે ? તેનો ત્રીજો ખુણો પણ ૬૦°નો છે અને ત્રણે બાજુ સરખી છે ? ત્રણ ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ કેવો હોવો જોઇએ ? સમબાજુ.



अबक એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો. તેને એવી રીતે બેવડ વાળો કે अ, ब ઉપર આવે અને क સ્થિર રહે. ત્રિકોણના બન્ને ભાગો કેવા છે ? સરખા. अ, ब ખુણા કેવડા છે ? ૬૦°ના. સળથી ∠क ના કેવડા ભાગ થાય છે ? ૩૦°ના. अडक ત્રિકોણમાં ड ની સામેની બાજુ માપો અને क ની (૩૦°ની) સામેની બાજુ માપો. આ બાજુઓને સરખાવો. શું માલમ પડે છે ?

अ ड = ૧·૪″, ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઇ ઉપરનો ત્રિકોણ કરો.

अ ड = ૪·૭ સે. મી., ∠अ = ૬૦°′ ∠ड = ૯૦° લઇ ,,

अ ड = ૨·૩″, ∠अ = ૬૦°, ∠ड = ૯૦° લઇ ,,

દરેકમાં अ क માપી अ ड સાથે સરખાવો. કાટખુણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૩૦° નો હોય તો તેની સામેની બાજુ અને કાટખુણાની સામેની બાજુ વચ્ચે શું સંબંધ છે ?

“કાટખુણ ત્રિકોણમાં ૩૦° ની સામેની બાજુ *કર્ણથી અર્ધી છે.”

---

* કાટખુણ ત્રિકોણમાં કાટખુણાની સામેની બાજુ કર્ણ કહેવાય છે. ચતુષ્કોણ વગેરેમાં સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ કહેવાય છે.

(ટ) બીજા સર્વ સમાન ત્રિકોણો.

(૪) अब ૧·૪" લો. बक ૨·૧" અને अक ૨·૫" લઈ अबक ત્રિકોણ કરો. એજ લંબાઇઓ લઈ એક બીજો ત્રિકોણ अ′ब′क′ કરો. સરખી બાજુઓ એક બીજી ઉપર પડે તેમ अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને अ′ब′क′ ઉપર મુકો. બન્ને અરસપરસ મળી જાય છે કે કાંઈ ફેર પડે છે? બરાબર મળી જાય છે. આજ પ્રયોગ ચાર પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રણે બાજુ સરખી આપેલી હોય એવા ત્રિકોણો વિષે કાંઈ નિયમ એ ઉપરથી નીકળે છે?

'એક ત્રિકોણની ત્રણ બાજુ બીજા ત્રિકોણની ત્રણ બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.'

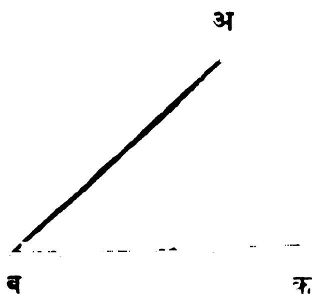
(૫) ∠बअक અને ∠डइफ કાટખુણા લો. अब ૧·૪" લો. અને डइ પણ તેવડીજ લો. ब મધ્યબિંદુ લઈ अकને कમાં છેદે તેમ એક ત્રિજ્યા લઈ કૌંસ દોરો. इ મધ્યબિંદુ લઈ बकના જેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ કૌંસ દોરી इफને फમાં છેદો. अबक, डइफ ત્રિકોણ પુરા કરો. अबक ત્રિકોણને ઉંચકીને એવી રીતે डइफ ત્રિકોણ ઉપર મુકો કે કાટખુણો કાટખુણા ઉપર અને ब, इ ઉપર આવી રહે. क, फ ઉપર બરાબર આવી રહે છે? ત્રિકોણો એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે?

अब, डइ ૨·૩"ની લઈ ઉપર પ્રમાણે अबक, डइफ બે કાટખુણ ત્રિકોણ કરો. બન્ને ત્રિકોણોમાં શું શું સરખાં આપેલાં છે? કર્ણ, એક બાજુ અને કાટખુણા. ∠ब, ∠इ માપો અને સરખાવો; ∠क, ∠फ માપો અને સરખાવો. अक, डफ માપો અને સરખાવો. આ પ્રમાણે अब, डइ ની જુદી જુદી લંબાઈ લઈ ઘણી વખત પ્રયોગ કરો. अक, डफ ની સરખી જુદી જુદી લંબાઈ લઇ એ પ્રયોગ ઘણી વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે તે કહો.

" બે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં એકની એક બાજુ બીજાની

એક બાજુની બરાબર હોય અને કર્ણો પણ સરખી હોય તો કાટખુણુ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે."

(ઠ). ત્રિકોણમાં અસમાન બાજુ અને ખુણાનો તેની સામેના ખુણા અને બાજુની જોડે સંબંધ.



अबक કોઈપણુ ત્રિકોણુ, જેમાં अब, अक કરતાં મોટી હોય તેવો લો. ∠ब, ∠क માપો અને સરખાવો. કયો ખુણો મોટો છે ? ∠क. अब, अकમાં કયી મોટી છે ? अब. ત્યારે મોટી કે નાની બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે ? મોટી બાજુની સામેનો ખુણો મોટો છે

अबक કોઇ પણુ વિષમબાજુ ત્રિકોણુ લો. ∠ब, ∠क ની પાતળા કાગળ પર નકલ કરો, અથવા તેને કાપી કાઢો. ∠क ના ઉપર ∠ब મુકી બન્નેને સરખાવો. કયો મોટો છે ? ∠क. अब, अक માપી સરખાવો. કયી બાજુ મોટી છે ? अब. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ? આ પ્રયોગ દશ વિષમ બાજુ ત્રિકોણુ લઈ કરો. ત્રિકોણમાં મોટી બાજુની સામેનો ખુણો અને નાની બાજુની સામેનો ખુણો એ એના વચ્ચે શું સંબંધ છે ? તેનો કાંઇ નિયમ નીકળે છે ?

"કોઈ પણુ ત્રિકોણુમાં એક બાજુ બીજી બાજુ કરતાં **મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે."**

अ ब એક લીટી લો. अ આગળ એક ब अ क ખુણો કરો. અને ब આગળ ∠अ ब क, ∠ब अ क કરતાં નાનો કરો. अ ब क ત્રિકોણુ પુરો કરો. बक, अक માપો અને સરખાવો. કયી મોટી છે ? बक મોટી છે. ∠अ અને ∠ ब માં કયો મોટો છે ? ∠अ. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો ?

अब એક લીટી દોરો, बअक એક ખુણો કરો અને એના કરતાં

મોટો ∠અબક કરો. ત્રિકોણુ પુરો કરી અક, બક માપી સરખાવો. કયી મોટી છે? અક. એ બાજુ મોટા ખુણાની સામેની કે નાના ખુણાની સામેની છે? મોટા ખુણાની સામેની. ઉપલા બન્ને પ્રયોગો પાંચ પાંચ વખત કરો. એ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા કરતાં મોટો હોય તો તે મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે."

પ્રશ્નો.

૩૯. કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૦. પહોળખૂણુ ત્રિકોણમાં કયી બાજુ મોટામાં મોટી હોય છે તે કહો.

૪૧. નીચેના કોષ્ટકમાં ખાલી આસનો પુરોઃ—

ત્રિકોણુ	સાંકળ ખુણુ છે?	કાટખુણુ છે?	પહોળખુણુ છે?
સમબાજુ ત્રિકોણ			
સમદ્વિબાજુ ત્રિ.			
વિષમબાજુ ત્રિ.			

નોટ. એકસરસાઇઝ બુકમાં આવો કોઠો કાઢી જવાબ લખવા.

જવાબ નક્કીજ હોય તો "હા" કે "ના" લખવું. બની શકતું હોય તો "બની શકે" કે "હોઇ શકે" લખવું.

(ड) ત્રિકોણની બે બાજુના સરવાળા અને બાદબાકીનો ત્રીજી બાજુ જોડે સંબંધ.

અય કોઇ પણ લીટી લો. અય ને મ માં દુભાગો. અ મધ્યબિંદુ અને અड ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ય મધ્યબિંદુ અને यइ ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે? નહિ. અય પાયા ઉપર એ વર્તુળો દોરી ત્રિકોણુ થઈ શકે છે? નહિ. અड, અમ થી મોટી કે નાની છે? નાની. यइ,

અ ड મ इ ય

बम થી નાની કે મોટી છે ? નાની. આ વર્તુળોથી ત્રિકોણ થતો નથી ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે શું થવું જોઇએ ? વર્તુળોએ અરસપરસ છેદવું જોઇએ. વર્તુળો ક્યારે એક બીજાને છેદે ? अड, अइથી મોટી જોઇએ, અથવા बइ, बड થી મોટી જોઈએ. ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવાને માટે अड + अइ ત્રિજ્યાઓનો अब સાથે શું સંબંધ છે ?

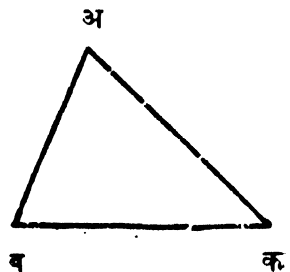
अब કોઈ પણ લીટી લો. अब ને ब તરફ ड સુધી લંબાવો. ब મધ્યબિંદુ લઇ અને बक ત્રિજ્યા લઈ એક

अ ब क ड

વર્તુળ દોરો. अ મધ્યબિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઇ એક બીજો વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળો એક બીજાને છેદે છે કે નહિ ? કારણ શું ? એક વર્તુળ બીજાની તદન અંદર રહી જાય છે. જો એક વર્તુળ બીજાને છેદે એવો દોરવો હોય તો કેવડી ત્રિજ્યા લેવી જોઇએ ? अब–बक થી મોટી ને अक થી નાની. આ ઉપરથી બે બાજુના સરવાળા કરતાં ત્રીજી બાજુ મોટી હોય તો ત્રિકોણ બની શકે કે નહિ તે વિષે શું કહો છો ? નહિ બની શકે.

अब ૨·૭", बक ૧·૩", कअ ૧·૧" બાજુઓ લઈ ત્રિકોણ કાઢો. ત્રિકોણ શક્ય છે ? अब ૩·૫ સે. મી ; बक ૧·૩ સે, મી.; कअ ૨·૨ સે. મી. નો ત્રિકોણ શક્ય છે કે નહિ ? આકૃતિઓ કાઢો. ત્રિકોણ બને છે કે નહિ ? કારણ શું ? ત્યારે ત્રિકોણ બનાવવો હોય તો कअ ઓછામાં ઓછી કેવડી લેવી જોઇએ ?

ब અને क વચ્ચેનું અંતર કેટલું છે ? ब થી क સુધી સીધું અંતર ન લેતાં ब થી ઉપર કે નીચે જઈ बअक એક વાંકી લીટી દોરો. बअक, बक કરતાં ઓછી કે વધારે છે ? વધારે. કારણ કે बअक વાંકું અંતર છે. એજ પ્રમાણે अब અંતર માપો. અને अकब વાંકું અંતર માપો. કયું મોટું છે ? अकब. કારણ કે अकब વાંકું અંતર છે. અને अक,



અબક માપો. કયું અંતર મોટું છે? અબક. કારણ કે અબક અંતર વાંકું છે? આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? ત્રિકોણની બે બાજુનો સરવાળો અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો સરવાળો ત્રીજી બાજુ કરતાં મોટો હોય છે."

અબ ૪·૬" લો. બક ૨·૫" લો. કઅ કેટલા ઈંચ કરતાં લાંબી હોય કે ત્રિકોણ થઈ શકે? (૪·૬" − ૨·૫" =) ૨·૧" કરતાં લાંબી જોઇએ. આ પ્રયોગ જુદી જુદી લંબાઈઓ લઈ કરો. આ ઉપરથી ત્રિકોણની બે બાજુની બાદબાકી અને ત્રીજી બાજુની વચ્ચે શું સંબંધ હોવો જોઇએ?

"કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઈ પણ બાજુ બીજી બે બાજુની બાદબાકીના કરતાં મોટી હોય છે."

(ઢ) અસમાન ત્રિકોણો.*

કોઇ પણ બે નાના મોટા ખુણા લો. જાડા દોપીસ્તાની બે સરખી પટીઓ કાપી કાઢો; અને બીજી બે સરખી પટીઓ કાપો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઇ એકેક છેડા ઉપર ટાંકણી મારી તે એની વચ્ચે મોટો ખુણો રાખો. (પટીઓ જોઇએ તેના કરતાં સહેજ મોટી રાખવી કે ટાંકણી મારી શકાય). બીજી બે પટીઓમાં પણ ટાંકણી મારી તે એની વચ્ચે નાનો ખુણો રાખી પહેલી બે પટીના ખુલ્લા છેડાનું અંતર માપો. કયો પાયો કોનાથી મોટો છે? કયી જોડની પટીની વચ્ચેનો ખુણો મોટો છે? બન્ને ત્રિકોણમાં કેટલી કેટલી બાજુઓ સરખી છે?

∠અબક મોટો અને ∠ડઇફ નાનો લો. બઅ, બક કોઈ પણ અંતર કાપો. બઅ ના જેવડી ઇડ કાપો; બક ના જેવડી ઇફ કાપો.

---

* જે ત્રિકોણોનાં બાજુ અને ખૂણાઓ અનુક્રમે લેતાં બરાબર ન હોય એવા ત્રિકોણ; એટલે કે જે ત્રિકોણો સર્વસમાન કે એકરૂપ નથી હોતા તે.

अक, डफ સાંધો. બન્નેને માપો. કયી બાજુ મોટી છે? अक. अक મોટી છે તેની સામેનો ખુણો, डफ નાની છે તેની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે કે નાનો? મોટો. આ ઉપરની શું અનુમાન કરો છો?

∠अबक નાનો અને ∠डइफ મોટો લો. बअ અને इड સમાન કાપો. बक અને इफ સમાન કાપો. अक, डफ અંતર માપો. કયું અંતર મોટું છે? डफ. આ પ્રયોગો ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે?

"એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખૂણો બીજા ત્રિકોણની સરખી બાજુની વચ્ચેના અંતર્ખૂણા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે."

अब, डइ બે નાની મોટી લીટી લો. अ મધ્ય બિંદુ અને अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. ड મધ્ય બિંદુ લઈ અને अक ના જેવડીજ ત્રિજયા લઈ એક વર્તુળ દોરો. ब અને इ મધ્ય બિંદુઓ અને એકજ સરખી ત્રિજ્યા લઇ બે વર્તુળો अबक, इडफ ત્રિકોણ બને તેમ દોરો. अब, डइ માપો. કયી મોટી છે? अब. ∠क, ∠फ માપો? કયો ખુણો મોટો છે? ∠क. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ પાંચ જુદી જુદી લંબાઇઓ લઇ કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

કોઈ પણ બે કાગળની પટીઓ લો. અને તેના જેવડીજ લાંબી બીજી બે પટીઓ લો. બન્ને જોડમાંથી એકેક પટી લઇ બે છેડા વચ્ચે એક ત્રીજી પટી મુકો. અને બાકીના છેડાઓને પાસે પાસે લાવો. એજ પ્રમાણે બાકીની બે પટી લઇ તેના છેડા વચ્ચે એક (પહેલાના કરતાં નાની કે મોટી) ત્રીજી પટી મુકો અને બાકીના છેડાઓને જોડી દો. આ બે ત્રિકોણમાં કયી કયી બાજુઓ બરાબર છે? બન્નેના પાયા માપો (ત્રીજી પટીઓ). કયો મોટો છે? એ પાયાની સામેના ત્રિકોણના ખુણા માપો. કયો ખુણો નાનો છે? કયો મોટો છે? આ ઉપરથી જે નિયમ નીકળે છે તે કહો.

"કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય પણ એક ત્રિકોણનો પાયો બીજા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો હોય તો પહેલા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણો બીજા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણા કરતાં મોટો છે."

(ण) ત્રિકોણનાં બીજાં લક્ષણ.

કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લો. સળ વાળી તેના પાયા ઉપર શિરોબિંદુમાંથી લંબ દોરો. પાયાના જે બે ભાગ લંબથી થાય છે તેને સરખાવો. આ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપર લંબ દોરીએ તો તે લંબ પાયાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

अबक એક સમદ્વિબાજુ (अक = बक) ત્રિકોણ દોરો. अब પાયાને સળ વાળી म માં દુભાગો. मक ને સાંધો. ∠अमक, ∠बमक માપો. ∠अकम, ∠बकम માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ લઇ કરો. શું નિયમ નીકળે છે?

"સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા ઉપરના મધ્ય બિંદુ સુધી દોરેલી લીટી* પાયાને લંબ છે અને શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના બે સરખા ભાગ કરે છે."

સમબાજુ ત્રિકોણ લઇ ઉપલા બન્ને પ્રયોગો કરો. એ નિયમો સમબાજુ ત્રિકોણને પણ લાગુ પડે છે કે નહિ? પડે છે.

अबक ત્રિકોણ લો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધી કાઢો. આ મધ્યબિંદુ અને સામેનાં શિરોબિંદુ સાંધો. આ લીટીઓ (મધ્યગાઓ)* ક્યાં મળે છે તે જુઓ. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. મધ્યગાઓના છેદન બિંદુ વિષે આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

---

* ત્રિકોણની બાજુના મધ્યબિંદુને સામેના શિરોબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે.

ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે, એટલે બધી મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે.

આ મધ્યગાઓ અરસપરસ જે બિંદુમાં મળે છે તે બિંદુ આગળથી દરેક મધ્યગાના થતા બે ભાગો માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની દરેક મધ્યગા સામાન્ય છેદન બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે;** અને દરેક મધ્યગાનો શિરોબિંદુ તરફનો ભાગ તેના પાયા તરફના ભાગથી બમણો છે.

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેના પાયા આગળના બે ખુણા દુભાગો. આ દુભાગનારી લીટી જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુને ત્રિકોણના ત્રીજા શિરોબિંદુ જોડે સાંધો; અને એ લીટીથી શિરોબિંદુ આગળના ખુણાના થતા બે ભાગો માપો. ત્રિકોણના ગમે તે બે ખુણા દુભાગી ઉપલો પ્રયોગ કરો. ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા સળથી દુભાગો. આ પ્રયોગો ઉપરથી ત્રિકોણના ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ક્યાં મળે છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો? **એ લીટીઓ એક બિંદુગામી છે.**

કોઈ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુનાં મધ્યબિંદુ શોધો. આ મધ્યબિંદુમાંથી ત્રિકોણની (તેજ મધ્યબિંદુ વાળી) બાજુ ઉપર સળ વાળી લંબ દોરો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન કરો છો?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે."

કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની બે બાજુ દુભાગો. આ બાજુનાં મધ્યબિંદુ સાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી અને દુભાગેલી બાજુની વચ્ચેના ખુણાઓ માપો અને ત્રિકોણના પાયા આગળના ખુણા માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? ત્રિકોણનો પાયો માપો. અને બીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સાંધનારી લીટી માપો. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર છે અને તેનાથી અર્ધી છે.**

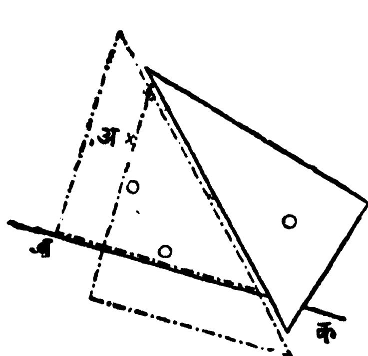
કોઇ પણ ત્રિકોણ લો. તેની ત્રણે બાજુ દુભાગો અને તેનાં મધ્યબિંદુઓ અરસપરસ સાંધો. આ લીટીથી થતા ચારે ત્રિકોણો કાપી લઈ સરખાવો. અથવા વચ્ચેના ત્રિકોણ ઉપર બહારના ત્રણે ત્રિકોણ વારા ફરતી મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીની ઉપરથી બેવડ વાળો. પ્રયોગ વારંવાર કરી જે અનુમાન નીકળે તે કહો. **ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટીઓ ત્રિકોણમાં ચાર સર્વસમાન ત્રિકોણ કરે છે.**

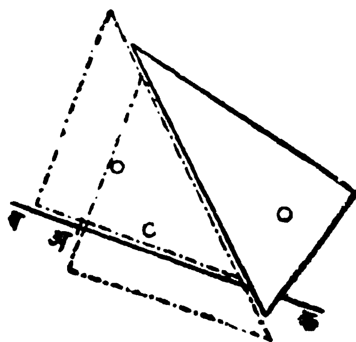
કોઈ પણ अबक ત્રિકોણ લો. अब બાજુના છેડા એક બીજા ઉપર બરાબર આવે તેમ સળ વાળો. આ સળ अब ને કાટખુણે દુભાગે છે? बक ને પણ એજ પ્રમાણે કાટખુણે દુભાગો. આ બન્ને સળ म માં મળે તો म ને कअ ના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધો. આ લીટી अक ને લંબ છે? હા. આ પ્રયોગ વારંવાર કરો. શું અનુમાન નીકળે છે તે કહો.

"ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓને દોરેલી લંબો જે બિંદુમાં મળે તે બિંદુથી ત્રીજી બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી ત્રીજી બાજુને પણ લંબ છે."

§ ૧૦. લંબ.

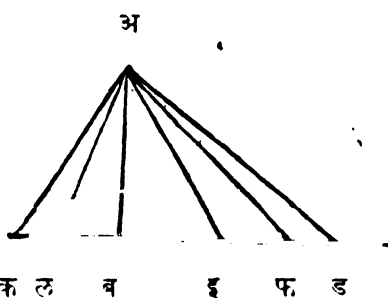
(क). अ બિંદુમાંથી ब क ઉપર લંબ દોરવા વિષે.





बक કોઈ પણ લીટી દોરો. તેની બહાર અથવા અંદર अ બિંદુ લો. बक ની સાથે સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી કોર બરાબર મુકો અને તેના કર્ણની સાથે બીજો સેટસ્કવેર (અથવા ફુટપટી) મુકો. આ સેટસ્કવેર સજ્જડ રાખી પહેલા મુકેલા સેટસ્કવેરને નીચે અથવા ઉપર કોરની સાથે બરાબર રાખી ખસેડો. અને જ્યારે अ બિંદુ સેટસ્કવેરની કાટખુણે પડતી ઉભી કોરની નીચે બરાબર આવે ત્યારે अ માંથી એ કોરની સાથે પેન્સીલથી बक ઉપર કાટખુણે પડતી લીટી દોરો.

(ख) સોધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્વ.



अ કોઇ પણ બિંદુ અને कड કોઇ પણ લીટી લો. अ માંથી कड ઉપર अब લંબ દોરો. अल, अइ, अफ કોઈ પણ લીટીઓ દોરો. अब માપો. अल, अइ, अफ માપો. કયી નાનામાં નાની છે? अब. अ માંથી कड ઉપર अब ના કરતાં કોઈ નાની લીટી દોરાય ખરી? નહિ.

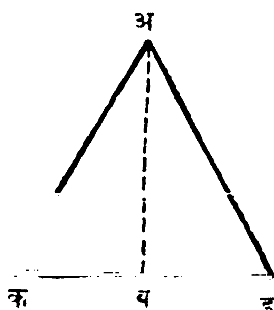
ત્યારે કોઇપણ બિંદુમાંથી એક આપેલી લીટી સુધી લીટીઓ દોરીએ તો તેમાંથી નાનામાં નાની કયી છે એ વિષે શું નિયમ છે?

"આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી દોરેલી બધી લીટીઓમાં જે તેના પર લંબ છે તે નાનામાં નાની છે."

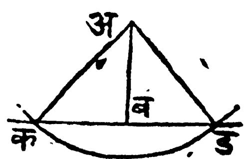
∠बअइ, ∠बअफ માપો. કયો મોટો છે? अइ, अफ માપો. કયી મોટી છે? ∠बअफ, ∠बअड માપો. કયો મોટો છે? अफ, अड માપો. કયી મોટી છે? ∠बअल, ∠बअक માપો. કયો મોટો છે? अल, अक માપો. કયી મોટી છે? આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? अ માંથી कड સુધી જે જે લીટીઓ દોરીએ તે લીટીઓ અને अब લંબની વચ્ચેના ખુણા અને તે લીટીઓનો શો સંબંધ છે?

"લંબની સાથે એ (આડી, કર્ણ) લીટી જેમ જેમ મોટો ખુણો કરે છે તેમ તેમ એ લીટી મોટી થતી જાય છે."*

∠अलब, ∠अकब માપો અને अल, अक માપો. તેમજ ∠अइब, ∠अफब અને अइ, अफ માપો. તેમજ ∠अफब, ∠अडब અને अफ, अड માપો. આ ઉપરથી શું અનુમાન નીકળે છે? **अ માંથી જે લીટીઓ कड સુધી દોરીએ તે જેમ જેમ મોટી થતી જાય તેમ તેમ તે લીટી અને कड ની વચ્ચેનો ખુણો નાનો થતો જાય છે.***



अ બિંદુ અને कड લીટી લો. अ માંથી कड ઉપર લંબ દોરો. कअब કોઇ પણ ખુણો કરો અને તેવડોજ बअड ખુણો કરો. अक, अड માપો. આ પ્રયોગ જુદા જુદા ∠कअब લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો? **લંબની બન્ને બાજુએ જે લીટીઓ સરખા ખુણા કરે તે સરખી છે.**



अ બિંદુ અને कड લીટી લો. अ માંથી कड ઉપર લંબ દોરો. अ મધ્ય બિંદુ અને अड ત્રિજ્યા લઈ कड ને ड, क માં છેદે તેમ એક ક્રૉસ દોરો. डक સાંધો. ∠कअब, ∠डअब માપો. શું અનુમાન કરો છો? अड ત્રિજ્યા જુદી જુદી લઇ એજ પ્રયોગ ચાર પાંચ વખત કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ નીકળે છે? **લંબની આજુબાજુએ આપેલી લીટી સુધી જે સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે લંબ સાથે સરખા ખુણા કરે છે.**

---

* આ પ્રયોગો પરથી કાંઇ એવું સિદ્ધ થતું નથી કે ખુણો બમણો, દોઢો કે ત્રણ ગણો થાય તો લીટી પણ અનુક્રમે બમણી, દોઢી કે ત્રણગણી થાય છે; અને ઉલટું.

अब કોઇ પણ લીટી લો. क બિંદુ अब ની બહાર લો. अब થી क નું અંતર કેટલું છે? क માંથી अब સુધી ઘણી લીટીઓ દોરો. આ લીટીઓ સરખી લંબાઈની છે? નહિ. એ બધીમાં સૌથી નાની કયી છે? अब ઉપર क માંથી જે લંબ છે તે. ત્યારે એક લીટીથી કોઇ બિંદુનું અંતર કાઢવું હોય તો તે આપેલી લીટી સુધી તે બિંદુમાંથી જે લંબ દોરીએ તે લંબ તે બિંદુનું અંતર લેવાય છે. તેથી अब થી क નું સૌથી નાનું અંતર, એટલે अब ઉપર क માંથી દોરેલી લંબ લઇએ છીએ. આ લંબના કરતાં બીજું કોઈ અંતર નાનું છે? આ ઉપરથી કોઈ આપેલા બિંદુમાંથી કોઈ આપેલી લીટી સુધીનું અંતર કાઢવાને માટે તે બિંદુમાંથી તે લીટી ઉપર આપણે જે લંબ દોરીએ તે તેનું **અંતર** કહેવાય છે.

(ग) નિધાન.*

કોઇ પણ अब લીટી દોરો. अब ને સળથી क માં દુભાગો અને क માંથી अब ઉપર લંબ દોરો. આ લંબમાં કોઇ પણ ड બિંદુ લો. डअ, डब સાંધો. તેને માપો. બન્ને અંતર સરખાં છે? હા. कड માં ચાર પાંચ બિંદુ લઇ તેઓને अ, ब જોડે સાંધો અને બન્ને અંતરો માપો. कड ઉપરનાં કોઈ પણ બિંદુનાં अ, ब સુધીનાં બન્ને અંતરો સરખાં છે? હા. આ પ્રયોગ ઉપરથી શું અનુમાન કરો છો?

કોઇ પણ લીટીના દુભાગનાર લંબ ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી લીટીના છેડાથી સમાન અંતરે છે.*

કોઈ પણ ∠बअक ખુણો લો. ∠अ ને સળ પાડી દુભાગો. આ સળ ઉપર કોઈ પણ બિંદુ લઇ તેમાંથી बअ, कअ શાખા લીટી ઉપર લંબ દોરો. એ લંબ માપો. બન્ને સરખા છે? હા. દુભાગનાર લીટી ઉપર પાંચ દશ બિંદુ લઈ એજ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો?

---

* અમુક આપેલી શરત પૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તે નિધાન કે કક્ષા કહેવાય છે.

"કોઇ પણ ખુણાની દુભાગનાર લીટી ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલા ખુણાની શાખા લીટીથી સરખે (કાટખુણુ) અંતરે છે."*

કોઈ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ જુદા જુદા ત્રિકોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુઓમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એક બિંદુગામી છે."

કોઇ પણ ત્રિકોણ દોરો. તેની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ પર લંબ દોરો. આ લંબો એકજ બિંદુમાં મળે છે? આ પ્રયોગ પાંચ જુદા ત્રિકોણ લઇ કરો. આ ઉપરથી શું અનુમાન ઉપર આવો છો?

"ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબો એક બિંદુગામી છે."

§ ૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ.

(क) સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના ગુણો.

કોઈ પણ બે સમાન્તર લીટી દોરો. તેને છેદે એમ એક આડી લીટી દોરો. આ લીટીને સમાન્તર એક બીજી આડી લીટી દોરો. આ આકૃતિમાં કયી કયી બાજુઓ સમાન્તર છે? સામસામેની. આવી આકૃતિ **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહેવાય છે.

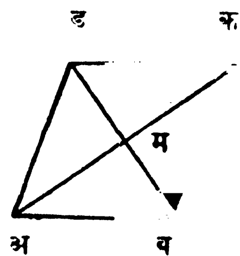
નિશાળના ઓરડામાં કયી કયી ચીજોમાં સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ માલમ પડે છે? પ ટીઉં, ટેબલ, સ્લેટ, ચોપડી,...કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ આશરે કાઢો; તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે તપાસી જુઓ. હાથથીજ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ દોરાય ત્યાં સુધી એવીજ આકૃતિ સ્લેટ ઉપર પાડ્યા કરો.

* અમુક આપેલી શરત સંપૂર્ણ કરે એવાં બિંદુઓનો જે માર્ગ તેને નિધાન કે કક્ષા કહે છે. એમાં દુભાગનાર લીટી આપેલાં બિંદુનું નિધાન છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સમાન્તર હોય તેને **સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

કોઇ પણ જુદા જુદા **સમાન્તરબાજુ** ચતુષ્કોણ દોરો. તેની સામસામેની બાજુ અને ખુણાઓ માપો અને સરખાવો. તેના કર્ણ દોરો. આ કર્ણ અને બાજુઓની વચ્ચેના ખુણા માપી સરખાવો. આ પ્રયોગ જુદી જુદી આકૃતિઓ કાઢી કરો. આ ઉપરથી સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ વિષેનો કયો નિયમ માલમ પડે છે? "સામસામેની બાજુ અને ખુણા બરાબર છે." "કર્ણથી થતા વ્યુત્ક્રમ ખુણા બરાબર છે." કર્ણથી થતા બન્ને ત્રિકોણો અરસપરસ લઇ સરખાવો. એક ત્રિકોણ કાપી કાઢી બીજા ઉપર બરાબર બેસે એમ મુકો. જુદી જુદી આકૃતિઓ લઈ આ પ્રયોગ કરો. શું અનુમાન કરો છો? "બન્ને ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે."

નોટ—સંજ્ઞા—સમાન્તર સીધી લીટીઓને માટે ∥ (ઉભી બે લીટી)નું ચિહ્ન વપરાય છે; અને સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણને માટે ∥ કોણ અથવા સ૦ ચ૦ વપરાય છે.



अबकड એક સ૦ ચ૦ લો. अक સાંધો, अड, कब કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠डअक, ∠अकब બરાબર છે? કારણ? अब, डक કેવી લીટી છે? ત્યારે ∠बअक, ∠अकड બરાબર છે? કારણ? अक નું મધ્યબિંદુ म લો. अबकड સ૦ ચ૦ ની નકલ કાગળ પર લો. આ નકલને અર્ધા વર્તુળમાંથી, એટલે બે કાટખુણામાંથી ફેરવો. अक નું म શું છે? મધ્યબિંદુ. ત્યારે अ, क ઉપર પડે છે? ∠डअक = ∠अकब છે ત્યારે अड, कब ઉપર પડે છે? અને ∠बअक = ∠अकड, ત્યારે अब, कड ઉપર પડે છે? मअ ક્યાં પડે છે? मक ઉપર. ड ક્યાં પડે છે? ब ઉપર. ब ક્યાં પડે છે? ड ઉપર. क ક્યાં પડે છે? अ ઉપર.

बक કોની બરાબર થાય છે? डअ ની. अब કોની બરાબર થાય છે? कड ની. ∠ब ક્યાં પડે છે? ∠ड ઉપર. અને ∠बअड ક્યાં પડે છે? ∠डकब ની ઉપર. ત્યારે આખો નકલ કરેલો સ૦ ચ૦ મૂળ સ૦ ચ૦ ઉપર બરાબર પડે છે? હા. અને ड, ब ઉપર પડે છે અને ब, ड ઉપર પડે છે ત્યારે मब, કોની બરાબર છે? मड ની. આ પ્રયોગ જુદા જુદા સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ લઈ કરો. આ ઉપરથી શું નિયમ ઉપર આવો છો?

"કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં
(ક) સામસામેની બાજુ બરાબર છે.
(ખ) સામસામેના ખુણા બરાબર છે.
(ગ) દરેક કર્ણ સ. ચ.ના બે સરખા ભાગ કરે છે. અને
(ઘ) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે."

(ख). જુદી જુદી જાતના સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણો.

अब, अक બે સરખી લીટી કાટખુણે દોરો. ब માંથી बड, अक ની સમાન્તર અને क માંથી कड, अब ની સમાન્તર લીટી દોરો.

अबकड સ. ચ. છે? હા. अबकड નાં બાજુ અને ખુણા માપો. શું માલમ પડે છે? બધી બાજુ સરખી છે અને બધા ખુણા કાટખુણા છે. આ આકૃતિને **ચોરસ કે સમ ચોરસ** કહે છે.

કાગળમાંથી બે સરખા ચોરસ કાપી એકને બીજા ઉપર જુદી જુદી રીતે ગોઠવો. શું અનુમાન કરો છો? બન્ને ચોરસનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે.

अब, अक બે અસમાન લીટી કાટખુણે દોરો. अबकड સ. ચ. પુરો કરો. અને તેનાં બાજુ અને ખુણા માપી સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો? બધી બાજુઓ સરખી નથી પણ બધા ખુણા કાટખુણા છે. આવી આકૃતિને **લંબ ચોરસ** કહે છે.

अष, अक સમાન લીટી કાટખુણા સિવાયનો કોઇ પણ ખુણો કરે તેમ દોરો. अबडक સ. ચ. પુરો કરો. આ આકૃતિને **રોમ્બસ** અથવા **વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.

કોઇ પણ લંબ ચોરસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઈ પણ રોમ્બસ દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ? કોઇ પણ સ. ચ. દોરી તેનાં બાજુ અને ખુણા સરખાવો. શું અનુમાન કરો છો ?

"લંબ ચોરસમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે અને ખુણા કાટખુણા છે." "રોમ્બસમાં બધી બાજુઓ સરખી છે અને સામસામેના ખુણા સરખા છે." "કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાંજ બાજુ અને ખુણા સરખાં છે."

પ્રશ્નો.

૧. નીચેનાં માપની બાજુઓ પર સમચોરસ દોરો:—
   ૫·૭ સે. મી.; ૪·૮ સે. મી.; ૩·૪"; ૨·૭"; ૯·૭ સે. મી; ૩·૧"; ૨૫ મી. મી.; ૮·૧ સે. મી.; ૫·૧"; અને ૩·૯".

૨. નીચે પાસે પાસેની બે બાજુઓ આપી છે તો લંબચોરસ દોરો:—
   ૩·૨ સે. મી., ૭ સે. મી.; ૪·૫", ૩·૭"; ૨·૩", ૪·૧"; ૮·૯ સે. મી., ૧·૪ સે. મી.; ૭·૮", ૫·૩"; ૬·૧", ૩·૧"; ૧·૯", ૨·૩"; ૨૨ મી. મી., ૩૯ મી. મી.; ૩·૯", ૨·૭".

૩. નીચેનાં માપ ઉપરથી રૉમ્બસ દોરો:—
   $\angle$ अ = ૫૧°, અ = ૫·૧"; $\angle$ ब = ૧૧૫°, બ = ૩·૨";
   $\angle$ क = ૭૨°, ક = ૭·૦ સે. મી., $\angle$ ड = ૬૮°, ડ = ૯·૭ સે. મી.

૪. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરો:—
   (૧) $\angle$ ड = ૩૫°, ક = ૪·૩". ડ = ૩·૯"
   (૨) $\angle$ क = ૬૭°, અ = ૭·૮ સે. મી., બ = ૭·૧ સે. મી.;
   (૩) $\angle$ क = ૧૧૫°, ક = ૯·૩ સે. મી., બ = ૬·૧ સે. મી.;
   (૪) $\angle$ ब = ૭૧°, અ = ૩·૫", બ = ૨·૭";
   (૫) $\angle$ अ = ૯૭°, બ = ૪·૨", ક = ૩·૫".

૫. જાડા કાગળમાંથી ચાર પટી કાપી કાઢી એક સ૦ ચ૦ બનાવો. તેને મચડી એક ખુણો કાટખૂણો કરો. બાકીના ખુણા માપો.

૬. ઉપર પ્રમાણે એક સ૦ ચ૦ બનાવી મચડી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. એક સમચોરસ ચોકઠું બનાવી તેને સહેજ મચડો. કેવી આકૃતિ થાય છે તે કહો.

(ग) ચોરસ વગેરેના અન્ય ગુણ.

ચોરસ, લંબ ચોરસ; રોમ્બસ અને સ૦ ચ૦ ના કર્ણો દોરો. કર્ણના ભાગો માપો ને સરખાવો. આખા કર્ણોને સરખાવો. દરેકને વિષે શું નિયમ નીકળે છે ?

"ચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ કાટખુણે અરસપરસ દુભાગે છે."

"લંબચોરસના કર્ણો સરખા હોઈ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

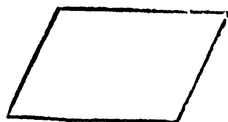
"રોમ્બસના કર્ણો અસમાન હોઇ અરસપરસ કાટખુણે દુભાગે છે."

"સ. ચ. ના કર્ણો અસમાન હોઇ ફક્ત અરસપરસ દુભાગે છે."

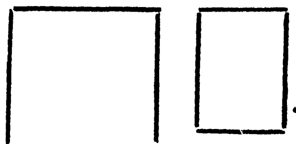
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બધી બાજુ સરખી હોય અને બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **ચોરસ કે સમચોરસ** કહે છે.

વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણના બધા ખુણા કાટખુણા હોય પણ પાસે પાસેની બાજુ સરખી ન હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે.

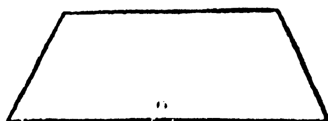
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની બાજુઓ સરખી હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને **રોમ્બસ કે વિષમ ચતુરસ્ર** કહે છે.



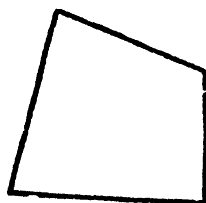
વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની સામેસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય અને ખુણા કાટખુણા હોય કે ન હોય તેને **સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણા કાટખુણા હોય તેને **કાટખુણ ચોખુણ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની ફક્ત બેજ બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને **ટ્રાપિજયમ** કહે છે.



વ્યાખ્યા—જે ચતુષ્કોણની કોઇ પણ બાજુઓ સમાન્તર ન હોય તેને **વિષમબાજુ ચતુષ્કોણ** કહે છે.

ઉપરની વ્યાખ્યા પ્રમાણે આપેલી ચોરસ, લંબચોરસ, રોમ્બસ, સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ, કાટખુણ ચોખુણ, ટ્રાપિજયમ અને વિષમબાજુ ચતુષ્કોણની આકૃતિઓ બરાબર આવે ત્યાં સુધી પહેલાં સાહિત્યોથી અને પછી હાથથીજ પેન્સીલ કે પેનથી કઢાવો.

ઉપલી વ્યાખ્યાઓમાં નિયમિત પ્રકારનો ચતુષ્કોણ જે શરૂઆતમાં કહ્યો છે તે સિવાય જે ચતુષ્કોણના ગુણો નિયમિત હોય તેવો ચતુષ્કોણ કોઇ બીજો થઇ શકે કે નહિ તે કહો.

સ૦ ચ૦ અને ટ્રાપિજયમની આકૃતિઓ ફક્ત હાથથીજ કાઢો. **ચોરસ** અને લંબચોરસ એ બન્નેને માટે કયો એકજ શબ્દ વાપરીએ તો ચાલે? કાટખુણ ચોખુણ.

બધા કાટખુણુ ચતુષ્કોણમાં કયો ગુણ સામાન્ય છે ?
બધા ખુણા કાટખુણા છે. અને કર્ણો બરાબર છે.

ચોરસ અને રોમ્બસ કયા કયા ગુણમાં મળતા આવે છે ?
બધી બાજુઓ સરખી છે. અને કર્ણો કાટખુણે દુભાગે છે.

કયા કયા ધર્મમાં એ બન્ને જુદા પડે છે ?

બધા સ. ચ. ના કયા કયા ગુણ છે ?
સામસામેની બાજુ અને સામસામેના ખુણા સરખા છે.

લંબચોરસ અને સ. ચ. માં શું તફાવત છે ? શું મળતાપણું છે ? નીચેના કોઠામાં બતાવેલાં ખાનાંમાં કયા કયા ગુણ કયી કયી આકૃતિને લાગુ પડે છે તે "હા," "ના," કે "શકય" શબ્દ લખી બતાવો:—

આકૃતિ	સામસામેના ખુણા ને બાજુ બરાબર.	કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે.	ખુણા કાટખુણા છે.	કર્ણો બરાબર છે.	કર્ણો કાટખુણે છેદે છે.	પાસે પાસેની બાજુ બરાબર છે.
સ૦ ચ૦						
લંબ ચોરસ						
સમ ચોરસ						
રોમ્બસ						

નીચે પ્રમાણેનો એકેક પક્ષ લઇ ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરો:—

(૧). સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય; કે
(૨). સામસામેના ખુણા સરખા હોય; કે
(૩). સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય; કે
(૪). કર્ણો અરસપરસ દુભાગે.

આ પ્રમાણેની જુદી જુદી ચતુષ્કોણ આકૃતિ દોરી તેની બાજુઓ સમાન્તર છે કે નહિ તે જુઓ. દરેક જાતની આકૃતિ વિષે શું નિયમ નીકળે છે?

(૧) સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ.છે.

(૨) સામસામેના ખુણાઓ બરાબર હોય તો ચતુષ્કોણ સ.ચ.છે.

(૩) સામસામેની બેજ બાજુ બરાબર અને સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

(૪) કર્ણો અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

પ્રશ્નો.

૮. નીચેનાં માપ ઉપરથી કાટખુણ ચતુષ્કોણ દોરોઃ—

બાજુઓ ૩·૫" અને ૨·૪"; ૪·૭" અને ૫·૩"; ૭·૮" અને ૪·૧" ૪·૧ સે. મી. અને ૩·૮ સે. મી.; ૯·૯ સે. મી. અને ૬·૩ સે. મી.

૯. નીચેનાં માપ ઉપરથી સ૦ ચ૦ દોરોઃ—

બાજુઓ ૪·૧" અને ૩·૩" અને એ બાજુઓની વચ્ચેનો ખૂણો ૭૫°;
બાજુઓ ૬·૧" અને ૫·૩" અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૧૧૨°.
બાજુઓ ૧૩·૩ સે. મી.ને ૧૦·૧ સે. મી. અને બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૬૭°
બાજુઓ ૩·૫ સે. મી.ને ૮·૩ સે. મી અને એ બાજુઓનો અંતર્ખુણો ૪૫°.

૧૦. નીચેનાં માપ ઉપરથી ચતુષ્કોણ દોરોઃ—

નોટ. [अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड છે અને अब, बक, कड, डअ ને અનુક્રમે અ, બ, ક, ડ, કહી છે.]

(૧) અ = ૬·૩ સે, મી., ∠ब = ૮૨°, બ = ૮·૨ સે. મી., ∠क = ૯૦° અને ક = ૭·૭ સે. મી.

(૨) અ=૪·૧", બ=૩·૫", ડ=૨·૭", ∠अ=૬૫° અને ∠ब = ૯૦°.

(૩) ∠ब=૧૧૨°, બ=૨·૧". ∠क = ૯૧°, ड=૯૯° અને ક=૨·૭".

(૪) ડ=૫·૧", ∠अ = ૭૧°, ∠क = ૫૫°, અ = ૪·૭" અને ∠ब = ૧૧૫°.

(૫) ∠ब = ૯૧°, ∠अ = ૭૫°. ∠क = ૭૨°, ડ = ૭·૨ સે. મી. અને અ = ૪·૩ સે. મી.

(૬) અ = ૨·૭", બ = ૨·૩", ક=૪·૩", ∠ब=૧૧૫°, અને ડ = ૩·૪".

(૭) અ=ક=ડ=૪·૯ સે. મી., ∠अ=૭૫° અને ∠ब=૫૧°.

(૮) ∠क=૫૫°, ∠अ=૯૯°, ક=૪·૦", અ=૭·૩" અને ડ=૩·૫".

(૯) બ=૧·૨", अब=૩·૨", ∠ब=૭૫°, ડ=૨·૭", અને ક=૨·૫".

(૧૦) बक=૩·૩", ∠क=૧૧૩°, ∠ब=૭૨°, અ=૨·૭"ને ∠अ=૭૧°.

૧૧. નીચેના ચતુષ્કોણો દોરોઃ—

(૧) અ=ક=૭·૨ સે. મી., બ=ડ=૩·૯ સે. મી. અને बड=૪·૨ સે. મી.

(૨) અ=ડ=ક=૨·૧ સે. મી., अक=૨·૭ સે. મી., બ=૩·૨ સે. મી.

(૩) અ=બ=ક=ડ=૬·૧ સે. મી. અને अक=૮·૩ સે. મી.

(૪) અ=૫·૧"; બ=૬·૨", ક=૬·૦", ∠ब=૭૨°, ∠क=૫૧°.

(૫) અ=બ=ક=૩·૭", कअ=૪·૨", ∠अ=૧૫૨°.

પ્રકરણ ૨ જું.

ભૂમિતિનાં મૂળ તત્ત્વો.

નોટઃ—આ ભાગ પ્રાયોગિક ભાગ થઇ ગયા પછી શીખવવો.

ભૂમિતિ શાસ્ત્ર—એક દોરી બીજી કરતાં કેટલી મોટી છે તે તેની લંબાઇ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. એક મેદાન બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ અને પહોળાઇ ઉપરથી જાણીએ છીએ; વળી એક ટેબલ બીજા કરતાં કેટલું મોટું છે તે તેની લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઉંચાઈ ઉપરથી જાણીએ છીએ. તેમજ એક ઘન બીજા કરતાં કેટલો મોટો છે તે તેની લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઈ ઉપરથી આપણે કહી શકીએ છીએ. લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ ઉપરથી એક પદાર્થ મોટો છે કે નાનો છે તે વિષે જે નિયમો છે તે નિયમો આપણે જાણવા જોઇએ. આ નિયમો દરેક પદાર્થની લંબાઇ, પહોળાઇ અને તેની વચ્ચેના ખુણાના જે ગુણો ઉપરથી નક્કી થાય છે તે ગુણોનું વર્ણન કરવું એ **ભૂમિતિ શાસ્ત્રનું કામ** છે. [ભૂ=પૃથ્વી; જમીન; અને મિતિ=માપણી] ભૂમિતિ એટલે જમીનની માપણી. જમીન માપવાને માટે પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઇ, જાડાઇ

અને ખુણા ઉપરથી પરિમાણો કેમ મપાય છે તે સંબંધી કાંઇ નિયમો હોય છે. **અને એ નિયમોનું વિવેચન જે શાસ્ત્રમાં હોય છે તેને ભૂમિતિ** કહે છે.

પદાર્થ.

વર્ગમાં પડેલી પાંચ દશ વસ્તુઓ બતાવો. એ દરેકને આકાર કે રૂપ છે? હા. બીજી બહારની વસ્તુઓનાં નામ આપો. એ વસ્તુઓને આકાર કે રૂપ છે? હા. એ બધી વસ્તુઓને **પદાર્થ** કહે છે, કારણ કે તેઓને રૂપ અથવા આકાર છે.

આ ઘન જુઓ. એ ઘન કાંઇ જગ્યા રોકે છે? હા. જેવડી જગ્યા એ રોકે છે અથવા જેવા પ્રકારની જગ્યા એ રોકે છે તેવો તેનો **આકાર** છે. આ ગોળ જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ગોળ. તેથી તેનો આકાર ગોળ છે. આ પેટી જુઓ. એ કેવી જગ્યા રોકે છે? ચોખુણ. તેથી તેનો આકાર ચોખુણ છે. જે પદાર્થ જેવા પ્રકારની જગ્યા રોકે છે તેવો આકાર તેને પ્રાપ્ત થાય છે. પાણીને એક ઘડામાં રેડો. પાણીને કેવો આકાર પ્રાપ્ત થયો? ઘડાના અંદરના ભાગ જેવો. એજ પાણીને કાઢીને તપેલામાં રેડો. હવે તેનો કયો આકાર થયો? તપેલાના જેવો. આ ઉપરથી બધા પદાર્થને માટે કાંઈ સામાન્ય નિયમ નીકળે છે? હા. શું? **દરેક પદાર્થ કાંઇ પણ જગ્યા કે અવકાશનો ભાગ રોકે છે અને તેને કાંઈ આકાર હોય છે.**

બબ્બે સરખી લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇના કકડાની ત્રણ જોડ લો. એક જોડના એક કકડાને લંબાઇ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં હવે શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે લાંબો છે. બીજી જોડના એક કકડાને પહોળાઇ ઉપરથી થોડો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે પહોળો છે. ત્રીજી જોડના એક કકડાને જાડાઈ ઉપરથી ઓછો વત્તો કાપી કાઢો. આ બે કકડામાં શું ફેર છે? એક બીજા કરતાં વધારે

જાડો છે. આ પ્રમાણે દરેક પ્રયોગ બે ત્રણ વખત કરી એક પદાર્થ બીજા કરતાં કેવડો મોટો છે તે માપવા માટે દરેક પદાર્થનો નીચેનો સામાન્ય નિયમ ઠસાવો. **"દરેક પદાર્થને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ હોય છે."** આ ત્રણ પરિમાણોવાળા ઘણાએક પદાર્થ બતાવવાને વિદ્યાર્થીને કહો. સર્વ પદાર્થને ત્રણ પરિમેય હોય છે તેથી તે **ત્રિપરિમેયાત્મક** કહેવાય છે.

જુદી જુદી લંબાઇના, પહોળાઇના અને જાડાઇના પદાર્થો બતાવો. કેટલાક પદાર્થો એવા બતાવો કે તેના પરિમેયો બહુજ બારીક હોય. પૂછો કે કોઈ એવો પદાર્થ બતાવશો અથવા કહેશો કે જેને બિલકુલજ લંબાઈ, પહોળાઈ કે જાડાઇ ન હોય. કોઇજ નહિ.

લંબાઈ, પહોળાઈ અને જાડાઈ.

કોઈ પણ પદાર્થ લો. એની એક બાજુ બતાવો. આ બાજુને **લબાઇ** કહે છે. અને આ બન્નેને કાટખુણે મળતી આ આડી બાજુને **પહોળાઇ** કહે છે. અને આ બાજુને કાટખુણે મળતી અથવા આ ઉભી બાજુને **જાડાઇ** કહે છે. આ પ્રમાણે લંબાઇ, પહોળાઇ અને જાડાઇ ગણવાનો સામાન્ય નિયમ છે. પણ પદાર્થની સૌથી મોટી બાજુને લંબાઇ, તેથી નાની બાજુને પહોળાઇ અને સૌથી નાની બાજુને જાડાઇ કહીએ છીએ. તો પણ વિદ્યાર્થીના મનમાં બરાબર ઠસાવવું કે કોઈ પણ બાજુને લંબાઇ, કોઇ પણ બીજી બાજુને પહોળાઇ અને બાકીની ત્રીજી બાજુને જાડાઇ તરીકે લઇએ તો પણ તે ચાલે છે.

પૃષ્ઠ કે સફાઇ.

વર્ગની અંદરની અને બહારની થોડીએક ચીજો લઈ નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો. આ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પેટીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પાટીઆનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ઘનનો

આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ અર્ધ ગોળનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ ચોપડીનો આકાર બધી બાજુએ સરખો લાગે છે? આ પૈસો ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ ખડીઓ લંબાઈ ઉપરથી જોતાં કેવો દેખાય છે? આ પેટી પહોળાઇ ઉપરથી જોતાં કેવી દેખાય છે? વગેરે. ગોળ બધી બાજુએ સરખોજ દેખાય છે; પરંતુ બીજી બધી વસ્તુઓ સરખી દેખાતી નથી. આ પદાર્થ બધી બાજુએ સરખા દેખાતા નથી એનું શું કારણ છે? એની બાજુઓ જુદા જુદા પ્રકારની છે, એટલે એનાં પૃષ્ઠ જુદા પ્રકારનાં છે. આ ઉપરથી પદાર્થનો બીજો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **પદાર્થને પૃષ્ઠ અથવા બાજુ* હોય છે.**

જુદા જુદા નીચેના પદાર્થ બતાવી નીચે પ્રમાણે પ્રશ્નો કરો:–

આ પેટીને કેટલાં પૃષ્ઠ છે? આ ઘનને કેટલાં છે? આ પાટીઆને કેટલાં છે? આ પૈસાને કેટલાં છે? આ ગોળને કેટલાં છે? આ અર્ધગોળને કેટલાં છે? આ + દંડગોળને કેટલાં છે? વગેરે. ગોળને એક પૃષ્ઠ છે. અર્ધગોળને બે છે. પેટી અને ઘનને છ છે. પૈસાને ત્રણ છે દંડગોળને ત્રણ છે. અનેક પૃષ્ઠ હોય એવા દાખલા આપો.

ગોળ અને ઘનનાં પૃષ્ઠમાં શું ફેર છે? ઘનનું પૃષ્ઠ સપાટ છે અને ગોળનું પૃષ્ઠ વક્ર છે. ત્યારે પૃષ્ઠના કેટલા પ્રકાર છે? કયા કયા? **વક્ર પૃષ્ઠ અને સપાટ પૃષ્ઠ.** સપાટ પૃષ્ઠના દશ બાર પદાર્થો બતાવો, અને દરેકને કેટલાં કેટલાં પૃષ્ઠો છે તે પૂછો. ઓછામાં ઓછાં કેટલાં સપાટ પૃષ્ઠ પદાર્થમાં હોય છે? ચાર. ચારથી ઓછાં સપાટ પૃષ્ઠ હોય એવો કોઇ પણ બધાંજ સપાટ પૃષ્ઠોવાળો પદાર્થ બતાવી સકો ખરા કે? નહિ.

આ બે પૃષ્ઠો (કોઈ પદાર્થ લઇ) જ્યાં મળે છે તેને શું કહો છો? કોર. એ કોર કોના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. ત્યારે બે

---

* બાજુનો અર્થ સફાઇ અથવા કોર પણ થાય છે. માટે પૃષ્ઠ શબ્દ વાપરવો.

\+ એક નળાકાર લાકડાનો કકડો જેના બે છેડાઓ સરખા, અને સમાન્તર વર્તુળ હોય.

પૃષ્ઠો જ્યાં મળે ત્યાં ભૂમિતિની કયી આકૃતિ થાય છે ? લીટી (વાંકી અથવા સીધી). ત્રણે પૃષ્ઠો મળે ત્યાં શું દેખાય છે ? છેડો. આ કોરો મળે છે ત્યાં શું દેખાય છે ? છેડો. છેડો ભૂમિતિની કયી આકૃતિ પ્રમાણે દેખાય છે ? બિંદુ પ્રમાણે.

ઘન, વિષમ ઘન, શંકુ, પેટી, સેટસ્કવેરો, વગેરે લઇને આ પ્રમાણે પ્રશ્નો કરોઃ—આ પિરામિડમાં કેટલાં પૃષ્ઠ છે ? કેટલી કોરો છે ? ખુણા કેટલા છે ? છેડા કેટલા છે ? બબ્બે પૃષ્ઠો કયાં કયાં મળે છે ? કોર–લીટીમાં. કોરો ક્યાં કયાં મળે છે ? છેડા–બિંદુમાં. આ પિરામિડનાં કેટલાં પૃષ્ઠો એકી વખતે સાથે દેખાય છે ? વગેરે.

આ ઉપરથી દેખાવો કે કોઇપણ પદાર્થનો ઉપલો ભાગ પૃષ્ઠ હોય છે, પૃષ્ઠનો છેવટનો ભાગ લીટી, અને લીટીનો છેવટનો ભાગ બિંદુ હોય છે.

આ પૃષ્ઠને લંબાઇ છે ? હા. પહોળાઇ છે ? હા. જાડાઈ છે ? ના. (કોઇ વિદ્યાર્થી હાનો જવાબ આપે તો બરાબર સમજ પડે ત્યાં સુધી ઉપલોજ પ્રયોગ કરતા જવું.) એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીનું પૃષ્ઠ જુઓ. આ પૃષ્ઠ વાસણના અંદરના ભાગને અડકેલું છે ? હા. જે જગ્યાએ આ પૃષ્ઠ લાગેલું છે ત્યાં નીચે પાણી લાગેલું છે ? ઉપર હવા લાગેલી છે ? ત્યારે એ પૃષ્ઠની નીચે શું છે ? પાણી ઉપર શું છે ? હવા. પાણી પુરૂં થાય કે તરતજ હવા લાગેલી છે. માટે આ પૃષ્ઠને કાંઇ જાડાઈ છે ? એક કાચની બાટલીમાં થોડું પાણી અને થોડું તેલ રેડો. બતાવો કે જ્યાં પાણી પુરૂં થાય છે ત્યાંથી તરતજ તેલ શરૂ થાય છે.

એક લાકડાનો કકડો લો. તેને વ્હેરતાં વ્હેરતાં એવો કકડો કરો કે જાણે તેને બિલકુલ જાડાઈ રહેતી નથી એમ આપણે ધારીએ. લંબાઇ પહોળાઇવાળા આ કકડાને પૃષ્ઠ કહે છે. અને તેને જાડાઇ નથી (એવી કલ્પના કરેલી છે.) એક ખેતરનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો આપણે ફકત લંબાઇ અને પહોળાઇનો વિચાર કરીએ છીએ. પરંતુ તેની જાડાઇનો બિલકુલ વિચાર કરતા નથી. આ પ્રમાણે ખેતરની

માપણી કરવામાં જેનો વિચાર કરીએ છીએ તેનેજ પૃષ્ઠ કહે છે. જમીન ઉપર જે છાંયડો પડે છે તેને લંબાઇ અને પહોળાઈ છે. પરંતુ જાડાઇ નથી. તેથી છાંયડો એ પૃષ્ઠનો એક બહુ સારો દાખલો છે.

કોઇ પણ પદાર્થ અને અવકાશની વચ્ચેની સીમાને શું કહો છો? પૃષ્ઠ. પૃષ્ઠને કેટલાં પરિમેય છે? બે. પૃષ્ઠની કોરો કયી આકૃતિના જેવી દેખાય છે? લીટીના જેવી. વર્તુળ, પરિધ, વ્યાસ, કૌંસ, જ્યાને કેટલાં પરિમેય છે? પાતળો કાગળ અને કાગળના ઉપર જે રંગ દીધેલા છે તેને કેટલાં પૃષ્ઠ છે?

વ્યાખ્યા—જેને ફક્ત લંબાઇ અને પહોળાઇ હોય છે, પણ બિલકુલ જાડાઈ હોતી નથી તેને **પૃષ્ઠ** કે **સફાઈ** કહે છે.

પૃષ્ઠના પ્રકાર.

બે સપાટ પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઈ એકને બીજીની ઉપર મુકો. બે વક્ર પૃષ્ઠની વસ્તુઓ લઇ એકને બીજીની ઉપર મુકો. એક સપાટ પૃષ્ઠને બીજા સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર આમતેમ ફેરવી જુઓ કે વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે? નહિ. વક્રપૃષ્ઠને બીજા વક્રપૃષ્ઠની ઉપર મુકી આમ તેમ ફેરવી જુઓ કે બન્ને પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે બરાબર વળગી જાય છે? નહિ. ત્યારે સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સપાટ પૃષ્ઠો એક બીજાની સાથે મેળવતાં બરાબર મળી જાય છે; અને તેઓની વચ્ચે કાંઇ ખાલી જગ્યા રહેતી નથી. વક્ર પૃષ્ઠોને એક બીજાની ઉપર મેળવતાં વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહે છે.

સપાટ પૃષ્ઠની ઉપર બે બિંદુ લો. એ બિંદુઓમાં ટાંકણી મારી તેની સાથે દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે કે બહાર? વક્ર પૃષ્ઠમાં બે બિંદુઓ લો. તેમાં ટાંકણી મારી દોરી બાંધી એક સીધી લીટી દોરો. આ લીટી પૃષ્ઠમાં પડે છે બહાર? એક વક્ર પૃષ્ઠ ઉપર બે બિંદુ લો. ઉપર પ્રમાણે દોરી બાંધી જુઓ કે તેમાં કોઇ પણ સીધી લીટી આવી શકે છે? આ ઉપરથી સપાટ પૃષ્ઠ અને વક્ર પૃષ્ઠની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? એક ગોળના

ઉપર કોઇ પણ બે બિંદુઓ સાંધીએ તો તે બિંદુઓની વચ્ચે કોઈ સીધી લીટી આવી શકે ખરી કે ? નહિ. જે પૃષ્ઠ સપાટ અથવા સીધું હોય તેને **સીધી** અથવા **સપાટ** સફાઇ કહે છે. કોઇ પણ સપાટ પૃષ્ઠને બધી બાજુએ તેની સીધી લીટીમાંજ લંબાવીએ તો જે જગ્યાએ પૃષ્ઠ પ્રસરે છે તે એ પૃષ્ઠની સફાઇમાંજ છે એમ કહેવાય છે.

લાંબી ટુંકી ત્રણ લાકડી લો અને તેને ઉભી જમીન ઉપર મુકો. આ લાકડીના છેવટના ભાગમાં શું છે ? બિંદુ. આ લાકડીના ઉપલા છેડા પર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના છેડાના બિંદુ-ઓની વચ્ચેથી જે પૃષ્ઠ જાય છે તેની સફાઇ પાટીઆની સફાઇમાં છે એમ માલમ પડે છે. આ પ્રયોગ આમ પાંચ જુદી જુદી રીતે કરો અને બતાવો કે પાટીઆ ઉપર આ ત્રણે બિંદુમાંથી જતી સફાઈ આવે છે. કોઈ પણ સપાટ સફાઈમાં બે બિંદુઓ લો. આ બિંદુને સીધી લીટીથી સાંધો; આ લીટીનો કોઈ પણ ભાગ એ સપાટ સફા-ઈમાંજ આવેલો છે એમ બતાવો. આ સીધી લીટીનો કોઇ પણ ભાગ સપાટ સફાઈની બહાર જાય તો તે સપાટ સફાઇ નથી. સપાટ સફાઈનું આ મુખ્ય લક્ષણ છે.

સપાટ સફાઇ નક્કી કરવાને ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ ? ત્રણ. તમારી ચોપડીની કયી બાજુ સપાટ સફાઈ છે ? અર્ધગોળની કયી બાજુ સપાટ સફાઇ છે ? જુદી જુદી લંબાઈની લાકડીઓ લઈ ઉભી જમીન ઉપર મુકો. તેના ઉપલા છેડાઓ ઉપર એક પાટીઉં આડું મુકો. લાકડીના બધા છેડાઓ આ પાટીઆની સફાઈમાંજ છે ? નહિ. થોડાક છે અને થોડાક નથી. આ ઉપરથી માલમ પડશે કે લાકડીઓના બધા છેડાઓ એકજ સફાઇમાં નથી જુદા જુદા ત્રણ છેડાઓનાં બિંદુઓ ઉપર પાટીઉં મુકી બતાવો કે આ ત્રણ બિંદુઓમાંથી જતી સફાઇ બીજા છેડાઓનાં બિંદુમાંથી જતી નથી; કારણ શું ? આ પ્રયોગ ઉપરથી સફાઇનો વિચાર બરાબર ઠસાવો,

ટેબલના ઉપલા પાટીઆની સફાઇ ને આજુ બાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ છે તે બતાવો. ટેબલના બે પગની નીચે બે

પથરા મુકી ટેબલને એક બાજુથી ઉંચું કરો. ટેબલની ઉપરના પાટીઆની સફાઇની આજુબાજુ દિવાલ અને બીજા પદાર્થોના જે ભાગ આવે છે તે બતાવો. એક પાટીઆને ભીંતની સાથે જુદી જુદી રીતે મુકો અને પાટીઆની સફાઈમાંથી ભીંતનો જે ભાગ જાય છે તે બતાવવા વિદ્યાર્થીને કહો. ભીંત સફાઇ છે કે નહિ તે જાણવાને માટે શું કરવું જોઇએ ?

એક વાસણમાં પાણી ભરો. પાણીના પૃષ્ઠની સફાઈ ક્યાં છે ? એક કાગળનો કકડો લો. આ કકડો સફાઇ છે એમ સમજો. કાગળને પાણીમાં વાંકો રાખી ડુબાવો. પાણીનું પૃષ્ઠ કાગળના પૃષ્ઠથી છેદાય છે ? હા. આ બે સફાઇઓ જ્યાં અરસપરસ છેદે છે તે જગ્યાએ કેવી આકૃતિ માલમ પડે છે ? લીટી. એક વક્ર અને એક સીધું, અથવા બન્ને વક્ર પૃષ્ઠો અરસ પરસ છેદે તેમ એ પ્રયોગ કરો. જ્યાં તેઓ છેદે છે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે ? લીટી. એ બધીજ સીધી લીટી છે ? કોઇ વક્ર અને કોઇ સીધી છે.

લીટી (સીધી અથવા વક્ર).

પાટીઆ ઉપર પટી મુકી ચાકથી પાટીઆ ઉપર એક બિંદુ મુકો. ચાકને સહેજ સહેજ આગળ ખસેડી પાટીઆ ઉપર બીજાં બિંદુઓ મુકો. આ બિંદુઓથી લીટી દોરો. આ ટપકાંઓની વચ્ચે જે જગ્યા છે તેમાં ફરીથી પાસે પાસે બિંદુઓ મુકો. પહેલાં કરતાં બિંદુઓની વચ્ચેનાં અંતર ઓછાં થયાં છે ? એ પ્રમાણે પાસે પાસે બિંદુઓ મુકી બિંદુઓ તદ્દન નજીક નજીક આવી જાય તેમ એક લીટી બનાવો. આ પ્રયોગમાં લીટી કેમ બની છે તે વિષે શું અનુમાન કરો છો તે પુછો.

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લો. તેને સીધી લીટીથી સાંધો; અને વચ્ચેથી વાંકી લીટીઓ દોરો. દોરીથી આ બધી લીટીઓ માપો. કયી લીટી સૈાથી નાની છે ? સીધી લીટી. એ સીધી લીટી કરતાં નાની લીટી એ બિંદુઓની વચ્ચે દોરો. દોરાય ખરી કે ? નહિ. આ પ્રયોગ પરથી સીધી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે ? ગમે તે બે બિંદુની વ-

વચેની જે જે લીટીઓ કાઢીએ તે તે લીટીઓની લંબાઇ ઉપરથી કહેા કે કયી લીટી સીધી છે.

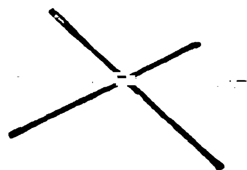
પાટીઆ ઉપર બે બિંદુઓ લેા. તેમાં બે ટાંકણીઓ મારેા. આ ટાંકણીની આજુબાજુ એક દેારી ખેંચી બાંધેા. એ દેારીના કરતાં સહેજ લાંબી એક બીજી દેારી એ ટાંકણીની આજુબાજુ બાંધેા. આ બે દેારીથી જે લીટી થાય છે તેમાં કયી સીધી લીટી જેવી દેખાય છે ? બે બિંદુઓની વચ્ચે એક સીધી લીટી અને બીજી ઘણી વાંકી લીટી દેારેા. એ બધી લીટીઓમાં કયી સૈાથી નાની છે એ જાણવાને કયેા નિયમ આ પ્રયેાગ પરથી માલમ પડે છે ?

પાટીઆ ઉપર બે બિંદુ લેા. તેમાં ટાંકણી મારેા અને તેની આસપાસ એક દેારી ખેંચી બાંધેા. બીજી દેારી પણ તેની આસપાસ ખેંચી બાંધેા. આ બન્ને દેારી એક બીજી સાથે બરાબર મળી જાય છે કે જુદે જુદે સ્થાને પડે છે ? આ ઉપરથી બે બિંદુની વચ્ચે જુદી જુદી સીધી લીટી કેટલી દેારી શકાય તે વિષે શું સમજ પડે છે ?

બે બિંદુની વચ્ચે એકજ સીધી લીટી દેારી શકાય છે.

બે બિંદુ લઈ તેને સીધી લીટીથી સાંધેા અને ફરીથી તે બન્નેને સીધી લીટીથી સાંધેા. આ બન્ને લીટીઓ એક બીજીથી જુદી જુદી છે ? ત્યારે બે બિંદુની વચ્ચે બીજી કેાઇ સીધી લીટી દેારી શકાય ખરી ? નહિ. સીધી લીટીનેા કયેા બીજો ગુણ આ ઉપરથી માલમ પડે છે ?

બે ત્રણ સીધી લીટીઓ અરસપરસ છેદે તેમ દેારેા. આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે એક વાંકી લીટીને બીજી એક વાંકી લીટી અથવા સીધી લીટી છેદવા દેા. બે સીધી લીટીઓ કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે ? એકજ. વક્ર લીટી કેટલાં બિંદુમાં છેદે છે ? ઘણાં ત્યારે એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદે તેમ સીધી લીટી દેારી શકેા ખરા કે ? નહિ. આ ઉપરથી સીધી લીટીનેા કયેા ગુણ માલમ પડે છે?





બે સીધી લીટીઓ એક કરતાં વધારે બિંદુમાં છેદી શકે નહિ.



બે સીધી લીટીઓ ગમે તેમ દોરી તે સફાઈનો કોઈ પણ ભાગ રોકે છે કે નહિ તે જુઓ. આજુબાજુની જગ્યાઓ રોકાય તેમ બે સીધો લીટી દોરી જુઓ. મર્યાદિત થાય છે? નહિ. બે વક્ર લીટી દોરી આસપાસની જગ્યા રોકાય છે કે નહિ? હા. આ ઉપરથી સીધી લીટી અને વક્ર લીટીના કયા કયા ગુણ માલમ પડે છે? **બે સીધી લીટીથી સફાઈનો ભાગ રોકી શકાતો નથી;** પરંતુ વાંકી લીટીથી તે રોકી શકાય છે.

એક આંખ બંધ કરી બીજી આંખ આગળ ફુટપટીની સીધી કોર અથવા પાટીઆની સીધી કોર બન્ને છેડા આંખનીજ લીટીમાં આવે તેમ રાખો. એજ માફક એક વાંકી લીટી પણ આંખ અને તેના છેડા બરાબર સીધી લીટીમાં આવે તેમ ધરો. જુઓ કે બન્નેમાં શું ફેર પડે છે?

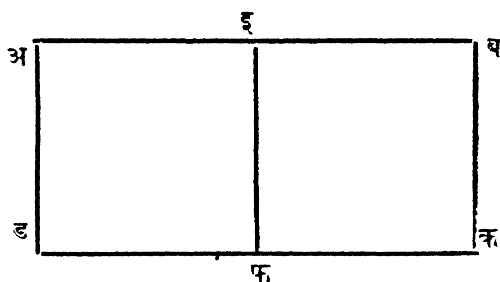
એક સીધી દોરો. પાતળા કાગળ પર બરાબર તેની નકલ કરો. અને સળ વાળી તેના ચાર પાંચ ભાગ કરો. દરેક ભાગને બાકીના ભાગો ઉપર આમ તેમ ઉપર નીચે રાખી મેળવો. મેળવતાં કોઈપણ વખતે બન્ને ભાગની વચ્ચે કાંઈ ખાલી જગ્યા રહે છે ખરી? નહિ. એક વક્ર લીટી લઈ પાતળા કાગળ ઉપર તેની નકલ કરી સળથી ચાર પાંચ ભાગ કરી ઉપર પ્રમાણે તેના ભાગો અરસપરસ બધી રીતે સરખાવો. બન્ને ભાગોની વચ્ચે કાંઈ જગ્યા રહે છે ખરી? હા. ત્યારે આ બન્ને પ્રયોગ પરથી સીધી અને વક્ર લીટીની વચ્ચે શું ફેર માલમ પડે છે? સીધી લીટીનો કોઈ પણ ભાગ તેના બીજા કોઈ પણ ભાગ ઉપર બરાબર મળી જાય છે; ત્યારે વક્ર લીટીના ભાગોની વચ્ચે ખાલી જગ્યા રહી જાય છે.

વ્યાખ્યા—જે લીટીનો કોઈ પણ ભાગ ઉંચકીને બીજા ભાગ ઉપર છેડાઓ બરાબર રાખી મેળવતાં બન્ને ભાગો બરાબર મળી જાય તે લીટીને **સીધી લીટી** કહે છે.

એક બિંદુ अ લો; अ માંથી જે સીધી લીટી દોરીએ તે કયી દિશામાં જાય છે? મરજી પડે તે દિશામાં. ત્યારે એકજ બિંદુ ઉપરથી કોઇ સીધી લીટીની દિશા નક્કી થઇ શકે? નહિ. ત્યારે સીધી લીટી નકકી કરવાને માટે ઓછામાં ઓછાં કેટલાં બિંદુ જોઇએ? બે. अ, ब બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી કેવી રીતે દોરશો?

બે લીટી આપી હોય તો તેમાં સીધી કયી અને વક્ર કયી તે પારખવાને માટે તેના છેડાની આસપાસ દોરી કેવી રીતે બાંધશો? એક છોકરાથી બીજા છોકરા સુધી સીધી લીટી દોરવી હોય તો તે કેવી રીતે કાઢશો? બાગમાં ઝાડો સીધી લીટીમાં છે કે નહિ તે જાણવા માટે માળી શું કરે છે?

अबक्ड એક કાગળનો કકડો ૧૬ ઇંચ લાંબો અને ૮ ઇંચ પહોળો લો. એમાં સળ વાળી બરાબર બે ભાગ કરી એ ભાગ કાગળમાં બતાવવાના છે. ધારો કે તે કાગળનો કકડો પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે છે. એ આકૃતિ



માં इफ લીટી શું બતાવે છે? જે જગ્યાએ अबक्ड કાગળના કકડામાં સળ વાળ્યો છે તે જગ્યા. इफ લીટીથી શરૂ કરી એક પછી એક એમ अड સુધી લીટીઓ દોરો. ધારો કે એવી ૮ લીટી દોરી છે. ત્યારે अ થી इ સુધીની જગ્યા કેટલી લીટીથી ભરાઈ ગઇ છે? આઠ. अइ ની લંબાઈ શું છે? આઠ ઈંચ. ત્યારે દરેક લીટી કાગળનો કેટલામો ભાગ બતાવે છે? એક ઈંચ. ત્યારે દરેક લીટી એક

ઇંચ પહોળાઇનો ભાગ બતાવે તો इफ લીટી ખરેખર એક ઇંચ પહોળી (જાડી) છે? તે કેટલી પહોળી છે? इफ સળ ઉપરથી કાગળ ફાડીએ તો इफ સળ કાગળના કયા ભાગમાં જશે? કોઇ પણ ભાગમાં इफ ન જાય એવી રીતે આપણે કાગળને ફાડી શકીએ ખરા કે? હા. ત્યારે इफ સળની ખરી પહોળાઇ શું? કાંઈ નહિ. इफ સળ કેવી આકૃતિ છે? લીટી. ત્યારે इफ સળની પહોળાઈ નથી તો इफ લીટીની પહોળાઇ હોઇ શકે ખરી કે? નહિ. આ ઉપરથી લીટીનો કયો ગુણ માલમ પડે છે? **લીટીને પહોળાઈ નથી.**

अ ब (प) फ इ (ल) ड क

ધારો કે अबकड જેવું કોઈ ખેતર प, ल બે ભાઇઓને સરખે ભાગે વહેંચવાનું છે. તેથી તેઓએ अबइफ, फइकड જેવા બે સરખા ભાગ કરી એકેક ભાગ લીધો. ધારો કે प એ ઉપલો ભાગ અને ल એ નીચેનો ભાગ લીધો; ત્યારે પાસેની આકૃતિ પ્રમાણે જે ભાગ પડયા છે તેની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રહી છે? કાંઇ જગ્યા રહી છે એવો જવાબ મળે તો એ જગ્યા બે ભાઇમાંથી કોની પાસે જાય છે એ તમારે કહેવું જોઇએ. બન્ને ભાગો વચ્ચે જગ્યા નથી ત્યારે फइ લીટી આપણે દોરી છે તે શું બતાવે છે? કોઇ જગ્યા નહિ. फइ લીટીથી લઇ अब લીટી ઉપર પાસે પાસેની લીટી દોરો. ધારો કે એવી ૧૦ લીટી દોરી છે. ત્યારે फइ થી अब સુધીની જગ્યા દશ લીટીથી ભરાઈ ગઈ છે. ત્યારે फअ ૧૦ વાર લાંબી હોય તો દરેક લીટી કેટલી પહોળી જગ્યા બતાવે? એક વાર પહોળી. फइ લીટી એક વાર પહોળી જગ્યા બતાવે ત્યારે તેની ઉપરથી એક વાર જાડી કે પહોળી જગ્યા જે છે તે કોના ભાગમાં જાય છે? प અને ल ના ભાગોની વચ્ચે કાંઇ જગ્યા રાખવાનું કારણ નથી ત્યારે फइ લીટી શું કામ આપણે દોરી હશે?

फइ લીટી કાંઈ જગ્યા બતાવતી નથી ત્યારે ખરેખરી રીતે એ લીટી શું બતાવે છે? प નો ભાગ ક્યાં પુરો થાય છે અને ल નો ભાગ ક્યાં શરૂ થાય છે એ फइ થી બતાવાય છે; ત્યારે इफ લીટી ખરેખરી રીતે બન્ને ભાગો વચ્ચે શું બતાવે છે? બન્ને ભાગોની **હદ કે મર્યાદા.**

બે ઘણાજ સાફ લાકડાના ઘન લો અને એ સાફ સફાઇઓને બરાબર મેળવી વળગાવીએ તો બન્નેની આકૃતિ કેવી રીતે કાઢીશું?

પાસેની આકૃતિમાં अब લીટી કાગળ પર થોડીક જગ્યા રોકે છે ત્યારે બે ઘનની વચ્ચે કાંઇ થોડીક ખાલી જગ્યા રહે છે એવું કાંઇ આ ઉપરથી માલમ પડે ખરૂં? નહિ. ત્યારે अब લીટી શું કામ કાઢી હશે? બે ભાગની હદ અથવા મર્યાદા બતાવવાને. એક સફેદ કાગળનો કકડો લો. તેના થોડાક ભાગ ઉપર કોઇ પણ રંગ લગાડો. ત્યારે કોરો ભાગ અને રંગીન ભાગની વચ્ચેની જે હદ છે તેનો કેવો રંગ છે? તેનો રંગ નથી ત્યારે એ હદ બતાવનારી લીટી કેટલી પહોળી છે? એ હદની લીટી કાંઈ પણ પહોળી (જાડી) હોઈ શકે ખરી? નહિ.

अ ब

ઉપલા પ્રયોગમાં જ્યાં બે ભાગો એક બીજાની પાસે મળે છે અથવા બે ઘન એક બીજાની સાથે વળગે છે ત્યાં તે જગ્યા કેટલી પહોળી છે? (બીલકુલ) નહિ. તેમ તેને લંબાઈ છે ખરી? હા.

એ હદ બતાવવાને માટે જે લીટી આપણે દોરીએ તેને થોડીક પહોળાઈ તો છે પણ સમૂળકીજ પહોળી ન હોય એવી જગ્યા બતાવવાને શું કામ આપણે કાંઇક પહોળી એવી લીટી દોરી છે? કાંઇ પણ પહોળાઇ વગર લીટી આપણે દોરી શકીએ ખરા કે? નહિ. કાંઈક પહોળાઈ વગરની લીટી દોરી શકાય નહિ તેથી આપણે કાંઈક

પહોળી લીટી દોરીએ છીએ. **ખરેખરી રીતે જોતાં લીટીને કંઇ પણ પહોળાઇ નથી.***

લીટી દોરવાનો હેતુ—કોઈ પદાર્થ કયાંથી શરૂ થાય છે? કયાં પુરો થાય છે? તેનો આકાર કેવો છે? અથવા તે કયી દિશામાં જાય છે? એ બતાવવાને માટે આપણને લીટી દોરવી પડે છે. તેથી તેને લંબાઈ છે પણ (ખરી) પહોળાઈ નથી. આવી વ્યાખ્યા લીટીની આપી છે. બહુજ પાતળો દોરો લઇએ તો તે લીટી બતાવે ખરો? નહિ. કારણ શું? પૃથ્વી પરના અક્ષાંશ વૃત્ત, રેખાંશ વૃત્ત, વગેરે લીટી ખરી કે? કારણ આપો. ત્યારે લીટીને લંબાઈ, પહોળાઇ, અને

---

* પાસેની એક ખેતરની આકૃતિમાં क થી એક કરોળીએ ड સુધી પોતાનો તંતુ બાંધ્યો છે. એ ખેતરનું સ્કેલ આપ્યું હોય તો એ તંતુની લંબાઇ આપણે કહી શકીએ ખરા કે? ધારો

ड અ
क ब

કે ૧ ઇંચે ૧૦ ફુટનું સ્કેલ આપ્યું છે. ત્યારે कड તંતુ કેટલો લાંબો છે? कड માપો. ધારો કે તે ૧૨ ઇંચ લાંબો છે ત્યારે ૧૨ ને ૧૦ થી ગુણી જે ગુણાકાર આવે તેટલા ફુટ સમજવા. कड લીટી કેટલી પહોળી છે? કાંઇ નહિ એવો જવાબ મળે. कड થી લઈ આકૃતિના છેડા સુધી એકેકની પાસે પાસે લીટી દોરો. ધારો કે ૧૮૦ લીટી એ પ્રમાણે દોરવાથી બધી જગ્યા પુરાઇ ગઇ. ब સુધીનું અંતર જો ૧૫ ફુટ હોય તો દરેક લીટી ૧૫×૧૨=૧૮૦=૧ ઇંચ અંતર બતાવે છે. કરોળીઆએ તંતુ બાંધ્યો છે તે તંતુ લીટી જો એક ઈંચ પહોળાઇ બતાવે તો તે તંતુ લીટી એક ઇંચ પહોળી કેમ ન હોય? જેમ લીટીની લંબાઈ ઉપરથી તંતુની લંબાઈ કાઢી છે તેમ તેની પહોળાઇ કેમ ન કાઢી શકીએ? તંતુની પહોળાઈ બરાબર બતાવે એવી લીટી દોરો. આવી લીટી દોરી શકાય ખરી કે? નહિ. ત્યારે લીટીને પહોળાઈ નથી એમ આપણે માની શકીએ ખરા કે? હા.

જાડાઇ પૈકી કયો પરિમેય હોય છે ? **લંબાઇજ.** ત્યારે લીટીને કેટલા પરિમેય હોય છે તે કહો. **એકજ.**

બિંદુ.

એકમેકને છેદે તેમ બે લીટી અમબ, કમડ દોરો. અમબ, કમડ લીટી જ્યાં અરસપરસ છેદે ત્યાં મ આગળનો ભાગ સહેજ રહેવા દઇ બાકીનો ભાગ ભૂસી-કાઢી નાંખો. મ આગળનો રહેલો ભાગ જુઓ. ત્યારે જે જગ્યાએ બે લીટીઓ છેદે ત્યાં કેવી આકૃતિ છે ? બિંદુ.

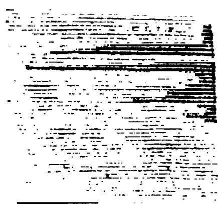
એક દશાંશ ઇંચ જાડી બે લીટીઓ મ માં છેદે તેમ દોરો. ત્યારે મ આગળની આકૃતિ કેવી છે ? બિંદુ. એની પહોળાઇ (જાડાઇ) શું છે ? એક દશાંશ ઇંચ. એક વીશાંશ જાડી બે લીટી જે જગ્યાએ-બિંદુમાં છેદે ત્યાં તે બિંદુની જાડાઈ શું ? એક વીશાંશ ઇંચ. ત્યારે ખરૂં જોતાં ખરી લીટીને કાંઈ પણ જાડાઈ (પહોળાઇ) છે ? નહિ. ત્યારે કાંઈ પણ જાડાઈ વગરની બે લીટીઓ જે બિંદુમાં-જગ્યામાં-છેદે તે બિંદુની જાડાઈ-પહોળાઈ શું ? કાંઇ નહિ. બે લીટીઓ અરસપરસ છેદે ત્યારે જે જગ્યાએ તે છેદે ત્યાં શું હોય છે ? બિંદુ. લીટીને કાંઇપણ પહોળાઈ નથી ત્યારે બિંદુને પણ કાંઈ પહોળાઈ છે ? નહિ. ત્યારે બિંદુ ફક્ત અમુક જગ્યા બતાવે છે, એટલે તેને ફક્ત **સ્થિતિ** એટલે તેનું **સ્થાનજ** છે.

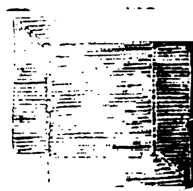
આ ઉપરથી બિંદુની વ્યાખ્યા શું હોઈ શકે ? **જેને ફક્ત સ્થિતિજ હોય પરંતુ કાંઈ પણ પરિમાણ-મહત્ત્વ ન હોય તેને બિંદુ કહે છે.** "મહત્ત્વ" એટલે લંબાઇ, પહોળાઇ, વગેરે.

વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ, બાલનો છેડો, સોયની અણી, ખુણાનો છેડો, ગુરૂત્વ મધ્ય, વગેરેમાં બિંદુ કોણ છે અને કોણ નથી તે કહો.

સમૂળકીજ પહોળાઈ ન હોય એવી લીટી દોરી શકાય નહિ; તેમજ સમુળકીજ લંબાઈ અને પહોળાઇ ન હોય એવું બિંદુ પણ કાઢી શકાય નહિ. તેથી ઉપલી વ્યાખ્યાઓ જે લીટી કે બિંદુ આપણે કાઢીએ તેને ખરેખરી રીતે લાગુ પડી શકતી નથી.

નોટ. એક બિંદુને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણને **લીટી** મળે છે.





નોટ. તેમજ એક લીટીને આગળ અને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે **સફાઇ** બનાવી શકીએ છીએ.

નોટ. અને તેજ પ્રમાણે એક સફાઇને આગળને આગળ ખસેડીએ તો તેમ કરવાથી આપણે એક **ઘન** બનાવીએ છીએ.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો પ્રાયોગિક ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૨ જો. પ્રમેય ભાગ.

§ ૧૨. પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ અને સ્વીકૃત કૃત્ય, વગેરે.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે આપેલાં સાહિત્યની મદદથી યા કાગળ વાળવાની રચનાથી જે આકૃતિઓ કરી છે તે આકૃતિનાં અમુક તત્ત્વો સાહિત્યોની મદદથી પ્રયોગ કરી આપણે અમુક સંબંધદર્શક બતાવ્યા છે; પણ તેને માટે કોઇ પણ રીતે આપણે કાંઇ **તર્કશાસ્ત્રની રીતે** સાબિતિ આપી નથી; હવે કોઇ પણ આકૃતિ લઇ તેની અમુક સત્યતા તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ

કરવી જોઇએ, પછી તેનાં અવયવો સર્વ માપી શકાય એવાં હોય યા ન હોય. આ કામ ભૂમિતિના **સિદ્ધ ભાગનું** છે અને આ ભાગમાં તે આપણે હાથ ધરીશું.

સિદ્ધ ભાગમાં જે તર્કશાસ્ત્રના નિયમથી સિદ્ધ થાય તેજ સત્યતા લઇ શકાય છે, તેથી કોઈ પણ બાબત આપણે કહેવા તત્પર થયા તો તેને માટે જો આપણી પાસે સબળ કારણ પુષ્ટિ અર્થે હોય તોજ તે કહેવી. નહિ તો કોઇ પણ બાબત આશરે સત્ય લાગવાથી અંગીકાર કરવી નહિ. ઉપર દર્શાવેલાં કારણ સિવાય પણ આ કારણોથી કર્તવ્ય ભાગથી સિદ્ધ ભાગ ચઢતો છે એમ કહી શકાશે. જે જે કારણો આપણે આપણા સિદ્ધ ભાગમાં આપીશું તે તે આપણે પાછળના ભાગમાં સિદ્ધ કરી ગયા હશે, અથવા વ્યાખ્યામાં આવ્યાં હશે અથવા **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી** લીધાં હશે. આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો એવાં છે કે તે સાદામાં સાદાં છે; અને નહિ કે તે કોઇ પણ સત્યતા ઉપરથી ભૂમિતિની રીતે સાબિત કરવામાં આવ્યાં છે અને એથી વધારે સાદાં એવાં પ્રમાણ નીકળી શકતાં નથી; **તે કોઇ પણ સામાન્ય માણસને પણ સત્ય લાગે છે તેથી તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો કહેવામાં આવે છે.** દરેક શાસ્ત્રીય વિષયમાં પ્રત્યક્ષ પ્રમાણની ખાસ જરૂર છે અને એવાં પ્રમાણો દરેક શાસ્ત્રમાં અંગીકાર કરવામાં આવ્યાં છે અને તેની મદદથી ગહન સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવ્યા છે; તેજ પ્રમાણે ભૂમિતિશાસ્ત્રમાં પણ ભૂમિતિનાં **પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો*** છે અને તેની મદદથી ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો સાબિત કરવામાં આવે છે. સિદ્ધ ભાગમાં જેમ જેમ વધારે પ્રત્યક્ષ પ્રમાણોની જરૂર પડશે તેમ તેમ તેઓ કહેવામાં આવશે. અત્રે નીચેનાં પ્રમાણો* કહેવામાં આવ્યાં છેઃ—

ઉ. રામની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે અને ગોવિંદની ચોપડીની કીંમત ત્રણ રૂપીઆ છે તો રામ અને ગોવિંદની ચોપડીની

---

* આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો ને સ્વીકૃત કૃત્યો વિદ્યાર્થી પાસે મ્હોડે કરાવવાનાં નથી. પરંતુ શિક્ષકે તેની યોગ્ય સમજ આપવી.

કીંમતો બરાબર છે. કારણ કે બન્ને ચોપડીની કીંમત ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ છે. માટે

(૧) જે પરિમિતો એકજ પરિમિતની બરાબર છે તે અરસપરસ બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે પાંચ પાંચ રૂપીઆ છે અને દરેકને બબ્બે રૂપીઆ આપ્યા હોય તો બન્ને પાસે સાત સાત રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેને સરખા રૂપીઆ આપ્યા છે. માટે

(૨) સમ પરિમિતોમાં સમ પરિમિતો ઉમેરીએ તો સરવાળો બરાબર છે.

ઉ. રામ અને ગોવિંદ પાસે દશ દશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેથી બબ્બે રૂપીઆ લઇ લીધા હોય તો બન્નેની પાસે આઠ આઠ રૂપીઆ રહે છે; કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ હતા અને બન્નેની પાસેથી સરખા રૂપીઆ લઈ લીધા છે. માટે

(૩) સમ પરિમિતોમાંથી સમ પરિમિતો લઈ લઇએ તો બાદબાકી સમ પરિમિતો રહે છે.

ઉ. રામ અને ગોપાળ પાસે ત્રણ ત્રણ રૂપીઆ હોય અને બન્નેના રૂપીઆ ચાર ચાર ગણા કર્યા હોય તો બન્ને પાસે ૧૨, ૧૨ રૂપીઆ થશે કારણ કે બન્ને પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્ને રકમ સરખી ગણી કરી છે. માટે

(૪) સમ પરિમિતો એકજ ગણા કર્યા હોય તો ગુણાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

ઉ. ગોવિંદ અને ગોપાળ પાસે વીશ વીશ રૂપીઆ છે અને દરેકની પાસેના રૂપીઆના પાંચ પાંચ સરખા ભાગ કર્યા હોય તો દરેકની પાસે ચાર ચાર રૂપીઆ રહેશે, કારણ કે બન્નેની પાસે સરખા રૂપીઆ છે અને બન્નેની રકમના સરખા ભાગ કર્યા છે. માટે

(૫) સમ પરિમિતોના સરખા ભાગ કર્યા હોય તો ભાગાકાર પણ સમ પરિમિતો છે.

(૬) આખી વસ્તુ તેના કોઈ પણ ભાગથી મોટી છે. (અથવા કોઈ પણ ભાગ એકમથી નાનો છે.)

વળી એક કાગળને બીજા ઉપર મૂકતાં જો બરાબર અરસ-પરસ વધ્યા ઘટયા વગર આવી રહે તો તે બરાબર હોવા જોઇએ; અથવા તો

(૭) એક બીજાની સાથે અરસપરસ મળી જતા પરિમિતો બરાબર છે.

ઉપરનું દૃષ્ટાંત ફક્ત કાગળ માટે છે; પણ ઉપરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કોઈ પણ વસ્તુને લાગુ પડે છે. ભાવાર્થ કે કોઈ પણ લીટી, ખુણો યા આકૃતિને ઉંચકી, બીજી લીટી, ખુણો યા આકૃતિ ઉપર અનુક્રમે મૂકતાં અરસપરસ સરખાવવાથી વધ્યા ઘટયા વિના આવી રહે ત્યારે તે રીતિને **સ્થાનોપરિ** અથવા **સમાધાન સ્થિતિ** કહે છે; અને પહેલો પરિમિત બીજાની ઉપર **સ્થાનોપરિ સ્થિત** કહેવાય છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણો અત્રે આપ્યાં છે તેથી એમ નહિ સમજવું કે એનો ઉપયોગ અત્યાર સુધી આપણે કર્યો નથી; સામાન્ય રીતે દરેક કાર્યમાં એનો ઉપયોગ થાય છે અને તેથીજ તેની સત્યતાની કાંઇ પણ સાબિતી જોઇતી નથી.

સ્વીકૃત કૃત્યો.

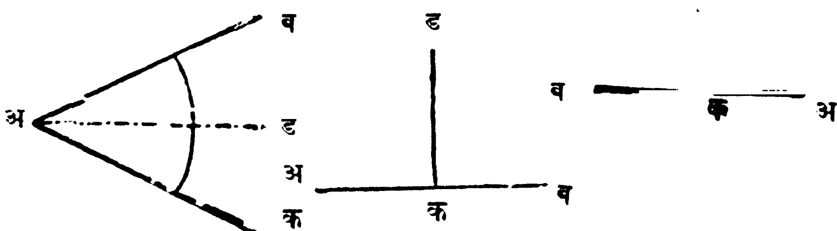
સીધી લીટીની વ્યાખ્યા ઉપરથી સ્પષ્ટ થાય છે કે બે આપેલાં બિંદુની વચ્ચે હંમેશાં એકજ સીધી લીટી હોઇ શકે છે. કારણ કે જો બે બિંદુની વચ્ચે બે સીધી લીટી હો બન્નેની દિશા બે આપેલાં બિંદુની દિશા હોઈ શકતી નથી, અથવા તો બે સીધી લીટીથી અવ-કાશની સીમા થઇ શકતી નથી. અને બે સીધી લીટીઓને–એકની ઉપર બીજીને–એ પ્રમાણે મૂકીએ અને એકને બીજીની આસપાસ એક

છેડા (બન્નેને) સ્થિર રાખી ફેરવીએ તો તે ફરતી લીટી સ્થિર લીટી સાથે એક ખુણો કરે છે. આ ખુણો કરતી વખતે ફેરમાં એવી જગ્યામાં તે આવી હશે કે તેથી પ્રથમના ખુણાના બે સરખા ભાગ થશે; આવી ફરતી લીટી એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરતી સ્થિતિમાં એકજ વખતે આવશે. વળી ઉપરની ફરતી લીટી જો ફરતી ફરતી દ્વિકાટખુણ ખુણો કરે તો તે એવી એક જગ્યામાં આવી હશે કે તે જગ્યાએ આડી લીટીને તે લંબ થશે, એટલે કે તે દ્વિકાટખુણ ખુણાના બે સરખા ભાગ કરશે. ફરતી લીટીની આવી સ્થિતિ ૦° થી ૧૮૦° નો ખુણો ફરીને કરતી વખતે એકજ વખત આવશે. એજ પ્રમાણે જો अब લીટી ઉપર क બિંદુ अ થી ब તરફ જાય તો તે એવી એક જગ્યાએ આવશે કે તે તે જગ્યાએ अ અને ब બન્ને છેડાથી સરખે અંતરે છે. અને ફરતા બિંદુની આવી સ્થિતિ એકજ આવશે. આ ઉપરથી આપણે નિ:શંક ધારી શકીએ કે

(૧) એક ખુણાના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.

(૨) એક સીધી લીટી ઉપર એક લંબ દોરી શકાય છે.

અને (૩) એક સમર્યાદ સીધી લીટીના બે સરખા ભાગ કરી શકાય છે.



(૧) ∠बअह = ∠कअह. (૨) कह ⊥ अब. (૩) बक = अक.

કર્તવ્ય ભાગમાં આપણે જોયું છે કે ઘણી જાતના પ્રશ્નોમાં સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે; અને તે ચોક્કસ માપનાં હોય છે. સિદ્ધ ભાગમાં આવાં ચોક્કસ માપવાળાં સાહિત્યો અને એટલાં બધાં

સાહિત્યોની જરૂર નથી. કારણ કે એ ભાગમાં જે કાંઇ સિદ્ધ કરીશું તે તેવી જાતના કોઇ પણ પરિમિતને લાગુ પડશે અને કોઈ કોઈ પરિમિતનાં ચોક્કસ માપ લઈ શકાતાં નથી; તેથી સિદ્ધ ભાગમાં જો કોઇ પણ સાહિત્યની મદદ લેવી પડે છે તો તે નીચેનાં છેઃ—

(૧) એક સીધી આંકણી (ઇંચ વગેરેમાં આંકેલી હોય યા ન હોય);

(૨) કંપાસ યા કર્કટ.

આ સાહિત્યોની જરૂર નીચેનાં કામમાં પડે છે. યૂક્લિડના સમયથી ભૂમિતિશાસ્ત્રકારોએ કોઇ પણ સત્યતા ભૂમિતિમાં તર્કશાસ્ત્રના નિયમને અનુસરી સાબિત થઈ શકે તેટલા માટે નીચેનાં સાદાં અને સહેલાં કાર્ય અંગીકાર કરેલાં છે. એ કાર્યો એવાં છે કે કોઇ સારો ચિત્રકાર એની મેળેજ તેઓને એ સાહિત્યો વિના સહેલાઇથી કરી શકે છે; અને તે વખતે એ સાહિત્યોની મદદ જરૂરની પણ નથી. એ પ્રમાણે અંગીકાર થએલાં કાર્યોને **સ્વીકૃત કૃત્ય** કહે છે; એટલે કે એ કૃત્યો આપણે સ્વીકારી લીધેલાં છે.

સ્વીકૃત કૃત્યોઃ—

(૧) એક બિંદુથી બીજા બિંદુ સુધી એક સીધી લીટી દોરી શકાય છે.

अ ———————————— ब

(૨) એક સીધી લીટીને તેની પોતાની લંબાઈમાંજ લંબાવી શકાય છે.

अ ————— ब ————— क

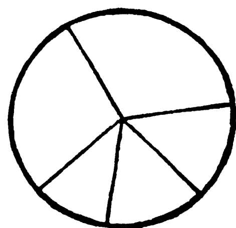
(૩) કોઈ પણ બિંદુ મધ્ય બિંદુ લઈ અને કોઇ પણ ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરી શકાય છે.

(૪) કંપાસથી મોટી લીટીમાંથી એક નાની લીટી બરાબર ભાગ પાડી શકાય છે. અને

(૫) એક લીટીને બે, ત્રણ, ચાર,....ગણી કરી શકાય છે.

આ સિવાય બીજાં પણ સ્વીકૃત્ય કૃત્યો આપેલાં છે પણ તે ઘણાંજ સહેલાં છે અને કવચિતજ વાપરવામાં આવે છે; જેમ કે અવકાશમાં એક બિંદુ લેવું, એક લીટીને બીજી લીટી ઉપર મૂકવી, વગેરે. સ્વીકૃત કૃત્યોને આપણે શરૂઆતમાંજ સ્વીકૃત યા કબુલ કરીએ છીએ. પહેલા સ્વીકૃત કૃત્યમાં બે બિંદુની વચ્ચે સીધી લીટી દોરવી હોય તો આંકણી મૂકી આંકણી સાથે પેન્સીલ ફેરવી બન્નેને સાંધીએ તો બન્ને સીધી લીટીથી સંધાય છે. તેમજ બીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં કોઈ પણ સમર્યાદ લીટી આપી હોય અને તેને લંબાવવી હોય તો તેની સાથે બરાબર આંકણી મૂકી આંકણીની સાથે મરજી પડે તે દિશામાં તેને લંબાવાય છે. આ બન્ને કૃત્યોમાં કોઈ પણ જગ્યાએ એવું કહેલું નથી કે બન્ને બિંદુની વચ્ચે આટલુંજ અંતર છે (પાંચ ઇંચ) યા સમર્યાદ લીટી આટલીજ લાંબી છે (૨·૪ ઇંચ) અને તેને આટલીજ લંબાવવી; બિંદુઓ ગમે ત્યાં આપ્યાં હોય છે અને સમર્યાદ લીટીને ગમે તેટલી લંબાવી શકાય છે. ત્રીજા સ્વીકૃત કૃત્યમાં ત્રિજ્યા જે લીટીની બરાબર લેવાની હોય તે લીટીના છેડા ઉપર કંપાસના છેડા ગોઠવવા અને તીણો છેડો આપેલા મધ્ય બિંદુ ઉપર મૂકી ચાક અથવા પેન્સીલવાળા બીજા છેડાને તે મધ્ય બિંદુની આસપાસ બધી બાજુએ તેટલીજ ત્રિજ્યા રાખી ફેરવી વર્તુળ દોરવો.

આ ઉપરથી કંપાસનો એક મુખ્ય ઉપયોગ જોવામાં આવે છે કે અમુક અંતરને એક સ્થાનથી બીજા સ્થાનમાં લઈ જવું હોય તો તે કંપાસની મદદથી લઇ જઇ શકાય છે. તેમજ એક મોટી લીટી ઉપરથી નાનો કટકો કાપવો હોય (अब બરાબર) તો મોટી લીટીના છેડા ઉપર મધ્ય બિંદુ રાખી નાની લીટીની ત્રિજ્યા લઇ જો એક વર્તુળનું કૌંસ મોટી લીટીને છેદે તેમ દોરીએ તો તરતજ જોઇએ તેવડો કટકો મળી આવે છે.



આ સ્વીકૃત કૃત્યો મુખ્ય છે અને સાદામાં સાદાં છે. તેમજ એ સિવાયનાં ઉપર બતાવેલાં બીજાં ત્રણ કૃત્યો પણ (જેવાં કે ખુણો દુભાગવાનું, લીટી દુભાગવાનું અને લીટી ઉપર લંબ દોરવાનું) ધારી લીધેલાં છે. જો કે આ કૃત્યોની સિદ્ધતા આગળ આવેલી છે; તો પણ આપણું કામ સરળ કરવાને માટે સિદ્ધ થયા અગાઉ તેઓને ધારી લીધાં છે.

પ્રમેય અને કૃત્ય.

કર્તવ્ય ભાગમાં બતાવ્યા પ્રમાણે આકૃતિઓ સપાટ સફાઈમાં હોય છે (અને નક્કર આકૃતિ યા ઘન આકૃતિ પણ હોય છે). આ ભાગમાં ફક્ત સપાટ સફાઈમાં જે લીટી યા આકૃતિ દોરી શકાય છે તેવીજ લીટી યા આકૃતિઓનાં ગુણ અને રચનાનું વર્ણન કરવામાં આવશે. આ પ્રમાણે વિષયનું વર્ણન કરવાને માટે દરેક સત્યતા જુદા જુદા પ્રકરણમાં બતાવવામાં આવી છે. ભૂમિતિના જે ભાગમાં સપાટ સફાઇની આકૃતિનું વર્ણન કરવામાં આવે છે તેને **સપાટ ભૂમિતિ** કહે છે. અને જુદી જુદી સત્યતા બતતાવનાર પ્રકરણને **સિદ્ધાંત** કહે છે. કોઈ વખત એકજ પ્રકરણ યા સિદ્ધાંતમાં જુદી જુદી સત્યતાઓ બતાવી છે, પણ તેનું કારણ એટલુંજ છે કે એવી સત્યતાઓ અરસપરસ નિકટ સંબંધ ધરાવે છે. એક સિદ્ધાંતમાં સાબિત થએલી સત્યતા આગળના કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં સાબિતી તરીકે આપી શકાય છે, અને એક પછી એક એમ જુદા જુદા સિદ્ધાંતમાં પાછળનાથી ચઢતી, યા સ્વતંત્ર સત્યતા સાબિત કરવામાં આવી છે. સત્યતાના સ્વરૂપ પ્રમાણે સિદ્ધાંતના નીચેના બે ભાગ કર્યા છેઃ—

(૧) **પ્રમેય.** જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સાબિત કરવામાં આવ્યું છે— જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર છે, યા કોઈ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેનાં બાજુ અને ખુણા બરાબર છે, તેને **પ્રમેય** કહે છે. પ્રમેયમાં કોઇ વખતે નવું કાર્ય કરવામાં આવે છે પણ ફક્ત તે અમુક ગુણ સાબિત કરવાને માટેજ

અંગીકાર કરવામાં આવ્યું હોય છે; અને તે એવા સિદ્ધાંતનો મુખ્ય ઉદ્દેશ નથી.

પ્રમેયમાં મુખ્ય ઉદ્દેશ કાંઈ પણ સાબિત કરવાનોજ છે.

(૨) **કૃત્ય.** જે સિદ્ધાંતમાં કોઇ પણ ભૂમિતિની રચના કરવામાં આવી હોય છે તેને **કૃત્ય** કહે છે. પ્રમેય સિદ્ધાંતમાં જ્યારે કાંઈ સાબિત કરવાનું હોય છે ત્યારે કૃત્ય સિદ્ધાંતમાં હંમેશાં કાંઈક નવી રચના કરવાની હોય છે. જેમકે આપેલા ખુણાની બરાબર એક ખુણો બનાવવો અથવા એક આપેલી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા, વગેરે.

આ નવી રચના કરવી એજ કૃત્યનો મુખ્ય ઉદ્દેશ છે.

વળી કોઇ પણ સિદ્ધાંતના પાંચ ભાગ સામાન્ય રીતે હોય છે:–

(૧) સિદ્ધાંતમાં જે કાંઇ સાબિત કરવાનું હોય અથવા નવું રચવાનું હોય તેવી સત્યતા જે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં કહેવામાં આવી હોય તે સમૂહને સિદ્ધાંતની **સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા** અથવા **ઉદ્દેશ** કહે છે. જેમકે કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણ ખુણા મળી બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૨) જે ભાગમાં સામાન્ય પ્રતિજ્ઞામાં જે કાંઇ ફકત શબ્દ સમૂહમાં કહેવામાં આવ્યું હોય તેનું આકૃતિ સહિત ચોક્કસ શબ્દોમાં વર્ણન કર્યું હોય તેને **વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા યા સાધન** કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી સાધારણ પ્રતિજ્ઞાને ત્રિકોણની આકૃતિ કાઢી ખુણાનાં નામ આપી કહેવું કે ફલાણા ત્રિકોણના ફલાણા ત્રણ ખુણાઓ બે કાટખુણા બરાબર થશે.

(૩) સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે અથવા કાંઈ નવું કરવાને માટે જે કાંઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે તે ભાગને સિદ્ધાંતની **રચના** કહે છે. જેમકે (૧) માં બતાવેલી પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિ સાથે વર્ણવ્યા પછી સમાન્તર સીધી લીટી દોરવી અને પાયાને લંબાવવો એ રચના છે.

(૪) જે ભાગમાં સાબિતિ સહિત પ્રમેયની સત્યતા બતાવી આપી હોય અથવા કૃત્યનું કાર્ય કરી આપ્યું હોય તે ભાગને સિદ્ધાંતની **સાબિતિ** યા **સિદ્ધતા** કહે છે; જેમકે (૧) માં બતાવેલી સત્યતા સાબિત કરી આપવી યા એક ખુણાની બરાબર બીજો ખુણો કરવો.

(૫) સિદ્ધાંતના પાંચમા અને છેલ્લા ભાગમાં પ્રતિજ્ઞામાં બતાવેલી સત્યતા યા કાર્ય થઇ રહ્યું છે એમ કહેવામાં આવે છે અને એ ભાગને **સમાપ્તિ** અથવા **નિગમન** કહે છે.

ઉપલા પૃથક્કરણથી સ્પષ્ટ થશે કે કોઈ પણ સિદ્ધાંતમાં પ્રતિજ્ઞા–સામાન્ય અને વિશિષ્ટ–અને સમાપ્તિમાં તર્કશાસ્ત્રની મદદ જોઈતી નથી; કારણ કે જે સાધારણ શબ્દોમાં કહ્યું હોય તે તેમાં ચોકકસ શબ્દોમાં કહેવામાં આવે છે. **મુખ્ય ભાગો રચના અને સિદ્ધતા** છે. કારણ કે સિદ્ધાંતમાં એવી રચના લેવી જોઇએ કે જેથી માગેલી સત્યતા બતાવી શકાય અને સાબિતી એવી અંગીકાર કરવી જોઇએ કે જેથી સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા નીકળી શકે; આ ભાગોમાં તર્કશાસ્ત્રનો પ્રવેશ થાય છે. માટે આ ભાગનું મનન આગ્રહપૂર્વક કરવું.

વળી કાંઈ પણ સિદ્ધ કરવામાં આવ્યું હોય અથવા બનાવવામાં આવ્યું હોય તે ઉપરથી નિકટ સંબંધ ધરાવનારી કોઈ પણ સત્યતા નીકળી શકતી હોય તો તેને તે સિદ્ધાંતનો **ઉપસિધ્ધાંત** કહે છે. આ ઉપસિદ્ધાંતની સત્યતા તેની ઉપરના સિદ્ધાંત પરથી તરતજ દેખાઇ આવે છે અને તેને માટે સામાન્ય રીતે જુદી સિદ્ધતા આપવામાં આવતી નથી, પણ તેને સિદ્ધાંતના ઉપસિદ્ધાંત તરીકે લેખવામાં આવે છે, અને તેને સિદ્ધાંતના અનુમાન તરીકે આપવામાં આવે છે.

કોઇ પણ પ્રતિજ્ઞામાં બે ભાગ હોય છે, જે ભાગ આપેલો હોય તેને **પક્ષ** કહે છે અને જે માગેલો હોય તેને **સાધ્ય** કહે છે.

દરેક પ્રમેયમાં કાંઈ પણ સિદ્ધ કરવાનું હોય છે અને કૃત્યમાં કાંઇ પણ રચવાનું હોય છે તેથી પ્રમેય અને કૃત્ય પુરૂં થતાં અનુક્રમે **પ્ર૦ સિ૦** અને **કૃ૦ કૃ૦** યા **પ્રમેય સિદ્ધ** અને **કૃત્ય કૃત** એવા શબ્દો લખાય છે.

સંજ્ઞા.

ભૂમિતિનાં કાર્યમાં નીચે પ્રમાણે સંજ્ઞા તથા ચિહ્ન આપવામાં આવ્યાં છેઃ–

∴ માટે, અથવા તેથી; ∵ કારણ કે; મી. મીટર;

= બરાબર યા બરાબર છે; ∠ ખુણો; ″ ઇંચ.

△ ત્રિકોણ. ⌊ કાટખુણો. ′ ફુટ.

‖ સમાન્તર સીધી લીટીઓ. ⊥ લંબ મી. મી. મીલીમીટર

સ૦ ચ૦ = ‖ કોણ = સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; સે. મી. સેન્ટીમીટર

≡ સર્વ સમાન કે એકરૂપ. (બધી રીતે બરાબર). ડે. મી. ડેસીમીટર

> મોટી છે. < નાની છે.

નોટ–શરૂઆતમાં આ સંજ્ઞા ધીમે ધીમે વાપરવામાં આવી છે અને વિદ્યાર્થીઓને અનુભવ થયા પછીજ ધીમે ધીમે વધારે સંજ્ઞા વાપરતા જવું.

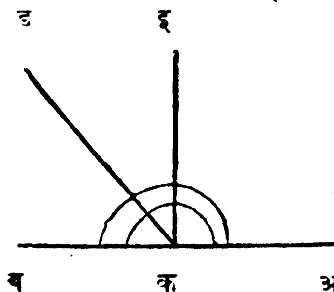
§ ૧૩. સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧.

પ્રતિજ્ઞા સામાન્ય. એક સીધી લીટીની એકજ બાજુએ બીજી સીધી લીટીથી થતા પાસે પાસેના ખુણા બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર છે.

પ્રતિજ્ઞા વિશિષ્ટ. अब સીધી લીટીની એકજ બાજુએ डक સીધી લીટી अकड અને बकड બે પાસે પાસેના ખુણા કરે છે;

ત્યારે તે બન્ને મળીને બે કાટખુણાની બરાબર થશે.



રચના. ધારો કે क બિંદુમાંથી अब ઉપર कइ લંબ દોરી છે. (સ્વી).

સિદ્ધતા. કારણ કે अकड અને बकड ખુણા મળીને अकइ, इकड અને इकब ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

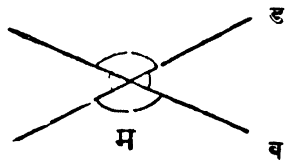
અને તેમજ अकइ અને इकब ખુણા મળીને એજ ત્રણ अकइ, इकड અને इकब ખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

તેથી ∠अकड અને ∠बकड = ∠अकइ અને ∠इकब; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अकइ અને ∠इकब = ૨ કાટખુણા; (રચના)

નિગમન. તેથી ∠अकड અને ∠बकड=બે કાટખુણા. (પ્ર૦પ્ર૦) પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. જો કોઈ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો *છેદનબિંદુ આગળ થતા ચાર ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.



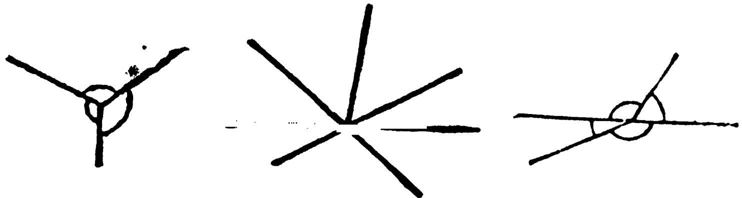
કારણ કે ∠अमक+∠कमअ મળી બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∠बमड + डमअ મળી પણ બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ એ ચાર ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. ગમે તેટલી સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં આવી મળે તો આ છેદનબિંદુ આગળ થતા બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

કારણ કે ગમે તે એક લીટીને લંબાવીએ તો સામાન્ય છેદન-બિંદુ આગળના સર્વ ખુણાઓ ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (ઉ૦ સિ૦ ૧)



*બે અથવા વધારે લીટીઓ જે બિંદુમાં છેદે તેને છેદનબિંદુ કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧, ૨૭°, ૫૩°, ૧૧૨°, ૧૭૯°, ૨૧°, ૫૯°, ૧૦૧° અને ૫૨°ના ન્યૂનતાપૂરક યા દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૨. ૧૨°, ૨૩°, ૪૯°, ૫૫° ના કોટિખુણા યા એક કાટખૂણાપૂર્ણી ખૂણા કહો.

૩. જો એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટીને છેદે ને એક ખુણો કાટખુણો કરે તો બાકીના ખુણાઓ પણ કાટખુણા છે એમ બતાવો.

૪. સરખા ખુણાના કોટિખુણાઓ બરાબર છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. સરખા ખુણાના ન્યૂનતાપૂરક ખુણા બરાબર છે

૬. △ अबक માં ∠ अबक = ∠ अकब, અને बकને બન્ને દિશામાં લંબાવીએ તો બતાવો કે એ પ્રમાણે થતા બહારના ખૂણા પણ બરાબર છે.

૭. △ अबक માં ∠ अबक = ∠ अकब, અને अब અને अकને લંબાવીએ તો બતાવો કે પાયાની બહારના ખુણા પણ બરાબર છે.

૮. જો એક સીધી લીટી ઉપર બીજી સીધી લીટી પડે તો પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ અરસપરસ લંબ છે.

૯. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણા (દરેક) ૭૫°ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૧૦. એકજ શાખાલીટીની આસપાસ બે ખુણાઓ ૭૨° અને ૧૦૮° ના છે તો બન્નેને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૧૧. ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ૬૭°, ૧૧૦° અને ૩૩° ના એકજ શિરોબિંદુ આગળ પાસે પાસે છે. જો ત્રણેને દુભાગીએ તો છેલ્લી અને પહેલી દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં બબ્બે દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેના ખુણા કેવડા?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જો પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક હોય તો તે ખુણાની બહારની લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા કે સાધન. ∠ अबड અને ∠ डबइ પાસે પાસેના ખુણા ન્યૂનતાપૂરક છે, ત્યારે તેની બહારની શાખાલીટીઓ अब અને इब એકજ સીધી લીટીમાં થશે; એટલે अबइ સીધી લીટી થશે.



રચના. अब ને क સુધી લંબાવો. (સ્વી० ૬૦)

સિદ્ધતા. કારણ કે अबक એક સીધી લીટી છે, અને इब તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अबइ અને ∠कबइ ન્યૂનતાપૂરક છે. (પ્ર.० સિ. ૧)

પણ ∠अबइ અને ∠डबइ ન્યૂનતાપૂરક છે, (પ્રતિજ્ઞા)

∴ ∠अबइ + ∠डबइ = ∠अबइ + ∠कबइ. (પ્ર०પ્ર०)

એ બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠अबइ લઇ લો;

∴ ∠डबइ = ∠कबइ. (પ્ર० પ્ર०)

અને આ બે સરખા ખુણાઓની એક શાખાલીટી बइ સામાન્ય છે. અને એ ખુણાઓ એ સામાન્ય શાખાલીટીની એકજ બાજુએ છે.

∴ बक, बड એકજ સીધી લીટીમાં હોવી જોઇએ.

અને अबक એક સીધી લીટી છે, (રચના)

નિગમન. ∴ अबड પણ સીધી લીટી છે. **પ્ર० સિ०**

પ્રશ્નો.

૧. अब ની સાથે बक અને बड વિરુદ્ધ બાજુ ઉપર અનુક્રમે ૬૫° અને ૧૧૫° ના ખુણા કરે છે તો बक અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૨. बक સાથે વિરુદ્ધ બાજુએ बअ અને बड અનુક્રમે એકેક કાટખુણો કરે છે તો बअ અને बड એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = ૨" અને अक = ૨"; ∠बअक ને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તો बड અને डक માપો; અને ∠अडब ના ન્યૂનતાપૂરક અને કોટિખુણા કહો.

૪. अबक લીટીની વિરૂધ્ધ બાજુએ ∠अबड અને ∠कबइ બરાબર છે તો બતાવો કે डब અને बइ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૫. પાસે પાસેના ખૂણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ જો કાટખુણે મળતી હોય તો એ ખુણાની બહારની શાખા લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. સામસામેના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે એમ સિધ્ધ કરો.

૭. કોઈ પણ પેન્સીલને વચ્ચેથી પકડી આમ તેમ ફેરવીએ તો તેના બન્ને ભાગો સરખા ખુણામાંથી ફરશે.

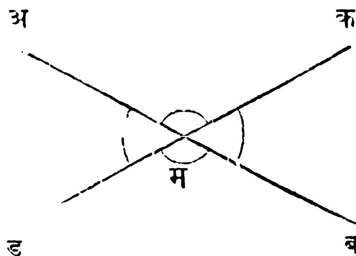
૮. अबक અને डबइ સીધી લીટીઓ એક બીજીને ब માં છેદે તો ∠अबइ + ∠इबक = ? અને ∠इबक + ∠कबड = ?

૯. એકજ લીટીની આસપાસ બે ખૂણાઓ ૭૨° અને ૧૦૯ ના છે તો બહારની શાખાલીટીઓ એકજ સીધી લીટીમાં છે ?

૧૦. બે સીધી લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદે તો સામસામેના ખુણાની કેટલી જોડ થશે ?

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩.

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા જો બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને છેદે તો સામસામેના ખુણાઓ બરાબર છે.



વિશિષ્ટ પ્ર૦. अब અને कड બે સીધી લીટીઓ म બિંદુમાં છેદે છે તો ∠अमक = ∠बमड થશે; અને ∠अमड = ∠कमब થશે.

સિધ્ધતા. ∵ कड એક સીધી લીટી છે અને अम તેની ઉપર પડે છે.

∴ ∠अमक + ∠अमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

અને ∵ डम, अब ઉપર પડે છે,

∴ ∠अमड + ∠बमड = ૨ કાટખુણા. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠अमक + ∠अमड = ∠अमड + ∠बमड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

આ બન્ને સરખી જોડમાંથી સામાન્ય ∠अमड લઇ લેા;

નિગમન. ∴ ∠अमक = ∠बमड; (પ્ર૦ પ્ર૦)

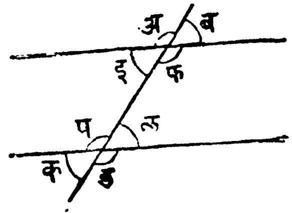
અને તેજ પ્રમાણે ∠अमड = ∠कमव પણ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નેા.

૧. ઉપલા સિદ્ધાંતમાં ∠अमड = ∠कमव છે તે પૂર્ણ સિદ્ધતા લખી એ સિદ્ધાંત સાબિત કરેા.

૨.* કેાઇ પણ ત્રિકેાણની સઘળી બાજુએા બંને દિશામાં લંબાવી કહેા કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે.

૩. નીચેની આકૃતિમાં જો ∠अ = ∠इ તેા ∠इ = ∠फ; જો ∠ब = ∠ल તેા ∠इ = ∠क; જો ∠ब = ∠ल, તેા ∠फ = ∠ड અને ∠इ = ∠ल; જો ∠इ + ∠प = ૨ l., તેા ∠फ + ∠ल = ૨ l., ∠ब + ∠ड = ૨ l., અને ∠अ + ∠क = ૨ l. છે.



૪. બે લીટીએા એક બીજાને છેદે તેા એક ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેના ખુણાને પણ દુભાગે છે એમ સાબિત કરેા.

૫. સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા એકજ સીધી લીટીમાં છે.

૬. પ્રમેય સિદ્ધાંત ૩જાની આકૃતિમાં જો

(૧) ∠अमक = ૬૧°, તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૨) ∠अमक + ∠बमड = ૨૨૦° તેા બીજા ખુણા કેવડા ?

(૩) ∠अमक + ∠अमड + ∠डमब = ૨૩૬° તેા દરેક ખુણેા શું?

૭. बड, ∠अबक ને દુભાગે છે તેા बड ઉપર ∠अबक ને બેવડ વાળીએ ત્યારે अब કયાં પડશે ? अब, बक ની બહાર અને અંદર કયારે કયારે પડશે ?

૮. બે લીટીઓ એક બીજીને છેદતાં એક ખૂણો ૧૫° નો કરે છે તો બાકીના ખૂણા કેવડા ?

૯. ત્રણ લીટીઓ એકજ બિંદુમાં છેદતાં પાસેપાસેના બે ખુણા ૨૫° અને ૬૧° ના કરે છે તો બાકીના ખુણા કેવડા ?

૧૦. એક ચતુષ્કોણમાં બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવતાં બહારના ખુણા ૮૬°, ૧૧૫°, ૭૫°, ૮૪°, થાય છે તો તેની પાસેના ખૂણા કેવડા ?

૧૧. એક આંકણી એક લીટી ઉપર ફરીને ૨૭°, ૧૧૨°, ૭૭°, અને ૪૮° ના ખુણા કરે છે તો તેની પાસેના અને સામેના ખુણા તે કેવડા કરશે ?

§ ૧૪. સમાન્તર સીધી લીટી અને તેથી થતા ખુણાઓનો સંબંધ.

સમાન્તર સીધી લીટીઓ એકજ સફાઇમાં હોવી જોઇએ. જો એક લીટી એક ચોપડી પર હોય અને બીજી લીટી એક સ્લેટ પર હોય અને આ લીટીઓ જો કે ગમે તેટલું લંબાવવાથી મળતી નથી તો પણ આ ભૂમિતિમાં એવી સમાન્તર લીટીઓ લેવામાં આવી નથી. આ ભૂમિતિમાં એકજ સફાઇમાં પડતી સમાન્તરો લીધી છે. બે લીટી ઉપર એક આડી લીટી પડે અને એ પ્રમાણે જે જે ખુણાઓ બબ્બે લીટીથી થાય છે તેની સમજણ માટે કર્તવ્ય ભાગમાં જુઓ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ થો વિદ્યાર્થીને ભારી લાગશે માટે તે શીખવવા અગાઉ શિક્ષકે નીચે પ્રમાણે પ્રયોગ કરી બતાવવો:—

अब, कड બે લીટીને છેદતી એક फफ आડી લીટી દોરો અને તેમાં ∠अइल અને ∠इलड દરેક ૭૦° નો કરો; પછી ∠बइल અને ∠इलक નાં માપ લો.

પછી बइलड ભાગની નકલ પાતળી કાગળ પર કરો. અને તેને ફેરવીને (ડાબા હાથ તરફ) कलइअ ભાગ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે इल લીટી लइ સાથે મળી જાય. इब, लड નું શું થાય છે ? કારણ શું ?

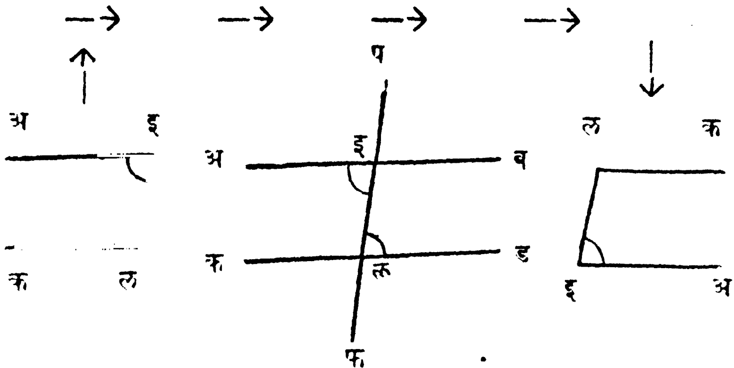
જો इअ, लक ને લંબાવતાં તેઓ મળે તો लड, इब ને વિષે શું અનુમાન કરો ? તેથી अइब, कलड વિષે શું અનુમાન કરો ?

જો इअ, लक ને લંબાવતાં તેઓ ન મળે તો શું અનુમાન નીકળે છે ? આ પ્રમાણે બતાવો કે अब ∥ कड છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪.

એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો વ્યુત્ક્રમ ખુણાનું જોડકું બરાબર હોય તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.

अब, कड બે સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી इ, ल માં અનુક્રમે છેદે છે ત્યારે જો ∠अइल = ∠इलड, તો अब ∥ कड થશે.



આકૃતિમાંથી अइलक ભાગ (કાપીને કે નકલ કરીને) છૂટો કરી તીરની દિશામાં ફેરવીને એવી રીતે મુકો કે ल, इ ઉપર અને इ, ल ઉપર પડે.

∵ इल = लइ અને ∠अइल=∠इलड, ∴ इअ, लड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠अइल=∠इलड, ∴ તેઓના ન્યૂનતાપૂરક ∠बइल = ∠कलइ(!)

∴ लक, इब ઉપરજ પડશે.

હવે જો अब, कड લીટીઓ સમાન્તર ન હોય તો તેઓ લંબા-વતાં જમણી કે ડાબી બાજુએ મળશે. ધારો કે તેઓ ब, ड તરફ લંબાવતાં મળે છે. પણ लड, इब ની જે દિશા છે તેજ દિશા इअ, लक ની પણ છે; તેથી इअ, लक પણ अ, क તરફ લંબાવતાં મળશે. એટલે

अब, कड બે સીધી લીટી અવકાશનો ભાગ રોકી શકે છે. પણ એ બન્ને સીધી લીટી હોવાથી એ અશક્ય છે.

∴ કોઈ પણ બાજુ પર अब, कड મળે નહિ. ∴ अब ∥ कड છે. **પ્ર. સિ.**

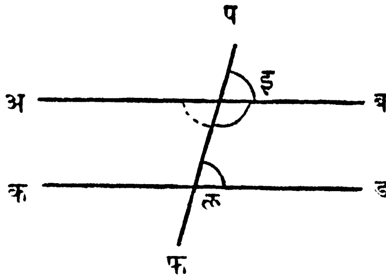
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૫.

જો એક સીધી લીટી બીજી બે સીધી લીટીને છેદે ત્યારે જો–

(૧) બહારનો એક ખુણો આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના સામેના ખુણાની બરાબર હોય; અથવા

(૨) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર હોય;

તો તે બે લીટીઓ સમાન્તર સીધી લીટીઓ છે.



पफ આડી લીટી अब, कड એ સીધી લીટીને અનુક્રમે इ, ल માં છેદે છે. ત્યારે

(૧). જો બહારનો ∠पइब = ∠पलड હોય, તો अब ‖ कड થશે.

કારણકે ∠पइब = ∠पलड, (∠इलड),

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠अइल = ∠इलड (∠पलड), (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે.

(૨). જો ∠बइल + ∠इलड = ૨ ⌊, તો अब ‖ कड થશે.

કારણ કે ∠बइल + ∠इलड = ૨ ⌊, (પ્રતિજ્ઞા)

અને ∠बइल + ∠अइल = ૨ ⌊, (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠बइल + ∠इलड = ∠बइल + ∠अइल. (પ્ર૦ પ્ર૦)

બન્ને જોડમાંથી સામાન્ય ∠बइल લઈ લો;

∴ ∠इलड = ∠अइल　　　　(પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે,

∴ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૪ પ્રમાણે अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦)

ઉપસિદ્ધાંત. જો બે સીધી લીટી બન્ને ત્રીજી સીધી લીટીને લંબ હોય તો તે બે સમાન્તર સીધી લીટી છે.

પ્રશ્નો (સિ. ૪ ને ૫ ઉપર).

૧. સિદ્ધાંત ૪ થાનો ઉપસિધ્ધાંત સાબિત કરો.

૨. બે અથવા વધારે સમાન્તર સીધી લીટીને મળતી આડી લીટીઓ જો ‖ ને લંબ હોય તો એ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો સમાન્તરબાજુ છે.

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠बअक = ∠अकड અને ∠डअक = ∠अकब તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ છે એમ બતાવો.

૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ = ∠ब અને बक = अड; તો આકૃતિને કાપીને, ઉલટ પાલટ ફેરવીને અને મૂળ સ્થિતિમાં પાછી ગોઠવીને બતાવો કે अब ‖ कड,

૫. લીટીના પરિવર્તનથી ખૂણો થાય છે એ સત્યતાને આધારે ઉપલો સિધ્ધાંત સાબિત કરો.

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ. એક બીજીને છેદતી બે લીટીઓ બન્ને ત્રીજી લીટીને સમાન્તર હોઇ શકે નહિ. અથવા કોઈ પણ બિંદુમાંથી એકજ લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર દોરી શકાય છે.

अ　　फ
इ　　ब
क　　ड

अब, इफ, અરસપરસ છેદે છે.

આ પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ કહેવાય છે.

નોટ—જો अब, कड સમાન્તર હોય તો अब, कड વચ્ચેનું અંતર બધી જગ્યાએ એકજ છે. અને अब ને इफ છેદે છે તેથી कड, इफ વચ્ચેનું અંતર अब, कड વચ્ચેના અંતર કરતાં કોઈ જગ્યાએ વધે અને કોઇ જગ્યાએ ઘટે; તેથી इफ, कड વચ્ચેનું અંતર એકજ રહી શકે નહિ; તેથી इफ, कड સમાન્તર હોઇ શકે નહિ.

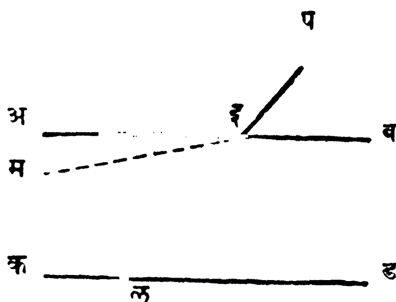
પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

જો એક સીધી લીટી બે સમાન્તર સીધી લીટીને છેદે તો

(૧) વ્યુત્ક્રમ ખુણાઓ બરાબર છે.

(૨) બહારનો ખુણો માંહેના સામેના આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના ખુણાની બરાબર છે; અને

(૩) આડી લીટીની એકજ બાજુ તરફના માંહેના બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે.



अब, कड બે સમાન્તર સીધી લીટીને पफ એક આડી સીધી લીટી અનુક્રમે इ, ल માં છેદે છે તો

(૧) ∠अइल = ∠इलड થશે;

(૨) બહારનો ∠पइब = માંહેના સામેના ∠इलड થશે; અને

(૩) માંહેના ∠इलड + ∠बइल = ૨ ⌊ થશે.

(૧). જો ∠अइल, ∠इलड ની બરાબર ન હોય તો

ધારો કે ∠मइल = ∠इलड છે.

∵ ∠मइल = ∠इलड, ∴ मइ ∥ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

પણ अब ∥ कड;

∴ मइ અને अइब બન્ને ∥ कड છે.

પણ એ અશક્ય છે. (પ્લેફેરનું પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ)

∴ ∠अइल અને ∠इलड બરાબર નથી એ અશક્ય છે.

∴ ∠अइल = ∠इलड છે.

(૨). હવે ∠अइल = ∠इलड, (સિદ્ધ)

અને ∠पइब = ∠अइल, (પ્ર૦ સિ૦ ૩)

∴ ∠पइब = ∠इलड છે. (પ્ર૦ પ્ર૦)

(૩). હવે ∠अइल = ∠इलड; (સિદ્ધ)

માટે બન્નેમાં ∠बइल ઉમેરીએ તેા

∠अइल + ∠बइल = ∠इलड + ∠बइल; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠अइल + ∠बइल = ૨ ∟ (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

∴ ∠इलड + ∠बइल = ૨ ∟ છે. (પ્ર૦ પ્ર૦). પ્ર. સિ.

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓની સમાન્તર બે લીટીઓ દોરી હોય તેા આ બે લીટીનેા અંતર્ખુણેા આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

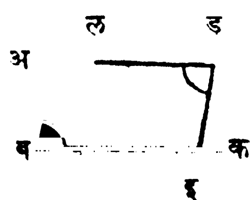
अबक આપેલેા ખુણેા છે અને बअ સમાન્તર डइ, અને बक સમાન્તર डल દોરી છે.

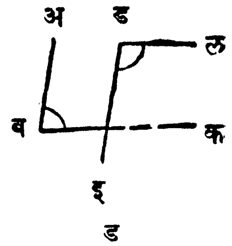
(૧). જો बअ ની દિશામાં डइ ને, અને बक ની દિશામાં डल ને દોરી હોય ત તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.



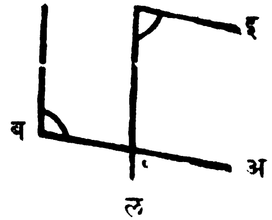


(૨). જો बअ ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डइ ને, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डल ને દોરી હોય તેા ∠अबक, ∠इडल બરાબર છે.





(૩). જો बअ ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डइ ને, અને बक નીજ દિશામાં डल ને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.



(૪). જો बअ નીજ દિશામાં डइ ને, અને बक ની વિરૂદ્ધ દિશામાં डल ને દોરી હોય તો ∠अबक, ∠इडल ન્યૂનતાપૂરક છે.

પ્રશ્નો.

૧. બે અથવા વધારે સમાન્તર લીટીને છેદતી આડી લીટી જો એકને લંબ હોય તો તે બધી સમાન્તરોને લંબ છે એમ બતાવો.

૨. સિદ્ધાંત ૬ માં પહેલા ભાગની મદદ વિના બીજો ભાગ સિદ્ધ કરો.

૩. બે સમાન્તર લીટીની બે જોડ અરસપરસ છેદી એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે તો બતાવો કે (૧) કયા કયા ખૂણા બરાબર છે: (૨) કયા કયા ખુણાનો સરવાળો બે કાટખુણા બરાબર છે; અને (૩) કયા કયા ખુણા અરસપરસ દ્વિકાટખૂણપૂર્ણ છે.

૪. એક સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણ દોરીને કહો કે કયા કયા ખુણા બરાબર છે ?

૫. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા સરખા છે.

૬. સમાન્તરબાજૂ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો કેટલો ?

૭. પ્રશ્ન ૬ પરથી ત્રિકોણના ખુણાનો સરવાળો કરો.

૮. જો કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તો તે લંબચોરસ છે.

૯. કોઈ પણ ખુણાની શાખા લીટીની સમાન્તર બે

લીટી દોરી હોય તો આ બે લીટીનો અંતર્ખુણો આપેલા ખુણાની બરાબર છે, અથવા ન્યૂનતાપૂરક છે.

૧૦. अबक△માં ∠ब=∠क ને डइ ∥ बक તો ∠अडइ=∠अइड છે.

૧૧. ત્રિકોણની બહારના ખૂણાને દુભાગનાર લીટી એક બાજુને સમાન્તર હોય તો ત્રિકોણમાં બે ખૂણા સરખા છે એમ બતાવો.

૧૨. એકજ લીટીને દોરેલી બધી લંબો અરસપરસ સમાન્તર છે.

૧૩.* अब ∥ पफ અને बक ∥ पल તો ∠ब અને ∠प ને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર અથવા લંબ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* સિ. ૯ માં इ, ल આગળના અંદરના ચાર ખુણાને દુભાગનાર લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણના અંદરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક લંબચોરસ બનાવે છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૬.* अब ∥ कड છે; તેઓને આડી લીટી प, र માં છેદે છે. ∠प, ∠र ને દુભાગનાર લીટીઓ म માં મળે છે. સળ રચનાથી બતાવો કે (मप, मर ઉપર સળ વાળીને) म, अब અને कड થી સમાન અંતરે છે.

૧૭.* એક લીટી બીજી બે લીટીને છેદે અને માંહેના એક બાજુ તરફના બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તો જે બાજુ ઉપર બે ખુણાઓ મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા હોય તે બાજુ તરફ એ બે લીટીઓ લંબાવતાં મળે છે એમ બતાવો.

૧૮.* બે લીટીઓની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો તે બે લીટીઓને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે; અને પહોળો પહોળા ખુણાની બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૯* કોઈ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર લીટી દોરી સિદ્ધ કરો કે ત્રિકોણનાં ત્રણે ખુણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

---

* ફુલડીવાળા પ્રશ્નો વધારે ઉપયોગી છે તેમજ ઘણી વખત કઠણ પણ છે. એવા અને મોટા અક્ષરોવાળા પ્રશ્નોના આધાર આગળના પ્રશ્નોની સિદ્ધતામાં કોઇ કોઇ જગ્યાએ લીધા છે.

૨૦.* એક ત્રિકોણનાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુની સમાન્તર લીટી દોરી એક સ. ચ. પુરો કરી બતાવો કે ત્રિકોણના બે ખૂણા મળી બે કાટખૂણા બરાબર છે.

સિદ્ધતાનો પ્રકાર.

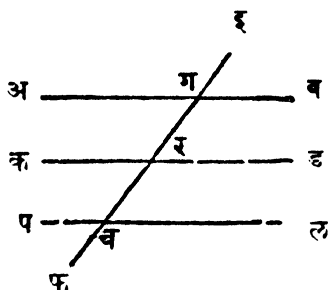
સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠા ઉપરથી માલમ પડશે કે પહેલા પાંચ સિદ્ધાંતમાં જે રીતની સિદ્ધતા વાપરી છે તેનાથી એ સિદ્ધતા જુદીજ છે. પહેલા પાંચની સિદ્ધતા **સુલટી** છે અને ૬ઠ્ઠામાં એ સિદ્ધતા **ઉલટી** છે. કોઈ પણ સિદ્ધાંત આપણે સિદ્ધ કરવાનો છે અને જ્યારે આપણે બતાવીએ છીએ કે એ સિદ્ધાંત ખોટો નથી. કારણ કે જો ખોટો હોય હોય તો કાંઈ વિપરીત પરિણામ આવે છે, ત્યારે તે ઉલટી સિદ્ધતા કહેવાય છે. ૬ઠ્ઠા સિદ્ધાંતમાં આપણે સાધ્યને ખોટો માની તેથી ઉલટું પરિણામ આણ્યું છે. અને જ્યાં જ્યાં આવી ઉલટી સિદ્ધતા અંગીકાર કરવામાં આવે છે ત્યાં ત્યાં એવાં ઉલટાં અને વિપરીત પરિણામ આવે છે.

પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો.

જ્યારે એક સિદ્ધાંતનો પક્ષ ભાગ બીજા સિદ્ધાંતનો સાધ્ય ભાગ હોય અને પહેલાનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે એવા સિદ્ધાંતો એક બીજાના **પ્રતીપ** યા **વ્યત્યાસ** કહેવાય છે. સિદ્ધાંત ૪ ને ૫ ના પક્ષમાં ખુણાઓનો સંબંધ આપેલો છે અને સાધ્યમાં લીટી || કરવાની છે. ત્યારે સિદ્ધાંત ૬ઠ્ઠાના પક્ષમાં લીટી || આપેલી છે અને સાધ્યમાં ∠ઓનો સંબંધ શોધવાનો છે. તેથી એ બે સિદ્ધાંતો પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ છે. 'પ્રતીપ' યા 'વ્યત્યાસ' નો અર્થ 'ઉલટો' છે. આ ઉપરથી સમજાશે કે કોઇ પણ સિદ્ધાંતનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હોઇ શકે છે; પણ એક સિદ્ધાંત સત્ય હોય તો તેનો પ્રતીપ સિદ્ધાંત હંમેશાં સત્ય છે એવું નથી; જેમકે બે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તો ખુણા પણ બરાબર છે. પણ તેનો પ્રતીપ-ખુણા બરાબર હોય તો બાજુઓ પણ બરાબર છે એ હંમેશાં સત્ય નથી.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૭.

જે સીધી લીટીઓ એકજ સીધી લીટીને સમાન્તર છે તે અરસપરસ સમાન્તર છે.



अब અને कड લીટી બન્ને पल ને ‖ છે તો अब, कड ‖ થશે.

રચના. इफ આડી લીટી ત્રણે સમાન્તરોને અનુક્રમે ग, र, व માં છેદે તેમ દોરો.

સિદ્ધતા. ∵ अब ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠अगर = ∠गवल. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ कड ‖ पल, અને इफ બન્નેને છેદે છે,

∴ ∠गरड = ∠गवल (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

પણ ∠अगर = ∠गवल, (સિદ્ધતા)

∴ ∠अगर (એટલે ∠अगब) = ∠गरड; (?)

પણ આ વ્યુત્ક્રમ ખુણા છે.

નિગમન. ∴ अब ‖ कड છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪). **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ—સિદ્ધાંત ૭ માં જ્યારે पल લીટી अब અને कड ની મધ્યે હોય ત્યારે સિદ્ધતા નહિજ જેવી છે; કારણ કે

अब ‖ पल અને कड ‖ पल છે.

∴ अब, पल અને कड, पल કદી પણ મળશે નહિ તો અશક્ય છે કે पल ની બહારની લીટીઓ, अब, कड મળી શકશે.

પ્રશ્નો.

૧. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને સમાન્તર હોય તો બીજીને પણ તે સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૨. જો એક લીટી બીજી બે સમાન્તર લીટીમાંથી એકને લંબ હોય તો બીજીને પણ તે લંબ છે એમ બતાવો.

૩. સિધ્ધાંત ૭ ને પ્લેફેરના પ્રત્યક્ષ પ્રમાણથી સિધ્ધ કરો.

૪. સિધ્ધાંત ૭ મામાં "સમાન્તર" ને બદલે "સરખી" અને "લંબ" શબ્દ મૂકીએ તો એથી થતા સિધ્ધાંતો પણ ખરા છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઇ પણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં જો એક બાજુને સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો આ પ્રમાણે થતા ચતુષ્કોણો પણ સમાન્તરબાજુ છે.

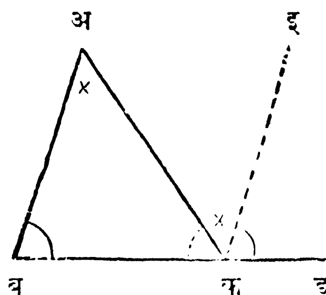
૬. લંબચોરસની બાજુનાં મધ્યબિંદુમાંથી બાજુને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ મોટા લંબ ચોરસના ચાર સરખા લંબ ચોરસો બનાવે છે.

૭ પ્રશ્ન ૬ઠ્ઠામાં જો ચોરસ લઇએ તો ચાર નાના ચોરસ થશે.

§ ૧૫. ત્રિકોણના બધા ખુણાનું અને બહુકોણના અંતર્ખુણાનું અને બાહ્યખુણાનું એકંદર મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિધ્ધાંત ૮.

કોઇ પણ ત્રિકોણના ત્રણે ખુણા મળીને બે કાટખુણા બરાબર છે.



अबक एक ત્રિકોણ છે; તો $\angle$अ + $\angle$ब + $\angle$क = બે કાટખુણા થશે.

રચના. बक ને ड સુધી લંબાવો; અને ધારો કે कइ, अब ને $\parallel$ છે,

સિધ્ધતા. $\because$ अब $\parallel$ कइ, $\therefore$ $\angle$अ = $\angle$अकइ; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अब ∥ कइ, ∴ ∠ब = ∠इकड; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

∴ ∠अ + ∠ब = ∠अकइ + ∠इकड; (પ્ર૦ પ્ર૦).

હવે બન્ને જોડમાં ∠अकब ઉમેરો.

∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ∠अकइ + ∠इकड + ∠अकब;

પણ क આગળના ત્રણ ખુણા બે કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧)

નિગમન. ∴ ∠अ + ∠ब + ∠अकब = ૨ ∟ છે.

એટલે ત્રિકોણના ∠अ + ∠ब + ∠क = બે કાટખુણા. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો માંહેના સામેના બે ખુણાની બરાબર છે; અને તે માંહેના સામેના કોઈ પણ ખુણાથી મોટો છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો બે ત્રિકોણમાં એકના બે ખુણા બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રીજા ખુણા પણ બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. કોઈપણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી બે કાટખુણા કરતાં ઓછા છે.

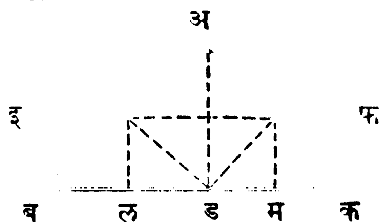
ઉપસિદ્ધાંત ૪. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધા ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૫. કોઈપણ ત્રિકોણમાં ઓછામાં ઓછા બે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય છે.

પ્રશ્નો.

૧. નીચે પ્રમાણે ત્રિકોણ રચના કરી પ્ર. સિ. ૮ મો સિધ્ધ કરો.

[△ अबक માં अड, बक પર ⊥ છે અને इ, अबનું અને फ, अकનું મધ્ય બિંદુ છે; ને इल અને फम, बक ને ⊥ છે]



૨. કોઇ પણ કાટખુણ △ માં બે સાંકડા ખુણા કોટિખૂણા છે.

૩. જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે ખુણા મળી ત્રીજાની બરાબર હોય તો ત્રિકોણ કાટખુણ ત્રિકોણ છે.

૪. કાટખુણ ત્રિકોણમાં કર્ણ ઉપર જો કાટખુણામાંથી લંબ દોરી હોય તો બન્ને ત્રિકોણો મૂળ ત્રિકોણ સાથે સમકોણ છે.

૫. अबक △ માં बक ની ∥ લીટી अ માંથી દોરી પ્ર૦ સિ૦ ૮ સિધ્ધ કરો.

૬. △ अबकમાં बक લંબાવતાં બહારનો ∠अकड=૧૨૨° અને ∠अ=૫૨° છે તો બીજા ખુણા કેવડા ?

૭. બે લીટીઓ અનુક્રમે બીજી બે લીટીને લંબ હોય તો પહેલી જોડની વચ્ચેનો સાંકડો ખુણો બીજી જોડની વચ્ચેના સાંકડા ખુણાની બરાબર છે.

૮. કોઈ પણ ત્રિકોણના પાયાને બન્ને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખૂણાઓ બે કાટખુણા અને પાયાની સામેના ખુણાના સરવાળા બરાબર છે.

૯.* △ अबक માં ∠ब, ∠क ને बड, कड અનુક્રમે દુભાગે છે તો ∠ बडक = ૯૦° + ∠अ/૨.

૧૦.* △ अबक માં अब, अक ને લંબાવતાં બહારના ખૂણાને बड, कड દુભાગે છે તો ∠बडक=૯૦° − ∠अ/૨.

૧૧.* બે સમાન્તર લીટીને એક આડી લીટી છેદે તો તેની એકજ બાજુના માંહેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ કાટખુણે મળે છે.

૧૨.* △ अबक માં अब = अक અને बअ ને ड સુધી લંબાવતાં अक = अड હોય તો डक, बक ને લંબ છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૩.* કોઇ પણ ચતુષ્કોણમાં પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીથી થતો અંતર્ખુણો બાકીના ખુણાના સરવાળાથી અર્ધો છે એમ બતાવો.

૧૪. કોઈ પણ ત્રિકોણની એક બાજુને બંને બાજુ લંબાવીએ તો બહારના ખુણા બે કાટખુણા કરતાં મોટા છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૫. કોઇ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એક બીજાની અંદર છે તો પાયાની સામેનો ત્રિકોણનો ખુણો અંદરના ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૬.* अबक △ માં ∠अ, ∠ब ને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો ∠अडब ૧ ∟ થી મોટો છે એ સિધ્ધ કરો.

૧૭. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक કર્ણ ∠अ અને ∠क ને દુભાગે છે તો ब અને ड આગળના બહારના ખુણા બરાબર છે.

૧૮. પાયા આગળથી $\triangle$ ની બે બાજુ લંબાવતાં થતા બહારના ખુણાઓ મળી બે કાટખુણાથી મોટા છે.

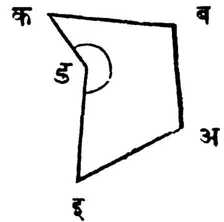
૧૯. એક $\triangle$ માં ત્રણે ખુણા બરાબર હોય તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૦. એક $\triangle$ માં બે ખુણા બરાબર છે અને ત્રીજો પહેલા કરતાં ૩૦ અંશ મોટો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૨૧. अबकड ચતુ૦ માં अब, डक લંબાવતાં મળે છે; તો ब, क આગળના બહારના ∠ઓ મળી अ, ड આગળના અંદરના ∠ઓ બરાબર છે.

૨૨. પંચકોણના બધા ખુણા મળી ૬ કાટખુણા બરાબર છે.

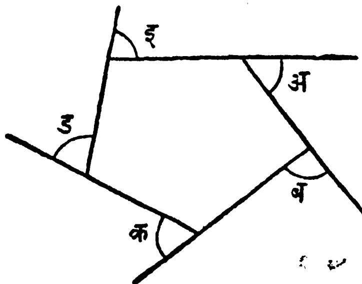
૨૩. નિયમિત ષટ્કોણ અને અષ્ટકોણમાં દરેક ખુણાનું શું મહત્ત્વ છે ?

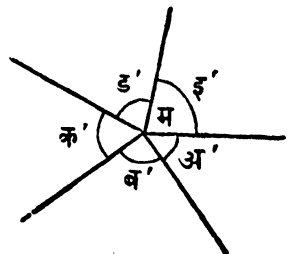


નોટ—પાસેની આકૃતિમાં બતાવેલો ड ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ યા અંતર્ગામી યા 'રીફ્લેક્ષ' ખુણો છે. જુઓ કર્તવ્ય ભાગમાં. એ ખુણો બે કાટખુણાથી મોટો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૯.

કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિ એવી હોય કે તેનો કોઈ પણ ખુણો અંતર્ગામી ન હોય તો તેની બધી બાજુ અનુક્રમે બહાર લંબાવીએ ત્યારે આ પ્રમાણે થતા બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો ચાર કાટખુણા બરાબર છે.





સાધન. अबकडइ એક એવી સીધી લીટી આકૃતિ છે કે તેનો કોઈ પણ ખુણો અંતર્ગામી નથી; અને તેની બધી બાજુ અનુક્રમે વધારવાથી બહારના ∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ, ખુણા થાય છે.

ત્યારે ∠अ + ∠ब + ∠क + ∠ड + ∠इ = ૪ કાટખુણા થશે.

રચના. म જેવા કોઇ પણ બિંદુમાંથી આપેલી આકૃતિની બાજુઓની દિશામાંજ એ બાજુઓની સમાન્તર લીટીઓ દોરો.

∠अ, ∠ब, ∠क, ∠ड, ∠इ ખુણાઓ કરતી બાજુઓની સમાન્તર જે લીટીઓ म માંથી દોરી છે તેની વચ્ચે अ', ब', क', ड', इ', ખુણાનાં નામ આપો.

સિધ્ધતા. ∵ એકજ દિશામાં જતી બબ્બે સમાન્તરોની વચ્ચે સરખા ખુણા હોય છે,

∴ ∠अ = ∠अ', ∠ब = ∠ब', ∠क = ∠क', ∠ड = ∠ड', ∠इ = ∠इ' છે. (પ્ર. સિ. ૬, ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણાનો સરવાળો = म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો છે.

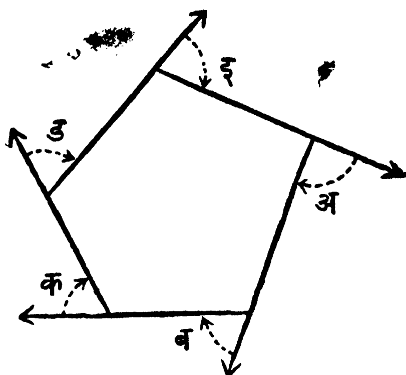
પણ म આગળના બધા ખુણાઓનો સરવાળો = ૪ કાટખુણા. (પ્ર. સિ. ૧, ઉપ.)

∴ આકૃતિના બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે. **પ્ર. સિ.**

નોટ—ઉપલી આકૃતિમાં બહુકોણની ગમે તેટલી બાજુ લઈ શકાય છે.

ઉપસિધ્ધાંત. કોઈપણ સીધી લીટી આકૃતિના અંદરના બધા ખુણા અને ચાર કાટખુણાનો સરવાળો આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

અથવા સીધી લીટી આકૃતિની બાજુની સંખ્યા અ હોય તો બધા અંદરના ખુણા મળી (૨×અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે.



अबकडइ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિ લો. તેની બાજુઓ અનુક્રમે લંબાવો.

∵ આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલાં શિરોબિંદુ છે અને દરેક શિરોબિંદુ આગળના બહારના અને અંદરના ખુણા મળી બે કાટખુણા છે.

∴ બધા બહારના અને બધા અંદરના ખુણા મળી આકૃતિની જેટલી બાજુ છે તેટલા બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

પણ બધા બહારના ખુણા મળી ચાર કાટખુણા બરાબર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૯)

∴ આકૃતિના બધા અંદરના ખુણા અને ચાર કાટખુણા મળી જેટલી બાજુ છે તેનાથી બમણા કાટખુણા બરાબર છે.

∴ બધા અંદરના ખુણા મળી = (૨ × અ−૪) કાટખુણા છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક ચતુષ્કોણના બહારના ખુણા ૭૨°, ૧૧૨°, અને ૫૫° છે તો ચોથો બહારનો ખૂણો કેવડો ? અને અંદરના બધા ખૂણા કેવડા ?

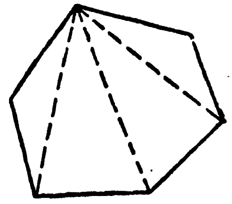
૨. એક પંચકોણના ત્રણ બહારના ખુણા ૬૭°, ૨૫°, અને ૩૮° છે અને બાકીના બહારના ખૂણા સરખા છે તો સઘળા ખુણા કેવડા ?

૩.* કોઈ પણ બહુકોણમાં અ બાજુની સંખ્યા હોય તો તેના અંદરના ખુણા (૨×અ−૪) કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૪.* કોઇ પણ સમકોણમાં અ બાજુ હોય તો દરેક અંદરનો ખૂણો (૨ અ − ૪) ÷ અ કાટખુણા બરાબર છે એમ બતાવો.

૫. એક △ માં પાયા ઉપરનો ખૂણો અનુક્રમે સામેના ખુણાથી ત્રણ ગણો અને પાંચ ગણો છે તો દરેક ખુણો કેવડો ?

૬.* કોઈ પણ બહુકોણમાં ગમે તે શિરોબિંદુને બીજાં બધાં શિરોબિંદુ સાથે સાંધી ઉપલો ઉપસિદ્ધાંત સાબિત કરો.



૭. એક △ ના પાયા ઉપરના ખુણાઓ ૬૫° અને ૮૩° છે તો તેની સામેનો ખુણો કેવડો? સામેના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી પાયા સાથે કેવડા ખૂણા કરે છે?

૮. પ્રશ્ન ૭ મામાં પાયા ઉપરના ખુણાઓને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચેનો ખુણો કેવડો?

૯. એક ચતુષ્કોણમાં ત્રણ ખુણાઓ અનુક્રમે ચોથાથી પાંચગણા, ચારગણા અને આઠગણા છે તો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૦.* એક સમબહુકોણમાં દરેક ખૂણો (૧) ૧૦૮°; (૨) ૧૭૦°; (૩) ૧૭૯°; (૪) ૧૭૭½° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુઓ છે?

૧૧. ઓછામાં ઓછી બાજુવાળા સમકોણમાં દરેક ખુણો કેવડો?

૧૨. કોઈ સમબહુકોણમાં બહારનો દરેક ખૂણો (૧) ૩૦°; (૨) ૧૨°; (૩) ૪૦°; (૪) ૯°; (૫) ૧૫°; (૬) ૩૬°; (૭) ૯૦°; (૮) ૨૪°; (૯) ૪°; અને (૧૦) ૧૦° છે તો તેની કેટલી કેટલી બાજુ હશે?

૧૩. ૧૨, ૧૦, ૫ અને ૩ બાજુના સમકોણમાં બહારનો અને અંદરનો દરેક ખૂણો કેવડો?

૧૪. ૭°, ૧૧°, ૧૩°, ૧૫°, ૨૧° અને ૩૩° ના બહારના ખુણા હોય તો એવા સમબહુકોણ બની શકે? કારણ આપો.

૧૫. બહારનો ખુણો પહોળો ખુણો હોઇ શકે એવો સમકોણ કયો?

૧૬. ૩, ૪, ૫, ૬, ૮, ૧૦, ૧૨ અને ૧૫ બાજુના સમબહુકોણના અંદરના અને બહારના ખૂણાના માપનો કોઠો બનાવો.

૧૭. પ્રોટ્રેકટરથી ૨·૦" ની બાજુ ઉપર એક સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭મામાં બાજુ ૪·૨ સે. મી. હોય ત્યારે સમષટ્કોણ બનાવો.

૧૯. ૧·૪" ની બાજુ ઉપર એક સમદ્વાદશકોણ બનાવો.

૨૦. પ્રશ્ન ૧૭ મામાં એકેક શિરોબિંદુ છોડી દઇ બીજાં શિરોબિંદુઓ

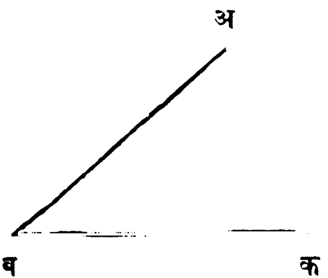
અનુક્રમે જોડી એક આકૃતિ બનાવો; આ આકૃતિ કેવી છે ? તેનાં બાજુ અને ખુણાનાં માપ કાઢો.

૨૧. એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ અનુક્રમે લંબાવતાં બે બહારના ખુણાનો સરવાળો ત્રીજા બહારના ખુણાથી બમણો હોય તો ત્રિકોણમાં એક ખુણો ૯૦° નો છે.

§ ૧૬. ત્રિકોણોની સર્વ સમાનતા અને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ.

જ્યારે એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર સમાનતા બતાવવાને મૂકવામાં આવે ત્યારે એ રીતિને **સ્થાનોપરિ યા સમાધાન સ્થિતિ કહે છે.** આ પ્રમાણે જ્યારે આકૃતિઓ **સ્થાનોપરિ** સ્થિતિથી એક બીજીની બરાબર થાય છે ત્યારે તેઓ **"બરાબર"** થાય છે એટલે " **સર્વ રીતે બરાબર** " થાય છે.

આકૃતિઓ જ્યારે સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બરાબર થાય છે ત્યારે ક્ષેત્રફળમાં પણ તેઓ બરાબર છે. પણ જો આકૃતિઓ ક્ષેત્રફળમાં બરાબર હોય તો હંમેશાં તે સર્વ રીતે બરાબર થતી નથી એમ આગળ બતાવવામાં આવશે.

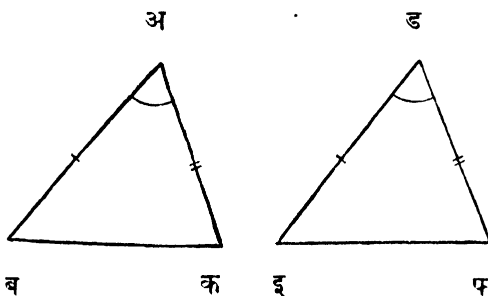


વળી કોઇ પણ ત્રિકોણ પર નજર નાખતાં માલમ પડે છે કે તેનાં ૭ "તત્ત્વો" યા "અંગો" છે, ત્રણ ખુણાઓ ∠अ, ∠ब, ∠क અને ત્રણ બાજુઓ અ,બ,ક (ખુણાની સામેની) છે. જ્યારે એક ત્રિકોણ બીજાની બરાબર છે ત્યારે એક ત્રિકોણનાં ૭ અંગો તે બીજા ત્રિકોણનાં ૭ અંગોની બરાબર અનુક્રમે છે; અને ત્રિકોણોનાં ક્ષેત્રફળો પણ બરાબર છે. જ્યારે આકૃતિઓ સર્વ અંગોમાં બરાબર હોય છે ત્યારે સરખી બાજુઓ સરખા ખુણાની સામેની હોય છે અને સરખા ખુણાઓ સરખી બાજુની સામેના હોય છે. આકૃતિઓ સર્વ અંગમાં બરાબર છે એમ બતાવવાને માટે

"એક આકૃતિ ≡ બીજી આકૃતિ" લખાય છે; એટલે એક આકૃતિ **સર્વ અંગમાં** બીજી આકૃતિની **બરાબર** છે, એટલે બન્ને **એકરૂપ** છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને આ બાજુથી થતા અંતર્ખુણા પણ બરાબર હોય તો તે બન્ને ત્રિકોણ સર્વ રીતે બરાબર છે.



સાધન. अबक અને डइक ત્રિકોણોમાં अब = डइ અને अक = डफ અને ∠अ = ∠ड છે, તો △अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. △अबक ને ઉંચકીને △डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે अ, ड ઉપર પડે અને अब, डइ ઉપર પડે અને

∵ अब = डइ, ∴ ब, इ ઉપર પડે છે.

વળી ∵ ∠अ = ∠ड, તેથી अक, डफ ઉપર પડે છે.

અને ∵ अक = डफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ब, इ ઉપર અને क, फ ઉપર પડે છે.

∴ बक, इफ ઉપર પડે છે; ∵ बक, इफ સીધી લીટીઓ છે.

∴ △अबक, △डइफ ઉપર બરાબર પડે છે,

નિગમન. ∴ △अबक ≡ △ डइफ. **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ—ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અવશ્ય યાદ રાખવાનું છે કે બાજૂની વચ્ચેના અંતર્ખુણાજ બરાબર આપ્યા છે. સમકોણ △ઓમાં સરખા ખુણાઓની સામેની બાજુને 'મળતી આવતી' કે 'સંગત બાજુ' કહે છે.

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૦ મો કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો કાપી સ્થાનોપરિ સ્થિતિમાં મૂકી સાબિત કરો.

૨. સિ૦ ૧૦ માં કયાં કયાં ખુણા અને બાજુ બરાબર થયાં છે ?

૩. સિ૦ ૧૦ મો બીજી બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખુણો લઈ સિદ્ધ કરો.

૪.* કોઈ પણ બે ત્રિકોણ લઈ તેમાં બબ્બે બાજુ બરાબર લઈ અને અંતર્ખુણા સિવાયના ખૂણા બરાબર લઇ △ ઓ બરાબર છે કે નહિ તે બતાવો.

૫. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં મધ્યગા પાયાને લંબ હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૬. ચતુષ્કોણમાં કર્ણો કાટખુણે દુભાગાય તો ચ૦ રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૭. अब ના મધ્યબિંદુ क માંથી अब ઉપર कड લંબ દોરીએ તો कड નું કોઇ પણ બિંદુ अ અને ब થી સમાન અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮. अब અને कड અરસપરસ म માં દુભાગે તો △ अमक ≡ △ बमड.

૯. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમબાજુના અંતર્ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને લંબ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △ अबक માં अब = अक અને अब અને अक માંથી અનુક્રમે अड = अइ કાપી છે. તો कड = बइ છે એમ બતાવો.

૧૧. अबकड ચોરસમાં ल, म, फ અનુક્રમે अब, बक, कड નાં મધ્યબિંદુ છે તો (૧) अफ = अम; (૨) बफ = डम; (૩) लम = मफ; અને (૪) अम = डम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૨. △अबक ≡ △डइफ છે અને म, बक નું અને ल, इफ નું મધ્યબિંદુ હોય તો अम = डल અને ∠अमब = ∠डलइ છે એ સિદ્ધ કરો.

ह म क

૧૩. अबकड દ્રાપિજ્યમમાં अड= —— · —— ——

बक અને ∠ड=∠क, અને डकमां म એવું

છે કે मड=मक તો अम = बम સિધ્ધ કરો. अ ब

૧૪. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સમ બાજુઓ શિરોબિંદુની બહાર સરખી લંબાવીએ તો આ પ્રમાણે થતા ત્રિકોણો સર્વ રીતે બરાબર છે.

૧૫. △ अबकमां अड મધ્યગા છે; અને अड ને લંબાવતાં अड = डइ તો △कडइ ≡ △बडअ અને △बडइ ≡ △कडअ.

૧૬.* अब, कड, ममां દુભાગે તો अक ‖ बड, અને अड ‖ बक.

૧૭. अब, कड કાટખુણે દુભાગે તો अकबड રોમ્બસ કે ચોરસ છે.

૧૮.* अब = અને ‖ कड તો अक = અને ‖ बड છે.

૧૯.* अबक △ ની अब, अक બાજુઓ ઉપર अबह અને अकड સમબાજૂ △ ઓ બહારથી દોર્યા હોય તો कह = बड છે એ સિદ્ધ કરો.

૨૦. अबकडइ નિયમિત પંચકોણમાં अक=बड=कइ=डअ=इब છે.

૨૧.* अबकडइफ નિયમિત ષટ્કોણમાં अकइ અને बडफ સમબાજૂ △ ઓ છે એમ બતાવો.

૨૨. બે લીટીઓ અરસપરસ દુભાગે તો તે સ૦ ચ૦ ના કર્ણો છે.

૨૩. એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર છે અને સામસામેના ખુણાની એક જોડ બરાબર છે તો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

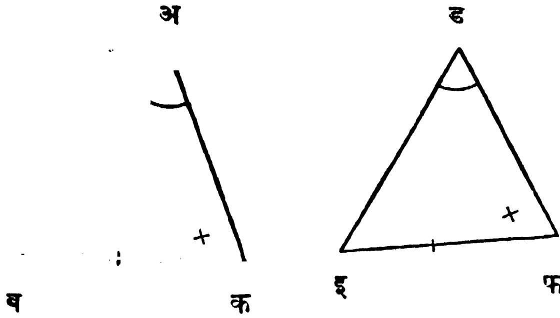
૨૪. ચોરસના કર્ણો તેના ખુણાઓને દુભાગે છે.

૨૫. अबक ત્રિકોણની अब, अक ઉપર બહારથી अबहइ, अकलर ચોરસ દોર્યા હોય તો बर = इक છે એમ બતાવો.

૨૬. अबकड ચોરસમાં म કોઇપણ બિંદુ છે. मअ ઉપર अब ની સામેની બાજુએ अमरल ચોરસ દોર્યો હોય તો बम = डल છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૧.

જો કોઇ ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને એક બાજુ બીજા ત્રિકોણનાં બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डइफ △ એોમાં बक = इफ અને પહેલાના બે ખુણાઓ બીજાના બે ખુણાની અનુક્રમે બરાબર છે તેા △ अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अबक ના ત્રણ ખુણા = ૨ કાટખુણા = △ डइफ ના ત્રણ ખુણા છે, (પ્ર૦ સિ૦ ૮)

અને ∵ △ अबक ના બે ખુણાઓ = △ डइफ ના બે ખુણાઓ,

∴ △ अबक નેા ત્રીજો ખુણો = △ डइफ નેા ત્રીજો ખુણો.
(પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ.)

∴ ∠अ = ∠ड; ∠ब = ∠इ; ∠क = ∠फ છે.

હવે △ अबक ને △ डइफ ઉપર એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર પડે અને बक, इफ ઉપર પડે,

અને ∵ बक = इफ, ∴ क, फ ઉપર પડે છે.

અને ∵ ∠ब = ∠इ, ∴ बअ, इड ઉપર પડશે.

અને ∵ ∠क = ∠फ, ∴ कअ, फड ઉપર પડશે;

∴ बअ અને कअ નું સામાન્ય બિંદુ इड અને फ़ड ના સામાન્ય બિંદુ ઉપરજ પડશે; કારણ કે તે બધી સીધી લીટીઓ છે.

∴ △ अबक, △ डइफ ઉપર બરાબર પડે છે.

∴ △ अबक ≡ △ डइफ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. કાગળમાંથી બે ત્રિકોણો પક્ષ પ્રમાણે કાપી સિદ્ધાંત ૧૧ સિદ્ધ કરો.

૨. अबक, डइफ બે △ ઓમાં अब=इफ અને ∠अ=∠इ અને ∠ब=∠ड તો △ ઓ સરખા છે? કારણ આપો.

૩. *△ अबक માં ∠ब=∠क અને अड, ∠अ ને દુભાગે છે તો बड=कड સિદ્ધ કરો.

૪. એક ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે મળે છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૫. △ अबक ≡ △ डइफ અને ∠अ અને ∠ड ને દુભાગનારી લીટીઓ પાયાને અનુક્રમે प, ल માં મળે છે તો अप=डल સિદ્ધ કરો.

૬. કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના એકજ બિંદુમાંથી શાખા લીટીઓ પર દોરેલી લંબ બરાબર છે એમ બતાવો.

૭. કોઇ પણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ લીટીના મધ્યબિંદુમાંથી જતી લીટી પર પહેલી લીટીના છેડામાંથી દોરેલી લંબ બરાબર છે.

૯. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની સામેના પાયા ઉપરના ખુણા સરખા હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમાં अक, ∠अ, ∠क ને દુભાગે તો ચતુષ્કોણમાં સરખી બાજુનાં બે જોડકાં છે; અને अक ⊥ बड એ સિદ્ધ કરો.

૧૧. કોઇ પણ બે સમાન્તર લીટીની વચ્ચે જો કોઇ પણ લીટીનો અંતર્ભાગ હોય તો આ અંતર્ભાગનું મધ્યબિંદુ સમાન્તર લીટીથી સમાન અંતરે છે એમ બતાવો.

૧૨. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઇ પણ લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તે ત્યાં દુભાગાય છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૧ મામાં મધ્યબિંદુમાંથી બીજી કોઈ પણ બે લીટી સમાન્તર લીટી સુધી દોરીએ તો તેઓની વચ્ચેના સમાન્તર લીટીના અંતર્ભાગ સરખા છે.

૧૪. નીચે પ્રમાણે ભૂમિતિ રચના કરવાથી કોઇ પણ નદીની પહોળાઈ ઓળંગ્યા વિના નીકળી શકે છે એમ બતાવો:—

એક માણસ કિનારા પર अ બિંદુ આગળથી તદ્દન સામે કિનારા પર ब ઝાડ અથવા કોઇ સ્પષ્ટ દેખાય એવી વસ્તુ જૂએ છે. આ કિનારા પર अ થી કિનારાની સમાન્તર અમુક અંતર જાય છે અને આ લીટી अब ને કાટખુણે આવે તે પ્રમાણે એની ઉપર क બિંદુ લાકડીથી યા શંકુથી નક્કી કરે છે. વળી अक ની સીધી લીટીમાં વધારે દૂર कड = अक થાય તેમ જઈ તે ड આગળ અટકે છે; અને ड થી ब ની સામેની દિશામાં अब ની સમાન્તર એટલે अड ને કાટખુણે જાય છે, અને इ બિંદુ આગળ આવી જુએ છે તો ब, क, इ, એકજ સીધી લીટીમાં આવેલાં છે; તો નદીની પહોળાઇ डइ જેટલી છે.

૧૫. પાયા ઉપરના ખૂણામાંથી સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સામેની બાજુને દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. अबकड ચતુષ્કોણમાં अइ, कफ બન્ને ⊥ बड તો જ્યારે अइ = कफ ત્યારે बड, अक ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૧૭. फगह △માં फग = फह; ને गक ⊥ फग હોઇ फहने कમાં અને हल ⊥ हफ હોઈ फग ને ल માં મળે છે તો गल = हक સિદ્ધ કરો.

૧૮.* કોઈ પણ ત્રિકોણની બહાર ત્રણ એવાં બિંદુઓ છે કે જેમાંનું દરેક ત્રણે બાજુથી એકજ અંતરે છે. અને ત્રિકોણની અંદર પણ એવું એક બિંદુ છે તે શોધી કાઢો.

૧૯. સર્વસમાન ત્રિકોણોમાં સમાન ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે એ સિધ્ધ કરો.

૨૦. अबक △ માં ∠अ = ∠ब; તો अ, ब માંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર છે.

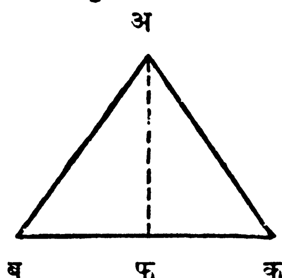
૨૧. એક આપેલી લીટીમાં એવું એક બિંદુ શોધી કાઢો કે તે બીજી બે આપેલી લીટીઓથી સમાન અંતરે હોય.

૨૨.* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં સામ સામેની બાજુઓ બરાબર છે, અને કર્ણો એક બીજાને દુભાગે છે એમ સિધ્ધ કરો.

૨૩. अब લીટીના अ, ब માંથી अबને अड, बइ લંબ દોરી છે. અને अब ના म મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી કોઇ પણ લીટી આ લંબને ड, इ માં છેદે તો अड = बइ અને मड = मइ છે એમ સિધ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૨.

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયા ઉપરના ખુણા બરાબર છે.



સાધન. $\triangle$ अबक માં अब = अक તો $\angle$अकब = $\angle$अबक થશે.

રચના. ધારો કે अफ, $\angle$बअक ને દુભાગી बकને फમાં મળે છે.

સિદ્ધતા. $\because$ $\triangle$ बअफ અને $\triangle$कअफ માં

बअ = कअ અને अफ સામાન્ય છે, (પ્રતિજ્ઞા)

અને $\angle$बअफ = $\angle$कअफ, (રચના)

$\therefore$ $\triangle$ बअफ $\equiv$ $\triangle$ कअफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

$\therefore$ $\angle$अबफ = $\angle$अकफ.

એટલે $\therefore$ अबक$\triangle$માં $\angle$क = $\angle$ब છે. **પ્ર૦ સિ૦**

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ अब, अक ને ड, इ સુધી અનુક્રમે લંબાવીએ તો $\angle$डबक = $\angle$इकब.

($\because$ આ ખુણા સરખા ब, क ખુણાના દ્વિકાટખુણપૂર્ણી છે.)

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમબાજુ ત્રિકોણ સમકોણ છે; કારણ કે ગમે તે સ્થિતિમાં સમબાજુ ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી પાયાને કાટખુણે દુભાગે છે.

નોટ—સમદ્વિબાજુ $\triangle$માં બાજુ એટલે સરખી બાજુ, પાયો એટલે ત્રીજી બાજુ, શિરોબિંદુ એટલે પાયાની સામેનું શિરોબિંદુ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખૂણો એટલે પાયાની સામેનો ખૂણો સમજવો.

૭૫૧૦-કોઈ પણ ત્રિકોણમાં કોઇપણ શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુના મધ્યબિંદુ સુધી દોરેલી લીટી **મધ્યગા** કહેવાય છે.

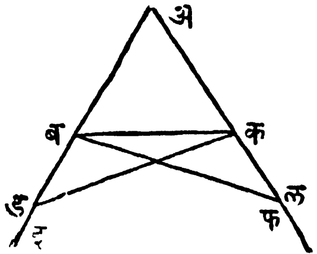
પ્રશ્નો.

૧. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં △अबक, अफની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૨. સમબાજુ ત્રિકોણ કોઈપણ મધ્યગાની આસપાસ સમ્મિતરૂપ છે.

૩. ઉ૦ સિ૦ ૧માં જો (૧) ∠अदक=૭૨° તો ∠डबक કેવડો ? અને (૨) ∠अकब=૬૭° તો ∠इकब કેવડો ?

૪. એક ત્રિકોણમાં ∠अ=૩૨°, अब = अक = ૫·૨" તો પાયા ઉપરના ખુણા કેવડા ?



૫. अबक સમદ્વિબાજુ△ની સરખી બાજુ अब, अक લંબાવતાં बड=कल છે તો (૧) △ अबल ≡ △अकड અને (૨) △डबक ≡ △लकब. આ ઉપરથી સિદ્ધ કરો કે ∠अबक=∠अकब.

૬. સમદ્વિબાજુ △अबक અને △ डबक વિરૂદ્ધ બાજુએ છે તો (૧) ∠अबड =∠अकड (૨) ∠ बअड = ∠ कअड અને ∠बडअ = ∠कडअ.

૭. પ્ર૦ સિ૦ ૧૨માં બતાવો કે अफ અને बक એક બીજાને લંબ છે.

૮. अबक અને लबक △ઓ बक પાયા પર એકજ બાજૂએ સમદ્વિબાજૂ છે તો (૧) ∠अबल = ∠अकल; (૨) △ अकल ≡ △अबल. (૩) ∠बअल = ∠कअल; એ સિદ્ધ કરો.

૯. अबक △ માં अब = अक = ૭·૫ સે. મી. અને ∠क = ૭૮° છે તો બાકીના ખુણા શોધી કાઢો.

૧૦. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે અને ड, इ, फ બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુ છે તો △ डइफ પણ સમદ્વિબાજુ છે એમ બતાવો.

૧૧. △ अबक સમદ્વિબાજુ છે; इ, फ, સરખી બાજુ अक અને अबનાં મધ્યબિંદુ છે તો बइ=कफ અને △ बइक ≡ △ कफब.

૧૨. △अबक માં अब=अक છે અને बइ અને कफ પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગી સામેની બાજુને મળે છે તો बइ=कफ સિદ્ધ કરો.

૧૩. △ अबक માં अब=अक છે અને ∠क, ∠ब ને દુભાગી कड, बड લીટીઓ ड માં અનુક્રમે મળે તો डअ, ∠अ ને દુભાગે છે.

૧૪. अबक △ માં अब=अक અને डब, इक પાયાને (बक ને) લંબ છે અને अक, अब ને ड, इ માં મળે છે તો △डबक ≡ △ इकब.

૧૫. સમબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેના ખુણા બરાબર છે.

૧૬. સમ ચોરસમાં કર્ણ અને બાજુની વચ્ચેનો અંતર્ખુણો ૪૫° છે.

૧૭. अबकड સમબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड કર્ણ છે તો (૧) ∠अडब=∠कडब (૨) ∠कबड=∠अबड; (૩) ∠अबक=∠अडक છે.

૧૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ લંબાવીએ તો બહારનો ખુણો એક કાટખુણા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૯.* કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી બહારના કોઈ બિંદુથી બે કરતાં વધારે સરખી લીટી દોરી શકાય નહિ એમ બતાવો.

૨૦.* કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાને લંબાવતાં થતો બહારનો ખૂણો અંદરના કોઇ પણ ખુણા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૨૧.* કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ △ માં પાયા ઉપરના ખુણા સાંકડા છે.

૨૨.* પાયા ઉપરના ખુણામાંથી સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણમાં સામી બાજુ ઉપર દોરેલા લંબો બરાબર છે.

૨૩. કોઈ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્યબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબો બરાબર છે એમ બતાવો.

૨૪.* કાટખુણ ત્રિકોણની કર્ણનું મધ્યબિંદુ ત્રણે શિરોબિંદુથી સરખે અંતરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૨૫. સમબાજુ △ માં દરેક ખુણો $\frac{2}{3}$ કાટખુણાની બરાબર છે.

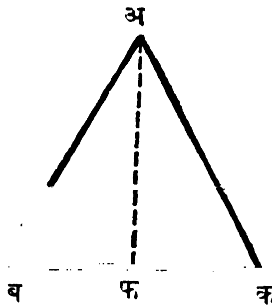
૨૬. કાટખુણ સમદ્વિબાજુ △ માં દરેક ખુણો $\frac{1}{2}$ કાટખુણો છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૩.

કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો બે ખુણા બરાબર હોય તો તેની સામસામેની બાજુઓ પણ બરાબર છે; એટલે કે ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

अबक △માં ∠क = ∠ब તો अब = अक થશે.

રચના. ધારો કે अफ લીટી ∠बअक ને દુભાગે છે. (સ્વી. ૬.)



સિદ્ધતા. હવે ∵ △ अबफ અને △ अकफ માં

$\left\{\begin{array}{l}\angle ब = \angle क, \\ \angle बअफ = \angle कअफ, \\ \text{અને अफ સામાન્ય છે.}\end{array}\right.$ (પ્રતિજ્ઞા) (રચના)

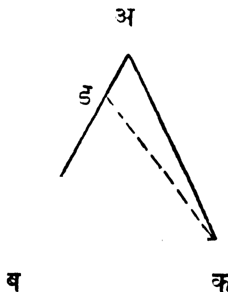
∴ △ अबफ ≡ △ अकफ; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = अक. **પ્ર૦ સિ૦**

અથવા:—

સાધન. अबक ત્રિકોણમાં ∠अकब = ∠अबक છે તો अब = अक થશે.

રચના. अब, अक ની બરાબર ન હોય તો તેમાંથી એક બાજુ બીજીથી મોટી હોવી જોઇએ. ધારો કે अब, अक થી મોટી છે.



अबમાંથી अक = बड કાપો અને कड ને સાંધો. (સ્વી૦ ૬૦)

સિદ્ધતા. હવે ∵ △अकब અને △डबकમાં

अक = डब (રચના), अकब ખુણો = अबक ખુણો (પ્રતિજ્ઞા)
અને बक સામાન્ય છે.

∴ △ अकब ≡ △डबक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

એટલે આખો ત્રિકોણ તેના એક ભાગની બરાબર છે;
પણ એ અશક્ય છે.

તેથી अब, अक થી મોટી નથી; તેમજ તે નાની પણ નથી.

∴ अब = अक. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. સમકોણ ત્રિકોણ સમબાજુ છે.

પ્રશ્નો.

૧. △अबकની બે બાજુ લંબાવતાં બહારના ખુણા બરાબર છે તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૨. △अबकમાં अब = अक અને क અને ब ખુણાને દુભાગનારી कड અને बड લીટી ड માં મળે તો △डबक સમદ્વિબાજુ છે.

૩. પ્રશ્ન ૨માં डअ લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. अबकडમાં अब = अड અને ∠ ब = ∠ड તો कब = कड છે.

૫. △अबकમાં बकમાં प અને ड એવાં બિંદુ છે કે ∠बअप= ∠कअड અને अप = अड તો अब = अक છે એમ સિદ્ધ કરો.

૬. △अबकમાં ∠ब = ∠क = ૨ ∠अ; અને ∠ब ને દુભાગનારી बड લીટી अक ને डમાં મળે છે તો अड = बड છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. જો કોઇ △ ના બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટી સામેની બાજુને ∥ હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૮.* સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાને દોરેલી ∥ લીટી બાજુઓને છેદે તો બીજો સમદ્વિબાજુ △ થાય છે એમ સિદ્ધ કરો.

૯.* કોઇ પણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી ગમે તે શાખા લીટીને સમાન્તર લીટી દોરી હોય તો તે બીજી શાખા લીટી સાથે સમદ્વિબાજુ △ કરે છે એમ બતાવો.

૧૦.* સમદ્વિબાજુ △ ના પાયા ઉપરનો લંબ એક બાજુને અંદરથી અને બીજીને બહારથી છેદે છે તો બીજો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧.* કોઈપણ ખુણાને દુભાગનારી લીટીના કોઈ પણ બિંદુમાંથી શાખા લીટીને || દોરેલી લીટી રોમ્બસ કે ચોરસ બનાવે છે.

૧૨.* अब લીટી कबड ને ब માં મળે છે અને बप, ∠कबअ ને અને बम, ∠डबअ ને દુભાગે છે. જો पम || कड હોય તો अम = अब = अप છે અને △बपम કાટખુણુ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* अब વ્યાસ ઉપરના अपब અર્ધવર્તુળ ઉપર प બિંદુ છે તો ∠अपब કાટખુણો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪. अबक સમબાજુ ત્રિકોણની अब, अक બાજુ ઉપર બહારથી अबल, अकर સમબાજુ ત્રિકોણો કાઢ્યા હોય તો लअर એક સીધી લીટી છે.

૧૫. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સામેનાં શિરોબિંદુ જોડે સાંધનારી લીટીઓ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ ત્રિકોણમા મધ્યગા જે બાજુને તે દુભાગે તેનાથી અર્ધી હોય તો તે કાટખુણ ત્રિકોણ છે એમ બતાવો.

૧૭. अबक ત્રિકોણના बक પાયા ઉપર ड એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે अड = कड હોય.

૧૮. अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ, ∠ब પહોળા ખુણા છે અને સરખા છે. જો अब || कड, હોય તો अड = बक છે એમ સિદ્ધ કરો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૪.

જો એક ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ અનુક્રમે બીજા ત્રિકોણની ત્રણે બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.

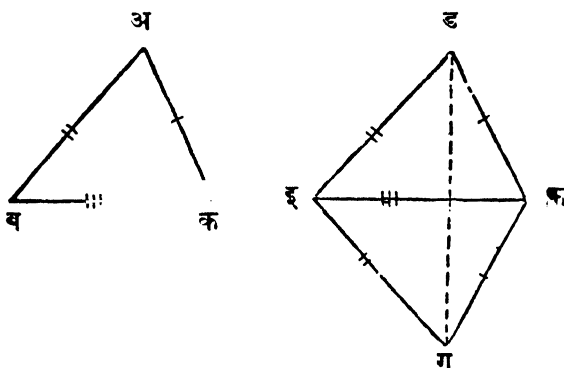
સાધન. अबक અને डइफ ત્રિકોણોમાં अब = डइ, बक = इफ અને कअ = फड છે, તો △ अबक ≡ △ डइफ થશે.

સિદ્ધતા. $\triangle$ अबक ને ઉંચકીને એવી રીતે મૂકો કે ब, इ ઉપર અને बक, इफ ઉપર પડે

અને ∵ कब = इफ તેથી क, फ ઉપર પડે છે:—

પણ એવી રીતે કે अ, ड તરફ ન પડતાં તેની સામેની બાજુએ પડે. ધારો કે ग ઉપર अ પડે છે. डग સાંધો.

પહેલો ભાગ. डग, इ અને फ ની વચ્ચે પડે છે.



હવે ∵ इडग ત્રિકોણમાં इग (એટલે बअ, = इड

∴ ∠इडग = ∠इगड; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

અને ∵ फडग ત્રિકોણમાં, फग = फड (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

∴ આખો ∠इडफ = આખો ∠इगफ; (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∵ ∠इगफ = ∠कअब છે; (?)

∴ ∠बअक = ∠इडफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

વળી ∵ $\triangle$ अबक અને $\triangle$ डइफ માં

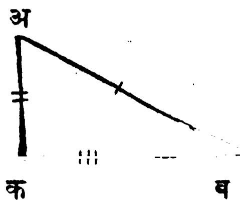
अब = डइ અને अक = डफ, (પ્રતિજ્ઞા)

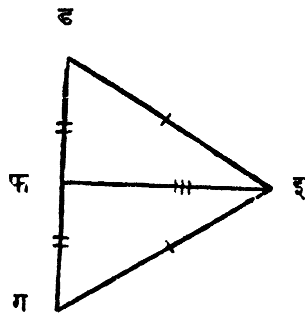
અને ∠बअक = ∠इडफ, (સિદ્ધતા)

∴ $\triangle$ अबक $\equiv$ $\triangle$ डइफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

નોટ—આ સિધ્ધાંતમાં પહેલા ભાગમાં આપેલી સિધ્ધતાજ કરે તો ચાલશે નીચેના બે ભાગો વધારા તરીકેજ છે. પરીક્ષામાં એની જરૂર નથી.

બીજો ભાગ. डग પાયાના फ છેડામાંથી જાય છે.





હવે ∵ इडग △ માં इड = इग (?)

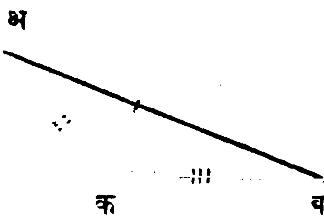
∴ ∠इगड = ∠इडग (પ્ર. સિ. ૧૨)

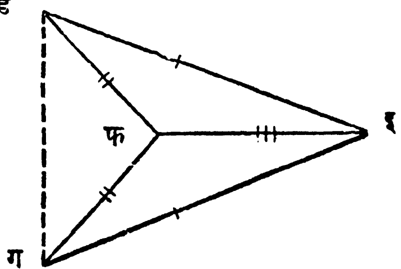
પણ ∠इगड = ∠बअक

∴ ∠बअक = ∠इडफ

∴ △ अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ)

ત્રીજો ભાગ. डग પાયાની બહાર પડે છે.





હવે ∵ इडग ત્રિકોણમાં इग = इड (?)

∴ ∠इडग = ∠इगड; (પ્ર. સિ. ૧૨)

અને ∵ डफग ત્રિકોણમાં फग = फड; (?)

∴ ∠फडग = ∠फगड; (પ્ર. સિ. ૧૨)

∴ બાકીનો ∠इडफ = ∠इगफ. (પ્ર૦ પ્ર૦)

પણ ∠इगफ = ∠बअक, તેથી ∠बअक = ∠इडफ;

∴ △ अबक ≡ △ डइफ. (પ્રથમ ભાગ). **પ્ર. સિ.**

પ્રશ્નો.

૧. સિધ્ધાંત ૧૪ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત કહો. તે સત્ય છે? (જુઓ પાનું ૧૮૩)

૨. એક વર્તુળમાં બે જયા બરાબર છે તો તેઓની સામેના મધ્યબિંદુ આગળના ખુણા પણ બરાબર છે.

૩. अबक વર્તુળમાં પરિધ ઉપર अ, ब, क, ड ચાર બિંદુઓ છે અને ∠अमब = ∠कमड તો अक = बड. (म મધ્યબિંદુ છે.)

૪. अबक વર્તુળમાં अब જયા છે અને ड, अब નું મધ્યબિંદુ છે; તો જો म, વર્તુળનું મધ્યબિંદુ હોય તો मड, अबને ⊥ છે.

૫. એકજ પાયા ઉપર પણ વિરૂદ્ધ બાજુ પર બે સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે, તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાની સામેના ખુણાઓને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૬. डअ પાયા ઉપર એકજ બાજુએ इडअ અને फडअ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો છે તો इफ, डअને કાટખુણે દુભાગે છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ માં ત્રિકોણો વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો પણ પ્રશ્ન ખરો છે.

૮.* બે વર્તુળો अ, कમાં છેદે છે તો તેનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી अकને કાટખુણે દુભાગે છે.

૯. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब = अड અને बक = कड તો अक, ∠अ અને ∠कને દુભાગે છે અને अक ⊥ बड.

૧૦. अबकड ચતુષ્કોણમાં अड = बक અને अक = बड તો ∠अडक = ∠बकड; અને જો अक, बड લીટી म માં છેદે તો मकड△ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૧. ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તો સામસામેના ખુણાઓ પણ બરાબર છે એમ બતાવો.

૧૨. રોમ્બસમાં કર્ણો ખુણાઓને દુભાગે છે.

૧૩. રોમ્બસમાં કર્ણો અરસપરસ કાટખુણે દુભાગાય છે.

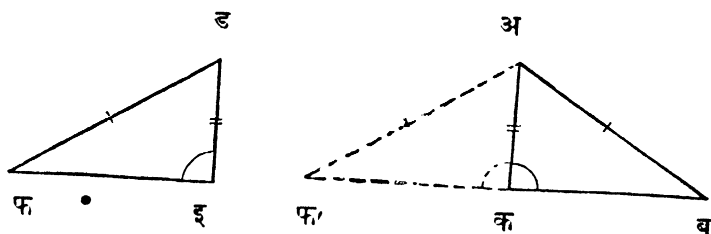
૧૪.* બે સમકેંદ્ર વર્તુળોને એક લીટી अ, ब, અને क, डમાં છેદે છે તો अक = बड અને તેઓની સામેના મધ્ય બિંદુ આગળ ખુણાઓ સરખા છે.

૧૫.* ત્રિકોણની બાજુને દુભાગનારા લંબ એક બિંદુગામી છે.

૧૬.* ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા લંબ એક બિંદુગામી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૫.

જો બે કાટખુણુ ત્રિકોણુની કર્ણ સરખી હોય અને એકની એક બાજુ બીજાની એક બાજુની બરાબર હોય તો ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે.



अबक અને डफइ બે △ ઓમાં ∠क અને ∠इ કાટખુણા છે અને अब કર્ણ = डफ કર્ણ અને अक બાજુ = डइ બાજુ છે, તો

△ अबक ≡ △ डफइ થશે.

સિદ્ધતા. △ डइफ ને △ अकब ની સાથે એવી રીતે મૂકો કે ड, अ ઉપર પડે અને डइ, अक ઉપર પડે અને

∵ डइ = अक, ∴ इ, क ઉપર પડશે.

અને फ, ब તરફ ન પડતાં ब ની વિરૂદ્ધ બાજુએ फ' ઉપર પડે;

ત્યારે △ अकफ', △ डइफ ની નવી સ્થિતિ થઈ.

હવે ∵ ∠अकब = ૯૦° અને ∠अकफ' = ૯૦° (?)

∴ ∠अकब + ∠अकफ' = ૨ કાટખુણા

∴ बकफ' એક સીધી લીટી છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨)

અને ∵ △ अबफ' માં अब = अफ' ∴ ∠फ' = ∠ब (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

હવે ∵ अबक અને अफ'क △ ઓમાં

∠ब = ∠फ' અને ∠अकब = ∠अकफ' અને अब = अफ'

∴ △ अबक ≡ △अफ'क એટલે (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ △ अबक ≡ △ डफइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. સિદ્ધાંત ૧૫ સિ૦ ૧૧ ની મદદ વિના સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી સિદ્ધ કરો.

૨. अबक △માં अक, अब ઉપર અનુક્રમે बम, कर લંબ છે; જો बम=कर તો अब=अक છે એમ સિદ્ધ કરો.

૩. △ अबक માં ∠ब અને ∠क ને દુભાગનારી લીટીઓ ड માં મળે તો डअ, ∠अ ને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૪. △अबक માં अब=अक અને अड, बक ને કાટખુણે મળે છે તો △ अबड ≡ △अकड એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઈ પણ ખુણાની શાખાલીટીઓ પર દોરેલી લંબ સરખી હોય તો તે લંબનું છેદન બિંદુ તે ખુણાને દુભાગનારી લીટી ઉપર છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ વર્તુળમાં મધ્ય બિંદુમાંથી જ્યા ઉપર દોરેલી લંબ જ્યાના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૭. પ્રશ્ન ૬ ની મદદથી બતાવો કે બે જ્યા જો સરખી હોય તો મધ્ય બિંદુમાંથી તેઓ પર દોરેલી લંબ પણ સરખી છે.

૮. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં ખુણાઓમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૯. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાના મધ્ય બિંદુમાંથી સામેની બાજુ પર દોરેલી લંબ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.

૧૦. अबक અને डइफ △ઓમાં बक અને इफ ઉપર अप અને डम લંબ છે. જો अप=डम, अब=डइ અને अक=डफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧. પ્રશ્ન ૧૦ માં अप=डम; अब=डइ અને बक=इफ તો △ अबक ≡ △ डइफ છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૨. એક વર્તુળમાં પરિધ પરનાં प અને क બિંદુમાંથી अब વ્યાસ ઉપર पम, कड બે સરખા લંબ દોર્યા છે તો अपब △ ≡ बकअ △ છે.

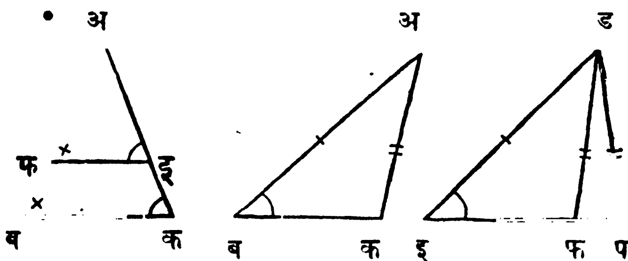
ત્રિકોણોની સમાનતા ઉપર નોટ.

ઉપલા સિદ્ધાંતો ઉપરથી માલમ પડ્યું હશે કે બે ત્રિકોણોમાં નીચે પ્રમાણે પક્ષ હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા છે:—

૧. બે બાજુ અને અંતર્ખુણો સરખાં —પ્ર૦ સિ૦ ૧૦;
૨. બે ખુણા અને મળતી આવતી બાજુ સરખાં—પ્ર૦ સિ૦ ૧૧;
૩. ત્રણે બાજુ સરખી —પ્ર૦ સિ૦ ૧૪;
૪. કાટખુણ△ઓમાં કર્ણ અને એક બાજુ સરખાં–પ્ર૦ સિ૦ ૧૫.

ઉપર પ્રમાણેનો પક્ષ બન્ને ત્રિકોણોમાં અનુક્રમે સરખો હોય તો તે ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા હોય છે. દરેક ત્રિકોણમાં ત્રણ બાજુ અને ત્રણ ખુણા મળી છ તત્ત્વ યા અંગ હોય છે. આમાંથી ગમે તે સરખાં આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણો સરખા છે એમ નથી કારણ કે,

(૧) નીચે બતાવેલી આકૃતિમાં બન્ને ત્રિકોણમાં ખુણાઓ અનુક્રમે સરખા છે પણ કાંઇ ત્રિકોણો બધી રીતે સરખા નથી.



(૧) ની આકૃતિ (૨) ની આકૃતિ

(૨) તેમજ વળી ઉપરની આકૃતિમાં બે બાજુઓ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો અનુક્રમે બરાબર છે પણ હંમેશાં બન્ને ત્રિકોણો સરખા નથી. કારણ કે △ अबक ≡ △ डइफ, પણ △ अबक, △ डइप સરખા નથી, જો કે બન્નેમાં ઉપરનો પક્ષ છે. આ ઉપરથી માલમ પડે છે કે આવા પ્રશ્ન ઉપરથી બે ત્રિકોણો કોઇ વખતે સરખા હોઈ શકે છે. કારણ કે अक ને મળતી આવતી બાજુ इफ ને બે બિંદુમાં મળી શકે છે અને તેમાંની એકજ સ્થિતિમાં (જ્યારે डफ માં હોય છે ત્યારે) બન્ને ત્રિકોણ બરાબર છે. વળી જ્યારે △ઓ બધી રીતે સરખા નથી ત્યાં ∠अबक અને ∠डपइ ન્યૂનતાપૂરક છે.
$\because$ ∠अकब = ∠डफइ = ૧૮૦° − ∠डफप = ૧૮૦° − ∠डपइ.

આ પ્રમાણે જ્યારે બે બાજુ અને સામેના ખુણાનો પક્ષ આપ્યો હોય ત્યારે નક્કી કહી શકાય નહિ કે ત્રિકોણો સરખા છે કે નહિ; માટે આ સિદ્ધાંતને "ત્રિકોણોની સમાનતાનો અનિશ્ચિત સિદ્ધાંત" કહેવામાં આવે છે. જ્યારે આપેલા ખુણાઓ કાટખુણા હોય છે ત્યારે એ સિદ્ધાંત ૧૫ માનું રૂપ છે અને સઘળી અનિશ્ચિતતા જતી રહે છે.

ત્રિકોણ પરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. નીચેના પક્ષ ઉપરથી કયા કયા ત્રિકોણો સરખા છે તે કહોઃ—

△ अबक અને △ अ′ब′क′, માં

(અ) ∠अ = ∠अ′ = ૭૫°; અ = અ′ = ૩·૪″; બ = બ′ = ૨·૧″.

(બ) ∠ब = ∠ब′ = ૫૫°; બ = બ′ = ૩·૫ સેં; ક = ક′ = ૫·૯ સે.

(ક) ∠अ = ∠अ′ = ૪૨°; ∠ब = ∠ब′ = ૧૧૨°; ∠क = ∠क′ = ૨૬°

(ડ) અ = અ′ = ૪·૦″; બ = બ′ = ૪·૫″; ક = ક′ = ૫·૪″.

(ઇ) ∠क = ∠क′ = ૯૦°; ક = ક′ = ૪·૦″; અ = અ′ = ૩·૭″.

(ફ) ∠क = ∠क′ = ૭૫°; બ = બ′ = ૨·૪ સેં; અ = અ′ = ૪·૨ સે.

(ક્ષ) ∠अ = ∠अ′ = ૯૦°; અ = અ′ = ૫·૨ સેં; બ = બ′ = ૩·૭ સે.

(ત્ર) ∠ब = ∠ब′ = ૬૧°; ક = ક′ = ૩·૯″; બ = અ′ = ૨·૭″.

(ય) અ = અ′ = ૫·૫″; બ = બ′ = ૬·૭″; ∠क = ∠क′ = ૧૧૨°.

૨. પ્રશ્ન ૧ માં જ્યાં ત્રિકોણો સરખા ન હોય ત્યાં કારણ બતાવો.

૩. કોઈ પણ ત્રિકોણના માંહેના ખુણાનો શો ગુણ છે?

૪. કોઈ પણ ત્રિકોણના બહારના ખૂણાનો શો ગુણ છે?

૫. પ્રશ્ન ૪, પ્ર. સિ. ૯ માં આવી શકે કે નહિ તે બતાવો.

૬. લીટી અને બાજુના પક્ષ ઉપરથી ખુણાનું સાધ્ય કયા કયા સિદ્ધાંતમાં છે તે કહો. તે સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહો.

૭. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થવાજ જોઇએ?

૮. કયી કયી વખતે બે ત્રિકોણો સરખા થાય યા ન થાય?

૯. બાજુ પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૦. ખુણા પ્રમાણે ત્રિકોણના વિભાગ પાડો.

૧૧. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના એકજ (अ) બિંદુમાંથી દોરેલી જે લીટી આડી સીધી લીટી સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૨. સિદ્ધાંત ૧૫ મામાં લંબના કોઇ પણ એકજ બિંદુમાંથી જે લીટી લંબ સાથે સરખા ખૂણા કરે છે તે સરખી છે.

૧૩. કોઈ બે ત્રિકોણુમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર હોય અને સરખી બાજુના એક જોડકાની સામેના ખુણાઓ પણ સરખા હોય તો સરખી બાજુના બીજા જોડકાની સામેના ખુણા સરખા છે યા ન્યૂનતાપુરક છે.

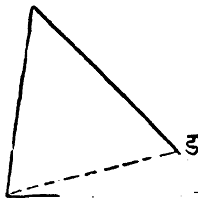
૧૪. ઉપલા પ્રશ્નમાં આપેલા સરખા ખુણાની સામેની બાજુ સિવાયની સરખી બાજુની સામેના ખુણાઓ બન્ને સાંકડા, પહોળા અથવા કાટખુણા હોય તો △ ઓનો શો સંબંધ છે? આપેલા સરખા ખુણાઓ કાટખૂણા કે પહોળા ખુણા હોય તો △ ઓનો શો સંબંધ છે?

નોટ—ત્રીજા વિભાગમાં ત્રિકોણો બનાવવાની જે જે રચનાઓ આપી છે તેને ત્રિકોણની સર્વ સમાનતા વિષેના પ્રમેય સિદ્ધાંતોના પક્ષ ભાગ સાથે સરખાવો.

§ ૧૭. ત્રિકોણુમાં બાજુ અને ખુણાનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણુમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો મોટી બાજુની સામેનો ખુણો નાની બાજુની સામેના ખુણા કરતાં મોટો છે.



△ अबक માં अक > अब છે, તો ∠ अबक > ∠ अकब થશે.

રચના. મોટી अक માંથી अब = अड કાપી बड સાંધો.

સિદ્ધતા. ∵ बकड △ ની कड બાજુ अ સુધી લંબાવી છે;

∴ ∠अडब > ∠ बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦)
પણ ∵ △ अबड માં अड = अब; (રચના)
∴ ∠ अबड = ∠ अडब; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)
પણ ∠ अडब > ∠बकड;
∴ ∠ अबड પણ > ∠ अकब (∠ बकड);
∴ ∠ अबक પણ ∠ अकब થી ઘણો મોટો છે. **પ્ર૦ સિ૦**

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ △ માં સૌથી મોટો અને સૌથી નાનો ખૂણો કયો ?

૨. કોઈ પણ △માં સૌથી મોટી બાજુ પરના ખુણા સાંકડા ખુણા છે.

૩. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब સૌથી નાની અને कड સૌથી મોટી છે તો ∠ अ > ∠ क અને ∠ ड < ∠ ब છે એ સિદ્ધ કરો.

૪. △ अबक માં अब > अक અને अबમાં अड = अक અને अइ, ને દુભાગી बक ને इ માં મળે છે તો બતાવો કે ∠ब < ∠क બતાવો.

૫. કોઇ પણ △માં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય અને શિરો-બિંદુમાંથી પાયા સુધી કોઈ પણ લીટી △માં દોરીએ તો તે < મોટી બાજુ.

૬. પ્રશ્ન ૫ મામાં બન્ને બાજુ સરખી છે તો પણ સાધ્ય સત્ય છે.

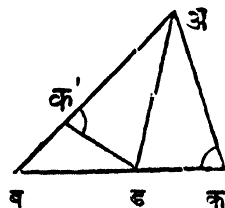
૭. △अबक માં अब > अक અને अक ને વધારી अड = अब કરીએ તો ∠ अकब > ∠अबक એ સિદ્ધ કરો.

૮.* કોઇ પણ △માં બે ખૂણા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિ-બાજૂ છે એમ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૬ થી સાબિત કરો.

૯.* પ્ર૦સિ૦ ૧૬ ની આકૃતિમાં ∠अ ને દુભાગનારી લીટી ⊥ बड છે; તો ∠डबक = ½∠ (ब–क) અને ∠अबड = ½∠(ब+क) છે એમ બતાવો.

૧૦.* ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ ઉતરતા ક્રમમાં હોય તો ∠ड > ∠ब એ સાબિત કરો.

૧૧. अबक △માં अब > कअ લો, △ ને अड ઉપર બેવડ વાળી બતાવો કે ∠क > ∠ब છે.

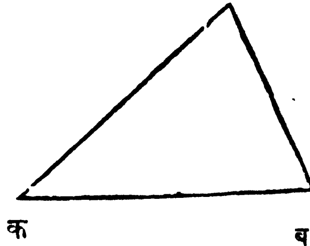


૧૨. अबकड સ૦ ચ૦માં अब > अड છે તો ∠ अडब > ∠ बडक છે.

૧૩.* ત્રિકોણમાં એક બાજુ બીજી કરતાં મોટી હોય તો ત્રિકોણના શિરોબિંદુને પાયાના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી ત્રિકોણની મોટી બાજુ અને શિરોબિંદુ ખુણાને દુભાગનારી લીટીની વચ્ચે આવવી જોઇએ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૭.

જો કોઈ પણ ત્રિકોણમાં એક ખુણો બીજા ખુણા કરતાં મોટો હોય તો મોટા ખુણાની સામેની બાજુ નાના ખુણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં ∠अबक > ∠अकब છે તો कअ > अब થશે.

સિદ્ધતા. (૧) अक > अब, અથવા (૨) अक = अब, અથવા (૩) अक < अब હોવી જોઇએ.

જો अक < अब હોય તો ∠ ब < ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૬) પણ પક્ષ પ્રમાણે તે અશકય છે તેથી (૩) અસત્ય છે.

તેમજ જો अक = अब, તો ∠ ब = ∠ क છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨) પણ તે અશકય છે માટે (૨) પણ અસત્ય છે.

∴ (૧) લુંજ ખરૂં હોવું જોઇએ.

∴ अक, अब થી મોટી છે.

નોટ—ઉપલા સિદ્ધાંતમાં જે જાતની સિધ્ધતા વાપરી છે તેને "અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂધ્ધ સિદ્ધતા" કહે છે. એ સિધ્ધતામાં સિદ્ધાંતના સાધ્યને એક રીત સિવાય બીજી બધી રીતે ખોટા ઠેરવી તે એકજ રીત સત્ય ઠેરવવામાં આવે છે.

પ્રશ્નો.

૧. કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ મોટામાં મોટી બાજુ છે.

૨. अबकड ચતુષ્કોણમાં कड સૈાથી મોટી અને अब સૈાથી નાની છે તો ∠अ > ∠क અને ∠ब > ∠ड છે એમ બતાવો.

૩. પહોળખુણ △માં પહોળા ખુણાની સામેની બાજુ સૈાથી મોટી છે.

૪. કોઇ પણ △માં સૈાથી મોટા ∠ની સામેની બાજુ > બીજી કરતાં.

૫. એકજ બિંદુમાંથી લંબ અને બીજી એક સીધી લીટી એક બીજી સીધી લીટી સુધી દોરીએ તો તેમાં લંબ નાની છે.

૬. △अबक સમદ્વિબાજુ છે અને अब = अक અને ड, बक પર લંબાવીને યા લંબાવ્યા વગર લઇએ તે પ્રમાણે अड > < अब (अक).

૭. △अबक માં ∠ब અને ∠क ને દુભાગનારી લીટીઓ म માં મળે છે. જો अब > < अक તો તે પ્રમાણે मब > < मक છે એમ બતાવો.

૮. अबक △ માં ∠अ ને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૯. अबक △ માં अड, बक ને લંબ છે તો अब > बड અને अक > कड છે એમ બતાવો.

૧૦. अबक △ માં अब, अक ને લંબાવી થતા બહારના ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ड માં મળે તો જો अब > अक, તો डक > डब છે.

૧૧.* अबक સમબાજુ △ માં કોઇ પણ લીટી બે સરખી બાજુને इ અને फ માં છેદી बक પાયાને क તરફ લંબાવતાં ड માં મળે છે તો તે જો अब ને इ માં છેદે તો अइ < अफ છે એ સિદ્ધ કરો.

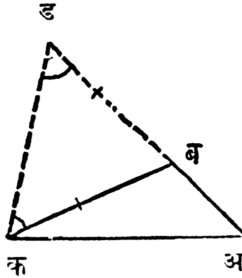
૧૨. अबक △ માં बड, कइ સામેની બાજુ પર દોરેલો લંબ म માં છેદે છે તો જ્યારે अब > अक ત્યારે मब > मक છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૩. अबक △ માં अब = अक; मर એ બાજુઓને म र માં અને પાયાને क તરફ લંબાવતાં ल માં છેદે તો अर > अम છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૪. એક આપેલા બિંદુમાંથી આપેલી લીટી સુધી બેજ સરખી લીટી દોરી શકાય છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

કોઈ પણ ત્રિકોણની બે બાજુ મળીને ત્રીજી કરતાં મોટી છે.



अबक ત્રિકોણમાં (૧) अब + बक > अक;
(૨) बक + कअ > अब;
(૩) अक + अब > बक થશે.

રચના. अब ને લંબાવી कब = बड કરો અને डक સાંધો (સ્ટી૦ ફ૦)

સિદ્ધતા. △ बडक માં

∵ बक = बड, ∴ ∠बडक = ∠बकड; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

પણ ∠अकड > ∠बकड, ∴ ∠अकड > ∠अडक (∠बडक).

વળી △ अडक માં

∵ ∠अकड > ∠अडक, ∴ अड > अक; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

પણ अड = अब + बड = अब + बक; (રચના)

∴ अब + बक > अक છે; એજ પ્રમાણે बक + कअ > अब;

અને अक + अब > बक છે. **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ—આ સિધ્ધાંત કેવળ એક પ્રત્યક્ષ પ્રમાણ છે. કારણ કે अ થી ब સુધી જઇને क સુધી આવવું એ પ્રત્યક્ષ રીતે अ થી क સુધી સીધું આવવાના કરતાં વધારે છે.

પ્રશ્નો.

૧. ∠अबकને દુભાગી પ્ર૦સિ૦ ૧૭ની મદદ લઈ પ્ર૦સિ૦ ૧૮ સિદ્ધ કરો

૨. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનો તફાવત ત્રીજી કરતાં નાનો છે. (પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮ યા ૧૯ ની મદદ લો).

૩. કોઈ પણ પાયા ઉપર બે ત્રિકોણો એકજ બાજુએ એક બીજાની અંદર હોય તો અંદરના △ ની બાજુનો સરવાળો બહારના △ ની બાજુના સરવાળા કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૪. કોઇ પણ ત્રિકોણમાંના એક બિંદુને શિરોબિંદુઓ સાથે સાંધીએ તો આ લીટીઓનો સરવાળો △ની બાજુની અર્ધી પરિમિતિથી વધારે છે.

૫. ૪·૩ સે. મી., ૩·૫ સે. મી. ને ·૭ સે. મી. ની બાજુવાળો △કરો.

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બધી બાજૂનો સરવાળો કર્ણના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ બતાવો.

૭. પ્રશ્ન ૪ માં જોડેલી લીટીઓનો સરવાળો પરિમિતિથી ઓછો છે.

૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં ત્રણ બાજુનો સરવાળો ચોથી કરતાં મોટો છે.

૯. △ अबकमां ड બિંદુ એવું છે કે अड=अब અને ∠बअड ને દુભાગનારી લીટી कब ને ममां મળે છે તો बम=डम અને कब લીટી कड કરતાં મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૦. △अबक ની अक બાજુમાં ड બિંદુ છે તો अब + अक >डब + कड છે એમ બતાવો.

૧૧. કોઈ પણ વર્તુળમાં જ્યા વ્યાસ કરતાં નાની છે.

૧૨.* કોઈ પણ △ માં બે બાજુઓ મળી ત્રીજી બાજુને મળતી મધ્યગાની બમણાઈથી મોટી છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૩.* કોઇ પણ △માં બાજુનો સરવાળો મધ્યગાના સરવાળા કરતાં મોટો છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૪.* अबक △માં बकમાં ड બિંદુ લીધું હોય તો अड લીટી △ની અર્ધી પરિમિતિથી નાની છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૫.* अबकड ચતુષ્કોણમાં प કોઇ પણ બિંદુ હોય તો સામસામેની બાજુનું એક જોડકું અથવા કર્ણોનો સરવાળો पअ+पब+पक+पड કરતાં નાનો છે એમ બતાવો.

૧૬. કોઈ પણ સીધી લીટી આકૃતિમાં એક બાજુ કરતાં બીજી બધી બાજુઓનો સરવાળો મોટો છે એમ બતાવો.

૧૭. ત્રિકોણની અંદરના કોઇ પણ બિંદુનાં શિરોબિંદુ સુધીનાં અંતરનો સરવાળો ત્રિકોણની બાજુનાં અર્ધાથી મોટો છે એમ બતાવો.

૧૮. પ્રશ્ન ૧૭ કોઇ પણ સીધી લીટી આકૃતિને પણ લાગુ પાડો.

૧૯. △ની મધ્યગા અને જે બાજૂને તે દુભાગે (પાયાને) તેનું અર્ધું મળી △ની બાકીની બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટી છે એ સિધ્ધ કરો.

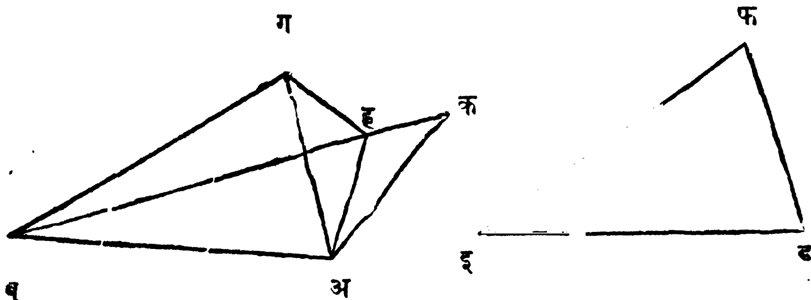
૨૦. △ માં બાજૂઓનો સરવાળો મધ્યગાના બમણા સરવાળા કરતાં ઓછો છે એ સિધ્ધ કરો.

૨૧. ચતુષ્કોણમાં અર્ધી પરિમિતિ કરતાં કર્ણોનો સરવાળો મોટો છે.

§ ૧૮. અસમાન ત્રિકોણો; અને સીધી લીટી ઉપર પડતા લંબનું મહત્ત્વ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૯.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુઓ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના અંતર્ખુણા બરાબર ન હોય તો મોટા અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણનો પાયો નાના અંતર્ખુણાવાળા ત્રિકોણના પાયા કરતાં મોટો છે.



अबक, डइफ △ ઓમાં अब = डइ, अक = डफ,

અને ∠ अ > ∠ ड છે તો बक પાયો > इफ પાયો થશે.

સિદ્ધતા. डइफ △ ને अबग △ ની સ્થિતિમાં મૂકી ग, कने अब ની એકજ બાજુ પર આવવા દો.

∵ ∠बअक > ∠बअग, ∴ अग, ∠बअक ની અંદર પડે છે.

રચના. ∠कअग ને अह થી દુભાગો. हग સાંધો.

હવે ∵ अकह, अगह △ ઓમાં, अक = अग, (પ્રતિજ્ઞા)

अह સામાન્ય છે, અને ∠कअह = ∠गअह, (રચના)

∴ अकह, अगह △ ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર० સિ० ૧૦)

∴ कह = हग

∴ बह + हग = बह + हक = बक;

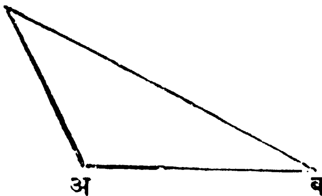
અને ∵ △ बहग માં बह + हग > बग. (પ્ર० સિ० ૧૮)

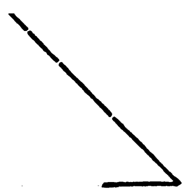
અને ∵ बह + हग = बक,

∴ बक > बग, ∴ बक > इफ. પ્ર० સિ०

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૦.

જો એક ત્રિકોણની બે બાજુ બીજા ત્રિકોણની બે બાજુની અનુક્રમે બરાબર હોય અને તેઓના પાયા અસમાન હોય તો મોટા પાયાવાળા ત્રિકોણનો શિરોબિંદુ ખુણો નાના પાયાવાળા ત્રિકોણના શિરોબિંદુ ખુણાથી મોટો છે.





સાધન. अबक, डइफ △ ઓમાં

अब = डइ, अक = डफ અને बक > इफ, તો ∠अ > ∠ड થશે.

સિદ્ધતા. જો ∠अ, ∠ड થી મોટો ન હોય ત્યારે

૧. તો ∠अ = ∠ड હોવો જોઇએ; પણ ત્યારે बक = इफ. (પ્ર० સિ० ૪)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

અથવા ∠ अ < ∠ ड; પણ ત્યારે बक < इफ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૯)

પણ આ અશક્ય છે. [પ્રતિજ્ઞા]

∴ માગેલું સાધ્યજ સત્ય છે.

∴ ∠ अ > ∠ ड છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો. (સિ૦ ૧૯ ને ૨૦ ઉપર.)

૧. अब, डइ જ્યાના બે સરખા વર્તુળના क, फ મધ્યબિંદુ છે. જો अब > डइ તો अकब > ∠डफइ છે એમ બતાવો.

૨. अबक △ માં अक > अब. જો अब, अक ને લંબાવતાં તેમાં ड, इ એ એવાં બિંદુ હોય કે बड = कइ છે તો बइ > कड.

૩. એક વર્તુળનો अब વ્યાસ વર્તુળમાંના क બિંદુમાંથી જાય છે અને म મધ્યબિંદુ अक માં છે તો क માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે; અને

૪. क થી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कब સૌથી નાની છે; અને

૫. જ્યારે कप, कड લીટીઓ क માંથી પરિધ સુધી દોરી હોય અને ∠पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

વર્તુળની બહાર क બિંદુ છે. अब વ્યાસ લંબાવતાં તે क માંથી જાય છે અને अक માં म મધ્ય બિંદુ છે તો,

૬. क માંથી પરિધ સુધી દોરેલી લીટીઓમાં कअ સૌથી મોટી છે. અને कब સૌથી નાની છે; અને

૭. જ્યારે कप, कड ને क માંથી પરિધ સુધી દોરીએ અને ∠पमक > ∠डमक હોય ત્યારે कप > कड; અને ઉલટું.

૮. अबक △માં अब ને पમાં દુભાગી છે અને अक > कब તો ∠ अपक < ૧∟ અને જો कपમાં કોઇ ड બિંદુ હોય તો अड > बड.

૯. સમદ્વિબાજુ △ની દરેક સરખી બાજુ પાયા કરતાં મોટી હોય તો સરખી બાજૂઓનો અંતર્ખુણો સમબાજુ ત્રિકોણના ખુણા કરતાં નાનો છે.

૧૦. अबक △માં म બિંદુ એવું હોય કે मअ = अब તો अक > अब.

૧૧. अबक△માં બાજુઓમાં ड, इ, फ બિંદુઓ હોય તો डइफ △ની પરિમિતિ अबक △ની પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

૧૨.* ત્રિકોણની અ, બ, ક બાજૂ ઉપર ત્રિકોણની માંહેના કોઈ પણ બિંદુમાંથી દોરેલા લંબનાં અંતર ડ, ઇ, ફ, હોય તો અ + બ + ક > ડ + ઇ + ફ.

૧૩.* કોઇ પણ ચતુષ્કોણની કર્ણો મળી ચતુષ્કોણની અર્ધી પરિમિતિથી મોટી છે; અને આખી પરિમિતિથી નાની છે એમ બતાવો.

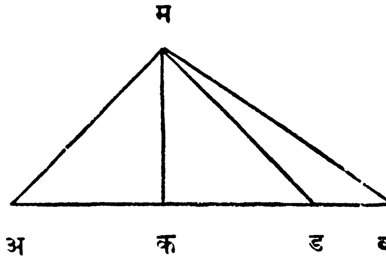
૧૪.* ચતુષ્કોણનાં શિરોબિંદુથી કોઈ બિંદુ સુધીનાં અંતરોનો સરવાળો લઘુતમ હોય તો તે બિંદુ શોધો.

૧૫.* સૌથી મોટી બાજુથી મોટી હોય એવી કોઈપણ લીટી ત્રિકોણમાં દોરી શકાય નહિ.

૧૬ * अबकडइफ ષટ્કોણમાં કોઈ પણ ખુણો અતિદ્વિકાટખુણ નથી તો તેની પરિમિતિ अकइ △ ની પરિમિતિથી મોટી છે.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૧.

એક આપેલી સીધી લીટી સુધી તેની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી દોરેલી સીધી લીટીઓમાં જે તેના ઉપર લંબ છે તે ટુંકામાં ટુંકી છે.



अब એક આપેલી લીટી છે અને म એક આપેલું બિંદુ છે. मक, अब ઉપર લંબ છે અને मड એક બીજી કોઇ પણ લીટી છે; તો मक લીટી मड થી નાની થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ मकड માં ∠ मकड = ૧ કાટખુણો.

∴ △ मकड માં ∠मडक < એક કાટખુણો છે, (પ્ર. સિ. ૮ ઉ.)

∴ ∠ मडक < ∠ मकड

∴ मडक △ માં मड > मक છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૭)

એ પ્રમાણે બીજી કોઈ પણ લીટી म થી अब સુધી દોરીએ તો તે मक થી મોટી છે.

એટલે मक ટુંકામાં ટુંકી છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. म થી अब ઉપર એકજ લંબ દોરી શકાય છે; અને એકજ ટુંકામાં ટુંકી લીટી દોરી શકાય છે; તેથી કોઈ પણ બિંદુમાંથી કોઈ પણ લીટી પર દોરેલી ટુંકામાં ટુંકી લીટી તેના ઉપર લંબ છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. જો कड = अक તો मड = मअ છે.

∵ △ मडक ≡ △ मअक છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. જો मब જેવી બીજી કોઇ પણ લીટી मड કરતાં मक થી વધારે અંતરે अब ને મળે તો मब > मड છે.

∵ ∠मबड > એક ⌊

અને ∠मडब > ∠मबड. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉ૦ સિ૦)

નોટ–કોઈ પણ બિંદુથી એક સીધી લીટી ઉપર દોરેલી લંબ ટુંકામાં ટુંકી છે તેથી તે તેનું "અંતર" કહેવાય છે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં શિરોબિંદુમાંથી પાયા પર લંબ દોરી તેની બાજુ અને લંબ માપી ઉપરનો સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૨. ઉપરના સિદ્ધાંતની મદદથી બતાવો કે કાટખુણ △ માં કર્ણ ગમે તે બાજુથી મોટો છે.

૩. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં લંબની બન્ને બાજુએ બેજ સરખી સીધી લીટી આપેલી લીટી સુધી દોરી શકાય છે.

૪. કોઇ પણ લીટીના મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લીટીથી આપેલી લીટીના છેડાઓ સરખે અંતરે છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં બે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબનું છેદનબિંદુ ત્રિકોણનાં બધાં શિરોબિંદુથી સમાન અંતરે છે.

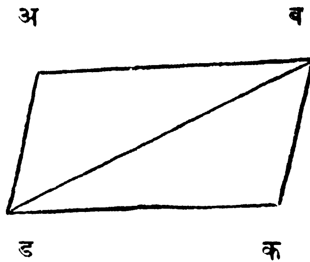
૬. પ્રશ્ન ૫ ની મદદથી ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી જતા (પરિલગ્ન) વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ શોધી કાઢી વર્તુળ દોરો.

૭. કોઈ પણ સીધી લીટી વર્તુળને બે બિંદુથી વધારે બિંદુમાં છેદી શકતી નથી એમ બતાવો.

§ ૧૯. સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ; અને આડી લીટી ઉપર સમાન્તર લીટીથી થતા અંતર્ભાગોનો સંબંધ.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૨.

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુઓ સરખી છે તથા સામસામેના ખુણાઓ સરખા છે; અને દરેક કર્ણ સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણને દુભાગે છે.



अबकड એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે અને बड એક તેની કર્ણ છે.

ત્યારે (૧) अब = कड; અને अड = बक થશે.

(૨) ∠अबक = ∠अडक, અને ∠डअब = ∠डकब થશે.

અને (૩) △अबड, △कडब બરાબર થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अब ∥ डक, અને बड તેને મળે છે,

∴ ∠ अबड = ∠ कडब; (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

અને ∵ अड ∥ बक, અને बड તેને મળે છે.

∴ ∠ अडब = ∠ कबड. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

વળી ∵ △ अबड અને △ कडब માં

∠अबड = ∠ कडब, ∠ अडब = ∠ कबड

અને बड સામાન્ય છે,

∴ △ अबड ≡ △ कबड. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

∴ अब = डक, અને अड = बक; અને ∠ अ = ∠ क.

વળી ∵ ∠અબડ = ∠કડબ અને ∠અડબ = ∠કબડ (સિદ્ધતા)

∴ આખો ∠ અડક = આખો ∠ અબક; (પ્ર૦ પ્ર૦)

અને △ અબડ ≡ △ કડબ,

∴ બડ કર્ણ સ૦ ચ૦ ને દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત ૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણનો એક ખુણો કાટખુણો હોય તો બધા ખુણા કાટખુણા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ સરખી હોય તો બધી બાજુઓ સરખી છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૩. સમચોરસની બધી બાજુઓ સરખી છે અને બધા ખુણાઓ સરખા છે.

ઉપસિદ્ધાંત ૪. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો અરસપરસ દુભાગે છે.

∵ જો ઉપલા સિદ્ધાંતની આકૃતિમાં અક, બડ, મ માં છેદે તો

△ કડમ અને △ અબમ માં અબ = કડ, અને

∠અબડ = ∠બડક, અને ∠બઅક = ∠ડકઅ,

∴ △કડમ ≡ △ અબમ ∴ મડ=મબ અને મઅ=મક. (પ્ર. સિ. ૧૧)

ઉપ૦ ૫. સમાન્તર લીટીઓ હંમેશાં એકજ અંતરે રહે છે.

વ્યાખ્યા. જે ટ્રાપિજયમની સમાન્તર બાજુ સિવાયની બીજી બન્ને બાજુઓ સરખી હોય તેને **સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમ** કહે છે.

પાસેની આકૃતિમાં ડઅ=કબ

∴ અબકડ સમદ્વિબાજુ ટ્રા. છે.



પ્રશ્નો.

૧. △ અબક માં અબ=અક અને ડઇ ॥ બક અને ડઇ લીટી અબ અને અક ને ડ, ઇમાં છેદે તો ડઇકબ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમ છે.

૨. અબકડ સ૦ ચ૦ માં અબ અને અડ ને છેદે તેમ બાજુને સમાન્તર લીટી દોરી છે તો કયા ખુણા અને કયી બાજુઓ બરાબર છે?

૩. કોઈ પણ સ૰ ચ૰ માં પાસે પાસેના ખુણાને દુભાગનારી લીટી કાટખુણે મળે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૪. કોઈ પણ સ૰ ચ૰ માં સામસામેના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સમાન્તર છે કે એકજ છે એ સિદ્ધ કરો.

૫. अबकड એક સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં अड=बक તો ∠क =∠ड છે. (નોટ. ब માંથી अड ∥ बइ દોરો.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માં अब અને कड નાં प અને म મધ્ય બિંદુ હોય તો पम, अब ને ⊥ છે એમ બતાવો.

૭. સામસામેના ખુણા સરખા હોય એવો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૮. સામસામેની બાજુનું એક જોડકું સમાન્તર અને સરખું હોય તો ચતુષ્કોણ સ૰ ચ૰ છે એમ બતાવો.

૯. સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૦. કર્ણો એક બીજાને દુભાગે તો ચતુષ્કોણ સ. ચ. છે.

૧૧. કોઈ પણ લીટી ઉપર સરખી ઉંચાઇની બે લંબ એકજ બાજુએ દોરી હોય તો તેના બીજા છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

૧૨. રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે.

૧૩. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણના કર્ણો સરખા હોય તો સ૰ ચ૰ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૧૪. સ૰ ચ૰ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૧૫. अबकड સ૰ ચ૰ માં अब, कड ને प, म માં દુભાગી છે તો बपडम સ૰ ચ૰ છે એમ બતાવો.

૧૬. કર્ણો સરખા હોઇ એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે તો ચતુષ્કોણ ચોરસ છે એ સિદ્ધ કરો.

૧૭. કોઇ પણ બે સમર્યાદ લીટીઓ એક બીજીને કાટખુણે દુભાગે તો તે રોમ્બસ કે ચોરસના કર્ણો હોવા જોઇએ.

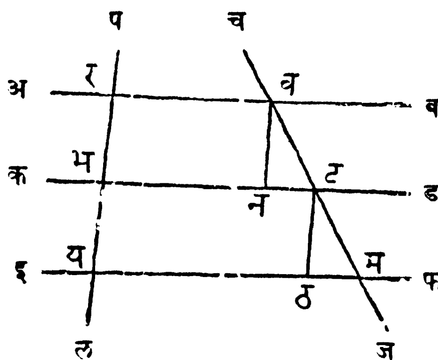
૧૮. સ૦ ચ૦ માં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી સામસામેની બાજુ સુધી દોરેલી લીટી તે બિંદુમાં દુભાગાય છે.

૧૯. સ૦ ચ૦માં કર્ણથી તેની સામેનાં શિરોબિંદુ સમાન અંતરે છે.

૨૦.* अबक △ ની बक બાજુમાં इ, ल બિંદુ લો. अब માં प અને अक માં र એવાં બિંદુ શોધો કે इल = અને ‖ पर હોય.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૩.

જો એક લીટીને ત્રણ અથવા વધારે સમાન્તર લીટીઓ છેદી અંતર્ભાગો સરખા કરતી હોય તો તેમને છેદતી બીજી કોઈ પણ લીટીના અંતર્ભાગો પણ સરખા છે.



पल લીટીને अब, कड, इफ સમાન્તર લીટીઓ છેદી रभ, भय અતર્ભાગો સરખા કરે છે અને તેનાથી છેદાતી चज જેવી બીજી કોઈ પણ લીટી છે તો वट = टम થશે.

રચના. व અને ट માંથી पल ને સમાન્તર वन અને टठ લીટીઓ દોરો.

સિદ્ધતા. ∵ रव ‖ भन અને रभ ‖ वन છે;

∴ रभनव સ૦ ચ૦ છે; ∴ रभ = वन છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

અને ∵ भट ‖ यठ અને भय ‖ टठ છે,

∴ भटठय સ૦ ચ૦ છે; ∴ भय = टठ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨)

પણ રભ = ભય;   ∴ વન = ટઠ.

હવે ∵ △ વનટ અને △ ટઠમ માં

∠નવટ = ∠ઠટમ અને ∠નટવ = ∠ઠમટ (પ્ર૦ સિ૦ ૭ અને ૬)

અને વન = ટઠ   (સિદ્ધતા)

∴ △ વનટ ≡ △ ટઠમ; વટ = ટમ.   પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઈ પણ ત્રિકોણમાં પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટીઓ એક બાજુના સરખા ભાગ કરે તો બીજી બાજુના પણ તેઓ તેટલાજ સરખા ભાગ કરશે.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ △માં એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે એમ બતાવો.

૨. કોઈ પણ △ માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૩. કોઈ પણ △ માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાથી અર્ધી છે એમ બતાવો.

૪. કોઇ પણ △ માં બાજુઓનાં મધ્ય બિંદુઓને સાંધનારી લીટીથી ત્રિકોણના ચાર બધી રીતે સરખા ત્રિકોણ થાય છે એમ બતાવો.

૫. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં મધ્યબિંદુ અનુક્રમે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ ચતુષ્કોણની બાજુઓનાં સામસામેના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી એક બીજીને દુભાગે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૪.

જો કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં

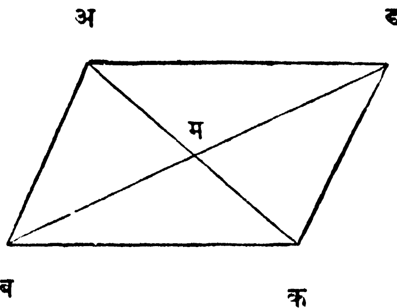
(૧) સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી અને સમાન્તર હોય; અથવા

(૨) સામસામેની બાજુની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૩) સામસામેના ખુણાની બન્ને જોડ સરખી હોય; અથવા

(૪) કર્ણો એક બીજાને દુભાગે;

તો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.



अबकड આપેલો ચતુષ્કોણ છે.

(૧) જો अब = અને ∥ कड, તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે. अक સાંધો.

∵ अब ∥ कड છે ∴ ∠बअक = ∠अकड. (પ્ર૦ સિ૦ ૬)

હવે ∵ △ अबक અને △ अकड માં

अब = कड અને अक સામાન્ય છે અને ∠बअक = ∠अकड.

∴ △ अबक ≡ △ अकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ ∠बकअ = ∠डअक ∴ अड ∥ बक (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૨) જો अब = डक અને अड = बक તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △ अबक અને △ अडक માં

अब = डक, अड = बक અને अक સમાન્ય છે.

∴ △ अबक ≡ △ अडक (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠बकअ = ∠कअड;

∴ अब ∥ डक અને अड ∥ बक. (પ્ર૦ સિ૦ ૪)

∴ अबकड સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૩) જો ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक

તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∴ ∠बअड = ∠बकड અને ∠अबक = ∠अडक છે.

∴ ∠बअड + ∠अबक = ∠बकड + ∠अडक.

પણ अबकड ના ચાર ખુણા = ૪ કાટખુણા. (?)

∴ ∠बअड + ∠ अबक = ૨ કાટખુણા = ∠ बकड + ∠अडक;

∴ अड ‖ बक અને अब ‖ कड; (પ્ર૦ સિ૦ ૫)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે.

(૪) જો अक, बड કર્ણો म માં દુભાગે તો अबकड સ૦ ચ૦ થશે.

હવે ∵ △ अमब અને △ डमक માં

अम = मक અને बम = मड અને ∠अमब = સામેના ∠डमक (?)

∴ △ अमब ≡ △ डमक; (?)

∴ ∠ बअक = ∠ अकड અને ∠ बकअ = ∠ कअड;

∴ अब ‖ कड અને अड ‖ बक; (?)

∴ अबकड સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ છે. પ્ર૦ સિ૦

ઉપસિદ્ધાંત. કોઇ પણ સીધી લીટી ઉપર જો બે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાઓને સાંધનારી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે.

પ્રશ્નો.

૧. જો કોઈપણ સીધી લીટી પર ત્રણ અથવા વધારે સરખા લંબ એકજ બાજુએ દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડામાંથી જતી સીધી લીટી આપેલી લીટીને સમાન્તર છે એ સિદ્ધ કરો.

૨. કોઈ પણ સીધી લીટી ઉપર બે સરખા લંબ સામસામેની બાજુ ઉપર દોર્યા હોય તો આ લંબના બહારના છેડાને સાંધનારી લીટી આપેલી લીટીને દુભાગે છે એ સિદ્ધ કરો.

૩. પ્રશ્ન ૨ માં જો अब ઉપર पम, यर બે લંબ દોરીએ તો मर, ને દુભાગે છે અને मयरप એક સ૦ ચ૦ છે.

૪.* બે સીધી લીટીની વચ્ચે આપેલા अ બિંદુમાંથી એક એવી લીટી દોરો કે તે આપેલી લીટીઓ સુધી જઈ अ માં દુભાગાય.

૫. જો એક ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુની એક જોડ સરખી હોય અને બીજી જોડ સમાન્તર હોય તો ચતુષ્કોણ સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે યા સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે એમ બતાવો.

૬. કોઈ પણ સ૦ બા૦ ચ૦ માં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી સીધી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે એમ બતાવો.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં म, य, અનુક્રમે अब, कड નાં મધ્ય બિંદુ છે, તો बमडय સ૦ ચ૦ છે એમ બતાવો.

૮. જો એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો સરખા હોઇ અરસપરસ દુભાગે તો ચતુષ્કોણ લંબચોરસ છે એમ બતાવો.

૯.* अबकड એક સ૦ ચ૦ છે. અને म અમુક બિંદુ એવું છે કે मअयब; मबरक, मकलड અને मडवअ સ૦ ચ૦ છે તો यरलव પણ સ૦ ચ૦ છે. તેને આપેલા સ૦ ચ૦ સાથે સરખાવો.

૧૦.* अबकड સ૦ ચ૦ માં अक માં इ બિંદુ એવું છે કે इब = इड તો इ, अक ને દુભાગે છે. અપવાદ હોય તો બતાવો.

૧૧.* अबकड ચતુષ્કોણમાં ∠अ = ∠ब, ∠क = ∠ड તો अबकड સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝ્યમ છે. अबकड સ૦ બા૦ ચ૦ ક્યારે થશે ?

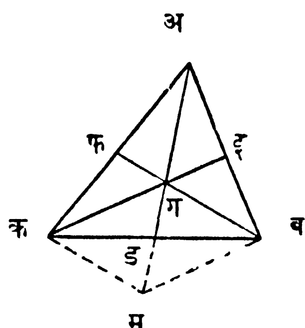
૧૨.* अबक એક આપેલો △ છે. અને डइ, फग બે છેદતી લીટીઓ છે; તો अबक △ ની સર્વસમાન હોય એવો એક △ બનાવો કે જેની એક બાજુ डइ ઉપર હોય અને જેનું એક કોણ બિંદુ फग માં હોય.

૧૩.* જે ચતુષ્કોણમાં બાકીનાં કોણ બિંદુથી એક કોણ બિંદુનાં અંતરો બધાંજ કોણ બિંદુને માટે એકજ હોય તો તે લંબચોરસ છે,

૧૪.* સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણમાં કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી દોરેલી લીટી સ૦ ચ૦ ના બે સરખા ભાગ કરે છે એમ બતાવો.

પ્રમેય સિદ્ધાંત ૨૫.

કોઈ પણ ત્રિકોણની મધ્યગાઓ એકજ બિંદુમાં મળે છે; અને દરેક મધ્યગા તે બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.



△ अबक માં कइ, बफ મધ્યગાઓ ग માં છેદે છે. अग સાંધી बक સુધી લંબાવો; તો अगड ત્રીજી મધ્યગા થશે; અને ग માં દરેક મધ્યગા ત્રીજે ભાગે છેદાશે.

अगड ને म સુધી લંબાવી इग ‖ बम ને म માં મળવા દો. कम સાંધો.

સિદ્ધતા. इग ‖ बम અને अइ = बइ ∴ अग = गम (પ્ર. સિ. ૨૩)

વળી कम ‖ फ માંથી દોરેલી લીટી अम ને દુભાગે છે. અને આવી સમાન્તર લીટી એકજ દોરી શકાય છે, (પ્ર સિ. ૨૩ પ્ર. ૨)

∴ बगफ ‖ मक છે. ∴ गबमक સ૦ ચ૦ છે.

∴ गम, बक અરસપરસ દુભાગે છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૨૨ ઉ૦)

∴ अगड, बक ને દુભાગનારી મધ્યગા છે.

વળી मग = ૨ गड અને मग = अग ∴ अग = ૨ गड;

∴ ग માં अड ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

અને એજ પ્રમાણે

ग માં कइ અને बफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે. **પ્ર૦ સિ૦**

નોટ. ત્રિકોણની મધ્યગાના છેદન બિંદુને ત્રિકોણનું ગુરૂત્વબિંદુ કહે છે. ∵ એક સરખા કાગળમાંથી જો એક ત્રિકોણ કાપી આ બિંદુમાંથી એક દોરી બાંધી ત્રિકોણને ઉંચકયો હોય તો તે ક્ષિતિજ સમાન્તર રહેશે.

પ્રશ્નો.

૧. अबक △ માં बइ, कफ મધ્યગાઓ ग માં મળે છે. જો बग નું ल, અને कग નું म મધ્યબિંદુ હોય તો फइ, फल, लम, मइ સાંધી

બતાવો કે ग માં बइ અને कफ દરેક ત્રીજે ભાગે છેદાય છે; અને તે ઉપરથી બતાવો કે મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે.

૨. કોઈ પણ ટ્રાપિઝ્યમની વિષમ બાજુનાં મધ્ય બિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તર બાજુને સમાન્તર છે.

૩. કોઈ પણ △ માં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો △ સમદ્વિબાજુ છે.

૪. જો કોઈ પણ △ માં ત્રણ મધ્યગા બરાબર હોય તો △ સમબાજુ છે.

૫. अबक કાટખુણ △ નો अब કર્ણ ड માં દુભાગાય છે તો कड, अब થી અર્ધો છે.

૬. अबकड સ૦ ચ૦ માં अब નું મધ્યબિંદુ इ છે. कइ, इड સાંધો અને જો ∠कइड એક કાટખુણો હોય તો अब = ૨ बक.

૭.* अबकड સ૦ ચ૦ માં इ, फ, अब, अड નાં મધ્યબિંદુ છે, તો फइ ∥ बड છે, અને फइ, कफ લીટીઓ बड ને ત્રિભાગે છે.

૮.* કોઇ પણ ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી અને કર્ણોનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૯.* રોમ્બસની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી એક લંબચોરસ બતાવે છે.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો પ્રમેય ભાગ સમાપ્ત.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો. સિદ્ધ ભાગ.

વિભાગ ૩ જો. કૃત્ય ભાગ.

કૃત્યોના કોઇ પણ ભાગમાં અમુક માપ લેવાની જરૂર પડશે નહિ. પણ કરેલું કૃત્ય ખરૂં છે કે નહિ તે હંમેશાં ગમે તે કોઈ ડ્રૉઈંગનાં સાહિત્યની મદદથી તપાસી જોવું અને ખાત્રી કરવી. જે જે રચનાઓ કરવી તેમાં આંકેલી આંકણી તથા પ્રોટ્રેક્ટર વાપરવાં નહિ. કોઇ પણ આકૃતિ યા આકૃતિનો ભાગ બહુ બારીકિથી દોરવો કે જેથી સાહિત્યથી માપ લેતી વખતે કોઇપણ જાતની ભૂલ પડે નહિ.

જે જે કૃત્યો કર્યાં છે તે ફક્ત સિદ્ધાંત તરીકેજ શીખવાનાં નથી પણ બારીક માપ પર હંમેશાં વિશેષ લક્ષ આપવાનું છે. દરેક કૃત્ય સિદ્ધાં-તમાં પણ સિદ્ધતા આપી છે અને એવી સિદ્ધતા વિદ્યાર્થીએ પ્રશ્નોમાં પણ આપવી કે જેથી કૃત્યનું કામ સંતોષકારક રીતે થઇ શકે અને અને ભૂમિતિ કાર્યની વિશેષ દૃઢ માહિતી થાય.

આંકણીનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) કોઇપણ આપેલાં બે બિંદુને સાંધવાં, અને

(૨) કોઇ પણ સીધી લીટીને ગમે તે દિશામાં લંબાવવી.

કંપાસનો ઉપયોગ નીચે પ્રમાણે કરવો:—

(૧) એક આપેલું બિંદુ લઈ આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરવો, અને

(૨) એક આપેલી સમર્યાદ લીટી બરાબર બીજી એક આપેલી લીટીમાંથી ભાગ કાપવો.

કંપાસના ઉપયોગમાં (૨), (૧) માં સમાએલો છે. કૃત્યોની સિદ્ધતાનો મુખ્ય હેતુ એ છે કે એવી સિદ્ધતાથી બનાવેલો રચનાઓ ખરી છે એમ નક્કી થાય; અને સિદ્ધ ભાગમાં કોઈ જગ્યાએ રચના કરી તેની માફક મનમાં નિશ્ચયનો અભાવ રહે નહિ.

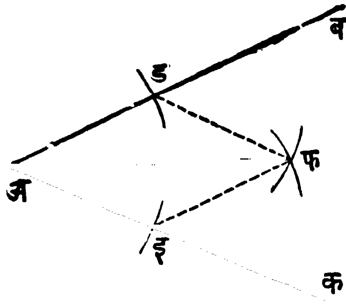
દરેક આકૃતિમાં સામાન્ય રીતે સિદ્ધતાને માટેજ વપરાએલી લીટી તુટેલી છે અને પક્ષ, સાધ્ય વગેરેને માટે સહેજ જાડી લીટી વાપરી છે. રચના ભાગમાં જ્યાં જ્યાં વર્તુળ દોરવાનો છે ત્યાં ત્યાં વર્તુળનું **જોઇએ તેટલું કૌંસજ** દોરવામાં આવ્યું છે કે જેથી વિદ્યાર્થીને ગુંચવણ પડે નહિ અને વખત બચે.

કૃત્ય ઉપર આપેલા પ્રશ્નોમાં પણ કૃત્યમાં કહ્યું છે તેમજ સિદ્ધતા કહેવી, રચના કરવી અને સાહિત્યોની મદદથી સાધ્ય પૂર્ણ છે કે નહિ તે તપાસી જોવું. કૃત્યો અને પ્રમેયો સાથે સાથે લેવાય તો સારૂં.

§ ૨૦. દ્વિભાગ રચના અને લંબ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧.

એક આપેલા ખુણાને દુભાગવો.



बअक એક આપેલો ખુણો છે. અને તેને દુભાગવાનો છે.

રચના. अ મધ્ય બિંદુ લઇ बअ, कअ ને ड, इ બિંદુમાં છેદે એવો એક વર્તુળ દોરો (સ્વી. કૃ.)

ड, इ મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી સરખી ત્રિજ્યા લઈ એક બીજાને फ માં છેદે તેમ બે વર્તુળો દોરો.

अफ, डफ, इफ સાંધો. ત્યારે अफ લીટી ∠बअक ને દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अडफ અને △ अइफ માં

अड = अइ અને फड = फइ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ △ अडफ ≡ △ अइफ, (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠बअफ = ∠कअफ. ∴ अफ, ∠बअकને દુભાગે છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ–"જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા" નો અર્થ એવો છે કે એવી ત્રિજ્યા લેવી કે, ड, इ મધ્યબિંદુ લઈ દોરેલાં કૌંસો એક બીજાને છેદી શકે. આ શબ્દસમૂહનો અર્થ નીચેનાં કૃત્યોમાં પણ એવોજ લેવો.

પ્રશ્નો.

૧. કૃ૦ સિ૦ ૧ ની આકૃતિ કયી લીટી સાથે *સમ્મિતરૂપ છે? અને તે કેવી રીતે છે?

૨. કૃ૦ સિ૦ ૧ માં फ બિંદુ ∠अ ની બહાર પાડી બતાવો કે ∠अ, फअ લંબાવ્યાથી દુભાગાય છે.

૩. કૃ૦ સિ૦ ૧ માં બીજો કયો ખુણો દુભાગાય છે?

૪. કોઇ પણ ખુણાના ચાર સરખા ભાગ કરો.

૫. ૮૫° નો ખુણો કરી તેને પ્રોટ્રેકટરથી દુભાગો અને કૃ૦ સિ૦ ૧ પ્રમાણે દુભાગો.

૬. ૧૫°, ૩૦°, ૭૫° ના ખૂણા પ્રોટ્રેકટર વિના બનાવો.

[નોટ. સમબાજુ ત્રિકોણનો ખૂણો ૬૦° નો છે.]

૭. એક કાટખુણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૮. પ્રશ્ન ૭ ની મદદ લઇ ૪૫° ના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૯. કૃ૦ સિ૦ ૧ માં બતાવો કે अफ નું કોઈ પણ બિંદુ अब, अकથી સમાન અંતરે છે.

૧૦. ઉપલા કૃત્ય સિ૦ ૧ ની આકૃતિમાં જો डइ ને સાંધીએ તો डइ અને अफ એક બીજીને કાટખુણે મળે છે.

૧૧.* એક ત્રિકોણના ત્રણે અંદરના ખુણાને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન બિંદુ બધી બાજુને અંદરથી સ્પર્શ કરતા અંતર્લગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

૧૨.* अबक △ ના ∠अ ને અને अब, अक લંબાવતાં થતા બહારના ∠ब, ∠क ને દુભાગો.

નોટ—આ દુભાગનારી લીટીઓનું સામાન્ય છેદન બિંદુ बक અને લંબાવેલી अब, अक ને સ્પર્શ કરતા ઉપલગ્ન વર્તુળનું મધ્ય બિંદુ છે.

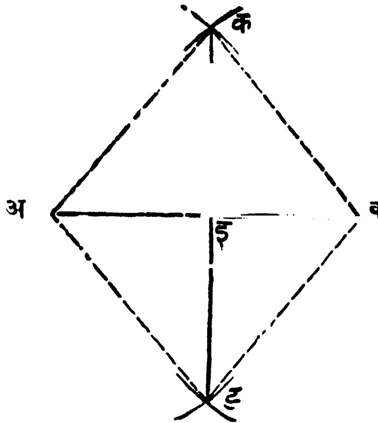
૧૩.* अबक △ માં બીજા ખુણાઓને અંદરથી અને સામેના ખૂણાને બહારથી દુભાગો.

---

* કોઇ આકૃતિ તેની અંદરની કોઈ લીટીની આજુબાજુ એવી રીતે આવી હોય કે તે આકૃતિના બે ભાગો તે લીટીના આસપાસ સર્વસમાન થઇ રહે તે સમ્મિત રૂપ આકૃતિ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨.

એક આપેલી સમર્યાદ લીટીને દુભાગવી.



अब એક આપેલી સમર્યાદ લીટી છે અને તેને દુભાગવાની છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેવડી अक ત્રિજ્યાથી બન્ને બાજુએ એક એક વતુર્ળનું કાંસ દોરો. (સ્વી૦ કૃ૦)

અને ब મધ્યબિંદુ લઈ कअ ત્રિજ્યા લઇ બન્ને બાજુએ એક એક વતુર્ળનું કાંસ દોરો. આ વતુર્ળો क, ड માં છેદે છે. (સ્વી૦ કૃ૦)

कड, अक, अड, बक, बड, ને સાંધો. (સ્વી૦ કૃ૦)

ત્યારે अब ને कड, इ માં દુભાગશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अकड અને △ बकड માં

अक = बक અને अड = बड (રચના)

અને कड સામાન્ય છે.

∴ △अकड ≡ △बकड. ∴ ∠अकड=∠बकड (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △ अकइ અને △ बकइ માં

अक = बक અને कइ સામાન્ય છે;

અને અંતખુણો अकइ = અંતખુણો बकइ (સિદ્ધતા)

∴ △ अकइ ≡ △ बकइ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अइ = बइ. ∴ अब, इ માં દુભાગાય છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત. એક આપેલી લીટીને દુભાગનારો લંબ દોરવો.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૨. ઉપલી આકૃતિમાં કેટલી સમ્મિતરૂપ લીટી છે?

૩. કોઈ પણ લીટીના ચાર અને આઠ સરખા ભાગ કરો.

૪. ઉપલી આકૃતિમાં બતાવો કે कड નું કોઇ પણ બિંદુ अ, ब થી સમાન અંતરે છે.

૫. કોઈ પણ વર્તુળની જ્યાને દુભાગનારો લંબ દોરો.

૬.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો, કે તે આપેલાં બે બિંદુથી સમાન અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૭.* એક આપેલી લીટીમાં એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે આપેલી બે લીટીથી સરખે અંતરે હોય. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૮. એક આપેલી લીટીને બેવડી કરો; તેવડી કરો; પાંચગણી કરો.

૯. △अबक માં अब = अक તો ∠अ ને દુભાગનારી લીટી પાયાનો દુભાગનાર લંબ છે.

૧૦. अब = ૨·૬ સે. મી.; अब ને क માં દુભાગો અને क આગળ कड = ૧·૫ સે. મી. ૪૫° ને ખુણે દોરો; ∠अकड અને ∠डकब ને कड અને कफ થી દુભાગો; ∠इकफ ને માપો.

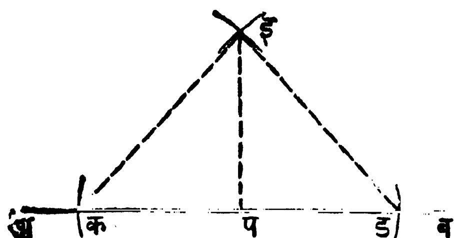
૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक વિના બીજી કોઈ ત્રિજ્યા લઈ કરો.

૧૨. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अक, अड નાં જુદાં માપ લઇ કરો.

૧૩. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૨ अब ઉપર સમબાજુ △ દોરી તેની સામેના ખુણાને દુભાગી સાબિત કરો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩.

એક આપેલી લીટીમાં એક આપેલા બિંદુમાંથી તે લીટીને લંબ દોરવો.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેમાં प એક આપેલું બિંદુ છે. ત્યારે अब ઉપર प માંથી લંબ દોરવાનો છે.

રચના. पअ, पब માંથી पक અને पड સરખી કાપો.

क, ड, મધ્યબિંદુ લઈ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ બે સરખા વર્તુળ દોરો; અને તે इ માં અરસપરસ છેદે છે. (સ્વી૦ ૬૦)

इप, इक, इड સાંધો. ત્યારે इप, अब ને प આગળથી લંબ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ कइप અને △ डइप માં

कप = पड અને कइ = डइ (રચના)

અને पइ સામાન્ય છે.

∴ △ कइप ≡ △ डइप ∴ ∠कपइ = ∠डपइ (પ્ર. સિ. ૧૪)

અને આ સરખા ખુણા अब સીધી લીટી ઉપર પાસે પાસેના છે

∴ पइ ⊥ अब ને છે. ૬૦ ૬૦

પ્રશ્નો.

૧. સમદ્વિબાજુ △ માં પાયાના છેડામાંથી પાયા પર દોરેલી લંબ સામેની બાજુને લંબાવતાં મળે તો આકૃતિમાં સઘળાં અંગનાં માપ કાઢો.

૨. એક લીટીને બીજી લીટી લંબ દોરી સેટસ્કવેરથી માપી ખાત્રી કરો.

૩. એક વર્તુળમાં अब જ્યા છે અને अ, ब માંથી દોરેલી લંબ વર્તુળને क, ड માં છેદે છે તો अक, बड માપો.

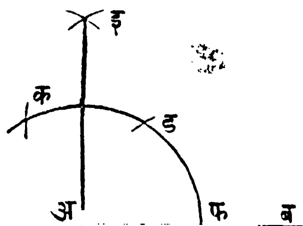
૪. એક ૩·૫" લાંબી લીટીને તેના છેડાથી ·૭" દુર બિંદુમાંથી ૧·૩" લાંબો લંબ દોરો. આવા કેટલા લંબ દોરી શકાશે ?

૫. ૪·૦ સે. મી.ની ત્રિજ્યાના વર્તુળમાં अब એક જ્યા છે, अब ને માં દુભાગી क ને म મધ્યબિંદુ સાથે જોડી ∠मकअ અને ∠मकब માપો.

૬. ∠अकब અને कअ = कब લો; अ, ब માંથી अम, बम લીટી अक, बक ને લંબ છે. બતાવો કે कम, ∠अकब ને દુભાગે છે.

૭.* अब એક આપેલી લીટીમાં क બિંદુ છે બહાર ड બિંદુ લઇ તે (ड) મધ્યબિંદુથી कड ત્રિજ્યાએ એક વર્તુળ रकप, अब ને ફરીથી र માં છેદે તેમ દોરો. रड ને લંબાવતાં તે વર્તુળને प બિંદુમાં છેદે છે. पक સાંધો; બતાવો કે पक, अब ને લંબ છે.

૮.* अबમાં अ બિંદુ છે. अ મધ્ય બિંદુથી ગમે તે એક વર્તુળ દોરો. फअ ત્રિજ્યાથી વર્તુળ ઉપર फड, डक સરખા ભાગ મૂકો; ड, क મધ્ય બિંદુ લઇ कड ત્રિજ્યાથી બે સરખા વર્તુળો इ માં છેદે તેમ દોરો તો इअ, अब ને ⊥ છે.



૯. આંકેલાં સાહિત્ય વિના ૪૫° અને ૭૫° ના ખુણા બનાવો.

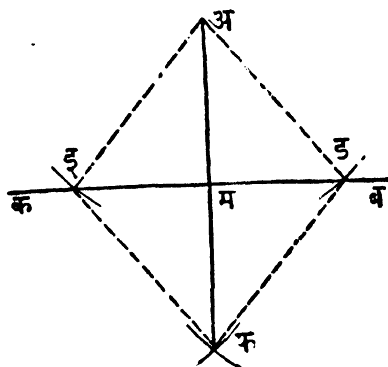
૧૦. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૩ ની આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવો.

૧૧.* કોઇ પણ ત્રિકોણની બાજુઓને દુભાગી તેનાં મધ્યબિંદુમાંથી તેજ બાજુ ઉપર લંબ દોરો.

નોટ—આ લંબનું સામાન્ય છેદન બિંદુ △ નાં બધાં શિરોબિંદુ-માંથી જતા પરિલગ્ન વર્તુળનું મધ્યબિંદુ છે.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૪.

એક આપેલી લીટી ઉપર તેની બહારના આપેલા બિંદુમાંથી લંબ દોરવો.



बक એક આપેલી લીટી છે અને अ તેની બહાર એક આપેલું બિંદુ છે; તેા अ માંથી बक ઉપર એક લંબ દેારવાનેા છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઇ बक ને ड, इ માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દેારેા. (સ્વી૦ કૃ૦)

ड, इ મધ્યબિંદુએા લઇ જોઇએ તેટલી ત્રિજ્યા લઈ બે સરખા વર્તુળેા फ માં છેદે તેમ દેારેા. (સ્વી૦ કૃ૦)

अफ, अड, अइ, फड, फइ સાંધેા.

ત્યારે अफ, એટલે अम, बक ને લંબ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अडफ અને △ अइफ માં

अड = अइ અને डफ = इफ અને अफ સામાન્ય છે, (રચના)

∴ ∠डअम = ∠इअम. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

વળી ∵ △डअम અને △इअम માં

डअ = इअ અને मअ સામાન્ય છે,

અને અંતખુંણેા डअम = અંતખુંણેા इअम,

∴ △ डअम ≡ △ इअम. ∴ ∠डमअ=∠इमअ. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

∴ अम, बक ને લંબ છે. કૃ૦ કૃ૦

વ્યા૦. ત્રિકેાણનાં શિરેાબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દેારેલા લંબ અરસપરસ જે બિંદુમાં છેદે તેને **લંબછેદનબિંદુ** યા **લંબ-સંપાતબિંદુ** કહે છે.

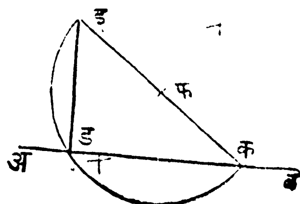
પ્રશ્નેા.

૧. ઉપલી આકૃતિની સમ્મિતરૂપતા બતાવેા.

૨. એક મેાટેા સાંકડખૂણુ ત્રિકેાણુ લઇ તેનાં શિરેાબિંદુમાંથી સામેની બાજુએા ઉપર લંબ દેારેા.

૩. કાટખૂણુ અને પહેાળખુણુ ત્રિકેાણુ લઇ પ્રશ્ન ૨ પ્રમાણે કરેા.

૪.* अब એક આપેલી લીટી છે અને इ એક બહાર આપેલું બિંદુ છે. अब માં क કાઇ પણ બિંદુ છે અને कइ જોડી દુભાગી તેની ઉપર એક અર્ધ વર્તુળ अब ને ફરીથી ड માં છેદે તેમ દેારેા તેા डइ अब ને લંબ છે.



૫.* अब આપેલી લીટી છે. અને क બહાર આપેલું બિંદુ છે; अब માં બે બિંદુઓ ड અને इ છે. ड, इ મધ્યબિંદુ લઇ डक, इक ત્રિજ્યાથી બે વર્તુળો ઉલટી બાજુએ प માં છેદે તેમ દોરો તો कप, बअने કાટખુણે છેદશે.

૬. ∠अबक ને દુભાગી बह દુભાગનારી લીટીના ड બિંદુમાંથી अब અને बक ઉપર બે લંબ દોરો; તો આ લંબ સરખા છે.

૭. પ્રશ્ન ૬ ઠ્ઠો ∠अबक કાટખુણો યા પહોળો ખુણો લઇ કરો.

૮. વર્તુળના મધ્યબિંદુમાંથી કોઈ પણ જ્યા ઉપર લંબ દોરો.

૯. એક ત્રિકોણમાં બે શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર લંબ દોરો. આ લંબ જે બિંદુમાં છેદે તેમાંથી ત્રીજી બાજુ ઉપર લંબ દોરી આ લંબ બાકીનાં શિરોબિંદુ તરફ લંબાવો.

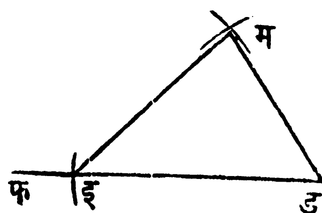
§ ૨૧. ત્રિકોણ રચના; અને કોણ રચના.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૫.

ત્રણ આપેલી લીટીની બરાબર બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવો.

अ, ब, क ત્રણ આપેલી લીટી છે તો अ, ब, क ની બરાબર બાજુ જેની હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.





રચના. डफ કોઇ પણ લીટી લઇ તેમાંથી अ = डइ કાપો.

ड મધ્યબિંદુ લઈ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; અને इ મધ્યબિંદુ લઈ ब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ બે વર્તુળ म માં છેદે છે. मड, मइ સાંધો. ત્યારે मडइ એક માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. હવે ∵ △ मडइ માં

डइ = अ, मइ = ब, डम = क; (રચના)

∴ मडइ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

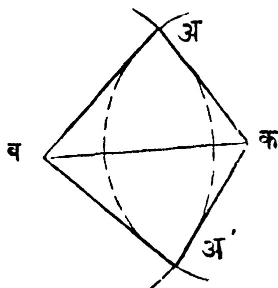
નોટ ૧. મોટામાં મોટી બાજુ સૌથી પહેલી દોરવી.

નોટ ૨. ત્રણ આપેલી લીટીમાંથી એક જો બીજી બેના સરવાળાથી મોટી અથવા બરાબર હોય તો ત્રિકોણ અશક્ય છે; કારણ કે દોરેલા વર્તુળો એક બીજાને ન છેદતાં મોટી લીટી પર એક બીજાની બહારનાં કે એકજ બિંદુમાં છેદશે. જુઓ પ્રમેય સિદ્ધાંત ૧૮.

નોટ ૩. કોઇ પણ આકૃતિ માપ વિનાની દોરવાની હોય તો હંમેશાં મોટી આકૃતિ દોરવી; કારણ કે જે ભુલ નાની આકૃતિમાં માલમ પડે તે મોટીમાં માલમ પડવી મુશ્કેલ છે.

ટીપ. ત્રણ બાજુઓની લંબાઇઓ આપી હોય તો એ બાજુઓના જેટલા ત્રિકોણ નીકળે તેટલા દોરવા હોય તો શું કરીશું ?

અ, બ, ક, ત્રણ આપેલી લંબાઇ લો.



સૌથી મોટી અને અ = बक ને પાયા તરીકે લો. ब આગળથી ક લંબાઇની बअ લીટી દોરો. કેટલી લીટીઓ ક લંબાઈની દોરાશે ? આ ક = बअ નો अ છેડો જે લીટી ઉપર આવે તે લીટી કેવી આવશે ? ब મધ્યબિંદુ લઇ ક ત્રિજ્યાથી એક વતુળ દોરો. આ વતુળનું કોઇ પણ બિંદુ ब થી કેટલું દૂર છે ? ક જેટલું. કારણ ? એ વતુળની બધી ત્રિજ્યા = ક છે. ત્યારે ब આગળથી લીટીઓ એવી દોરીએ કે તેના બીજા છેડા આ વતુળ ઉપર ન આવે તો તે લીટીઓની લંબાઇ શું ? ક કરતાં નાની કે મોટી. એજ પ્રમાણે क આગળથી બ લંબાઇની જેટલી લીટીઓ દોરાય તેટલી દોરો. આ

લીટીઓના બીજા છેડા કયાં આવશે? क મધ્યબિંદુ અને બ ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો. ત્યારે આ બે વર્તુળો કયાં કયાં છેદે છે? अ, अ' માં. એ બિંદુનાં ब, क થી અંતર કેટલાં? બ, ક બરાબર. अ, अ' સિવાય બીજાં કોઇ બિંદુથી ब, क નાં અંતર બ, ક, બરાબર હોય કે નહિ? નહિ. ત્યારે અ = बक પાયા ઉપર ત્રણ આપેલી લંબાઇના કેટલા ત્રિકોણ बक ની ઉપલી બાજુએ થઇ શકે? એકજ અને બીજો ત્રિકોણ ઉપલીજ બાજુએ આવી શકે તો તેનું अ બિંદુ કયાં પડવું જોઇએ? अ ઉપરજ. ત્યારે એ બે ત્રિકોણોનું શું થાય છે? એક બીજા ઉપર બરાબર મળી જાય છે. નહિ મળી જાય તો શું થાય? બન્ને ત્રિકોણોની બાજુઓ એકી વખતે આપેલી લંબાઇ-ઓની હોઈ શકે નહિ. એટલે बक પાયા ઉપર આપેલી લંબાઇઓનો એકજ ત્રિકોણ થઈ શકે છે.

વળી અ, બ, ક બાજુઓનો બીજો કોઇ ત્રિકોણ બનાવીએ તો તે अबक △ ઉપરજ બરાબર સ્થાનોપરિસ્થિત થવો જોઇએ અને તેથી એવું અનુમાન સિદ્ધ થાય છે કે,

"જે ત્રિકોણોમાં ત્રણે બાજુ અનુક્રમે બરાબર હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૪)

પ્રશ્નો.

૧. એક મોટો ત્રિકોણ બનાવી તેની બરાબર બીજો ત્રિકોણ બનાવો.

૨. ૩·૧", ૪·૪", ૬·૨" ની બાજુવાળો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૩. ૪·૩" ની બાજુ ઉપર એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવી તેના ખુણા દુભાગી માપો.

૪. ૩·૫ સે. મી. ના પાયા પર ૫·૩ સે. મી. ની બાજુનો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૫. ૬૦°, ૧૨૦°, ૩૦° ના ખુણાવાળા △ ઓ સાહિત્યની મદદ વિના બનાવો. (કંપાસ અને આંકણી વાપરવી.)

૬. પ્રશ્ન ૫ માંની આકૃતિના ખુણાઓ દુભાગો.

૭. ભૂમિતિથી અણજાણ્યો એક છોકરો પોતાની કલમના ૧.૦" ૨.૫", ૩.૬", લાંબા ત્રણ કટકાથી એક ત્રિકોણ બનાવવા બેઠો. ત્રિકોણ બનાવો યા ભૂલ બતાવો.

૮. એક આપેલા પાયા ઉપર એક આપેલી બાજુનો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

૯. એક આપેલી લીટી ઉપર એક એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો કે તેની દરેક સરખી બાજુ પાયાથી બમણી હોય.

૧૦. પાયો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કાઢો.

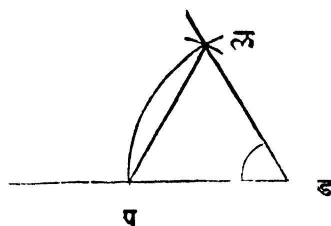
૧૧. એક આપેલા પાયા ઉપર સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો

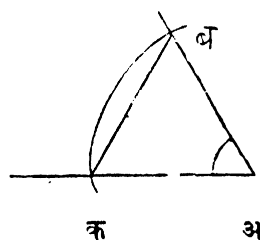
૧૨. કર્ણની બરાબર બાજુવાળો એક રોમ્બસ કાઢો.

૧૩. એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમષટ્કોણ કાઢો

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૬.

એક આપેલા ખુણાની બરાબર એક આપેલી લીટીના આપેલા બિંદુ આગળ એક ખુણો કરવો.





बअक આપેલો ખુણો છે, અને हप માં ह એક આપેલું બિંદુ છે. તો हप માં ह આગળ એક ખુણો ∠बअक બરાબર કરવાનો છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઇ કોઇ પણ વર્તુળ દોરી अब = अक કરો. ह મધ્યબિંદુ લઈ તેજ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરી हप ને प માં કાપો અને प મધ્યબિંદુ લઇ कब ત્રિજ્યા લઈ આગળના વર્તુળને ल માં છેદે તેમ એક વર્તુળ દોરો. कब, हल, पल, સાંધો.

ત્યારે ∠बअक = ∠लडप થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ बअक અને △ लडप માં

अब = डल, अक = डप, कब = पल; (રચના)

∴ ∠अ = ∠ड. (પ્ર૦ સિ. ૧૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક સાંકડો ખુણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.

૨. એક પહોળો ખૂણો કરી તેની બરાબર એક બીજો ખુણો કરો.

૩. એક બાજુ પર એક સમદ્વિબાજુ કાટખૂણુ ત્રિકોણુ બનાવો.

૪. ∠अबक = ∠बकड બનાવો અને बअ, कड, જો म માં મળે તો मड, मक માપો.

૫. એક ∠अबक ના ખુણા બરાબર ખુણાવાળો એક △ બનાવો.

૬. એક अबकड ચતુષ્કોણુના ખુણા બરાબર ખુણાનો ચતુષ્કોણુ કરો.

૭. अब = ૨·૦″ છે અને क બિંદુ ૦·૫″ અંતરે ઉપર છે; क માંથી એવી લીટી દોરો કે अब સાથે તે ૫૦° નો ખુણો કરે. કેટલી રચના થઈ શકશે ?

૮. ૩·૫ સે. મી. ના વ્યાસ ઉપર વર્તુળ દોરો. म મધ્ય બિંદુમાંથી मअ, मब પરિઘ સુધી દોરો. ∠अमब માપો. अब ની સામેના કૌંસ ઉપર કોઈ પણ प બિંદુ સાથે अ, ब સાંધો તો ∠अपब કેવડો ?

૯.* એકજ બાજુ ઉપર આપેલાં प અને ल બિંદુમાંથી अब ના એકજ બિંદુ સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ अब સાથે સરખા ખુણા કરે.

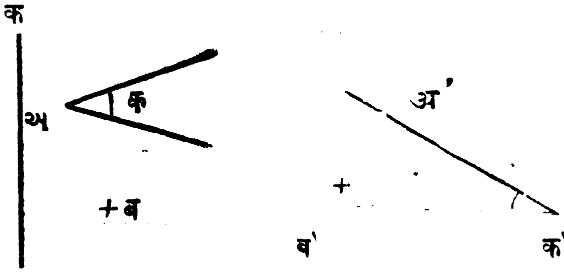
[નોટ—अब ઉપર पक લંબ દોરી पक લંબાવી पक = डक કરો. लड સાંધી अब ને જે બિંદુમાં लड છેદે તે બિંદુ प સાથે સાંધો.]

૧૦.* प માંથી એવી એક લીટી દોરો કે अ, ब માંથી તેની ઉપર દોરેલા લંબ સરખા થાય. આ કયારે અશક્ય છે ?

૧૧.* अ બિંદુમાંથી એવી એક લીટી દોરો કે તે बक ને ∥ થાય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૭.

બે ખુણા અને તેની પાસેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણુ બનાવવો.



ब, क આપેલા ખુણા અને बक (અ) આપેલી બાજુ છે;
તો ∠ब, ∠क, बक અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. ગમે તે સીધી લીટી દોરી તેમાંથી बक = ब'क' કાપો.

ब' આગળ ∠ब = ∠अ'ब'क' બનાવો અને
क' આગળ ∠क = ∠अ'क'ब' બનાવો } (કૃ. સિ. ૬)
ब'अ', क'अ' ને अ' માં મળવા દો.

ત્યારે अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ अ'ब'क' માં
ब'क' = बक; ∠ब' = ∠ब અને ∠क' = ∠क છે; (રચના)
∴ अ'ब'क' માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ઉપસિદ્ધાંત. બે ખુણા અને તેમાંના એકની સામેની બાજુ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.

ટીપ. આપેલી લંબાઈની બરાબર ब'क' દોર્યા પછી અમુક બાજુએ ∠ब, ∠क બનાવવા એવું કાંઈ નથી. આપેલી बक = અ લંબાઇની લીટી લઈ તેના છેડા ઉપર ∠ब, ∠क બરાબર ખુણા ગમે તે એક બાજુ કાઢીએ તોપણ એ પ્રમાણે થતા બધા ત્રિકોણને જો એકેક ઉપર સ્થાનોપરિસ્થિતિથી મુકીએ તો તે બધા સર્વસમાન છે. પ્રશ્નોત્તર કૃ૦ સિ૦ ૫ ની ટીપમાં બતાવ્યા પ્રમાણે કરી લેવા. આ ઉપરથી એવું અનુમાન નીકળે છે કે,

"જે ત્રિકોણમાં બે ખુણા અને એક બાજુ અનુક્રમે સરખાં હોય તે ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર૦ સિ૦ ૧૧)

પ્રશ્નો.

૧. अब = ૫·૧ સે. મી., ∠अ = ૭૧°, ∠ब = ૬૭° તો △ બનાવી બીજાં અંગ માપો.

૨. बक ૨·૯", ∠ब = ૯૦°, ∠क = ૨૫° તો △ બનાવો.

૩. कअ = ૪·૮ સે. મી., ∠अ = ૩૨°, ∠क = ૧૧૭° તો △ બનાવો.

૪. અ = ૩·૬". ∠ब = ૧૧૨°, ∠क = ૩૩°, તો △ બનાવો.

નીચેનાં માપ પરથી △ઓ બનાવો:—

૫. ક = ૩·૬" સે. મી., ∠अ = ૬૭°; ∠क = ૭૨°,

૬. બ = ૫·૩ સે. મી., ∠ब = ૩૨°, ∠अ = ૬૫°.

૭. ક = ૬·૭ સે. મી.; ∠क = ૩૨°, ∠अ = ૧૧૨°

૮. ક = ૨·૧", ∠अ = ૫૧°, ∠क = ૯૯°.

૯. બ = ૧·૯", ∠ब = ૯૯°, ∠अ = ૨૦°.

૧૦. અ = ૫·૨ સે. મી., ∠अ = ૨૭°, ∠ब = ૨૯°.

૧૧. કર્ણ અને એક સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો

૧૨. એક બાજુ અને સાંકડો ∠ આપ્યાં હોય તો કાટખૂણ △ બનાવો.

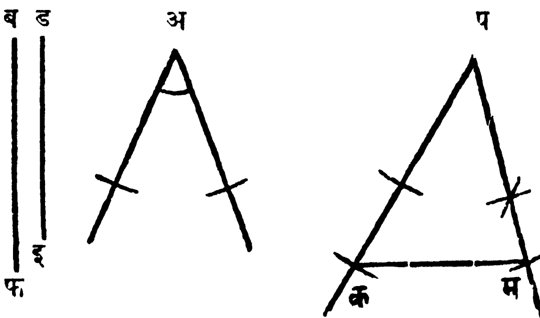
૧૩. એક કાટખૂણ △ માં એક સાંકડો ખુણો બીજા સાંકડા ખુણાથી બમણો છે તો △ કાઢો.

૧૪. કર્ણ આપી છે તો સમદ્વિબાજુ કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૫. શિરોબિંદુ ખૂણો પાયા ઉપરના ખુણાથી બમણો, અને ચાર ગણો હોય એવા સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણો બનાવો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૮.

બે બાજુ અને અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.



बफ, डइ એ આપેલી બાજુ છે અને अ એક આપેલો અંતખુણો છે; તો એ અંગવાળો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. કોઇ પણ લીટીમાંથી बफ = पक करो અને प આગળ

∠अ = ∠मपक કરો. (કૃ૦ સિ૦ ૬)

અને डइ = पम કરો. मक સાંધો. ત્યારે मपक માગેલો △ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ △ मपक માં

पक = बफ, पम = डइ, ∠प = ∠अ; (રચના)

∴ △ मपक માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલા अ અંતખુણા બરાબર કોઈ પણ ખુણો બનાવી તેની એક શાખા લીટીમાંથી बफ બરાબર અને બીજીમાંથી डइ બરાબર, બે ભાગો ખુણાથી શરૂ કરી, કાપો અને ત્રિકોણ પુરો કરો. ઘણા ત્રિકોણો બનાવી સ્થાનોપરિસ્થિતિથી સરખાવો. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન કઢાવો:—

"જે જે ત્રિકોણોમાં બે બાજુ અને અંતર્ખુણો બરાબર હોય છે તે બધા ત્રિકોણો સર્વસમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૦)

પ્રશ્નો.

૧. અ = ૨·૧", બ = ૩·૩", ∠क = ૭૫° તો △ બનાવો.

૨. બ = ૩·૭ સે. મી., ક = ૫·૬ સે. મી., ∠अ = ૫૨° તો △ કરો.

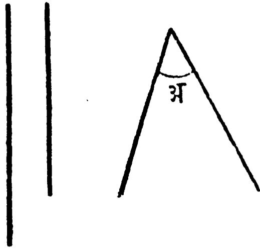
૩. ક = ૫·૧ સે. મી.. અ = ૮·૨ સે. મી. ∠ब = ૧૧૨° તો △ કરો.

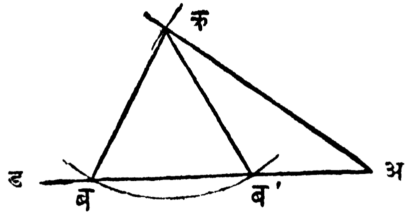
૪*. અ = ૩·૭", બ = ૨·૧", ∠अ = ૯૦° તો △ બનાવો.

નોટ–નિશાળ ખાતાના સરકારી અભ્યાસમાં નીચેના ૯ મા સિદ્ધાંતનો સમાવેશ થતો નથી. માટે વિદ્યાર્થીને તે શીખવાની જરૂર નથી. ત્રિકોણોની રચનાના સઘળા પ્રકારો પુરા કરવા માટેજ એ કૃત્ય અત્રે આપ્યું છે.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૯.

બે બાજુ અને તેમાંની એકની સામેનો ખુણો આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવવો.





અ, બ, એ આપેલી બાજુ છે અને અ ની સામેનો ખુણો अ આપેલો છે તો એક ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अ'ह લીટીમાં अ' આગળ ∠अ=∠अ' કરો; (કૃ.સિ. ૬) અને બ = अ'क કરો. क મધ્યબિંદુથી અ ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો.

જો આ વર્તુળ अ'ह ને ब અને ब' માં છેદે

તો अ'कब, अ'कब' △ એ આપેલા પક્ષ ઉપરથી થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अ'कब △ માં અને ∵ अ'कब' △ માં

∠अ' = ∠अ	∠अ' = ∠अ
अ'क = બ	अ'क = બ
અને बक = અ,	અને कब' = અ;

તેથી अ'कब, અને अ'कब' માગેલા ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

નોટ. क માંથી अह ઉપર લંબ દોરી હોય અને તેટલીજ લંબાઇની અ હોય તો એકજ ત્રિકોણ થશે. ∵ ∠ब' = ૯૦° = ∠ब. વળી જો कल લંબ હોય તો कल અંતર (क નું अ'ह થી) ઓછામાં ઓછું છે. તેથી જો અ, कल થી ઓછી હોય તો કોઈ પણ ત્રિકોણ થશે નહિ. કારણ કે અ ત્રિજ્યાથી દોરેલો વર્તુળ अ'ह ને મળશે નહિ. જ્યારે બે ત્રિકોણો થાય છે ત્યારે આ સિદ્ધાંતને અનિશ્ચિત ત્રિકોણ રચના હોય છે.

તેમજ અનિશ્ચિત ત્રિકોણ બનાવવાને માટે અ, બ થી ઓછી અને कल લંબથી વધારે હોવી જોઇએ કારણ કે જો અ, બ થી મોટી હોય તો વર્તુળના બન્ને છેદન બિંદુઓ अ'ह ઉપર ∠अ' તરફ ન પડતાં વિરૂદ્ધ બાજુએ પડશે એટલે એકજ △ થશે.

પ્રશ્નો.

૧. ઉપરના સિદ્ધાંતમાં અ, બ થી ઓછી હોય અને

(૧) અ, લંબથી ઓછી હોય
(૨) અ, લંબ બરાબર હોય
(૩) અ, લંબથી મોટી હોય
} ત્યારે આકૃતિઓ દોરો.

૨. અ, બ થી મોટી હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૩. અ = બ હોય ત્યારે આકૃતિ કાઢો.

૪. ક = ૨·૧″, બ = ૧·૭ અને ∠ब = ૩૫° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૫. ક = ૫·૦ સે.મી., બ=૩·૦ સે.મી. અને ∠ब=૩૫° ત્યારે △ દોરો.

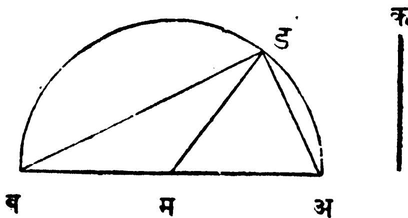
૬. બ=૩·૭″, અ = ૨·૧″ અને ∠अ = ૪૨° ત્યારે ત્રિકોણ દોરો.

૭. △ अबक અને △ डइफ માં अब = डइ, अक = डफ અને ∠ब = ∠इ છે. બતાવો કે આ ત્રિકોણો સરખા હોય કે ન હોય.

નોટ. ઉપલી આકૃતિઓમાં અનિશ્ચિત ત્રિકોણ હોય ત્યાં કારણ આપો.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૦.

કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવો.



क એક બાજુ અને अब કર્ણ છે. ત્યારે એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવવાનો છે.

રચના. अब ને म માં દુભાગી म મધ્યબિંદુ લઇ मअ ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો.

अ મધ્ય બિંદુ લઇ क ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ આગળના વર્તુળને ड માં છેદે છે. डअ, डम, डब સાંધો.

ત્યારે અડબ માગેલો ત્રિકોણ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ અડમ $\triangle$ માં અને ∵ બડમ $\triangle$ માં

મઅ = મડ   મબ = મડ

∴ ∠અ = ∠મડઅ;   ∴ ∠બ = ∠મડબ.

∴ સરવાળો કરતાં ∠અડબ = ∠અ + ∠બ છે;

∴ અડબ એક કાટખુણ $\triangle$ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૮ ઉપ.)

અને તેમાં અબ કર્ણ છે અને અડ = ક એક બાજુ છે.

∴ અડબ માગેલો ત્રિકોણ છે. કૃ૦ કૃ૦

ટીપ. આપેલી અબ કર્ણના અ છેડામાંથીજ ક બરાબર બાજુ દોરવી એવું કાંઇ નથી. અબ ઉપર ગમે તે બાજુએ અર્ધ વર્તુળ દોરી અને અબ ના કોઈ પણ છેડામાંથી ગમે તે બાજુએ ક બરાબર બાજુ દોરી જે જે ત્રિકોણો થાય તે બધા સ્થાનોપરિસ્થિતિથી બરાબર માલમ પડે છે. કૃ૦ સિ૦ ૫ પ્રમાણે પ્રશ્નોત્તર કરી નીચેનું અનુમાન ઠસાવો:—

"જે જે કાટખુણ ત્રિકોણોમાં કર્ણ અને એક બાજુ બરાબર હોય તે બધા ત્રિકોણો સર્વ સમાન છે." (પ્ર. સિ. ૧૫)

પ્રશ્નો.

૧. સિધ્ધાંત ૧૦માં માગેલા $\triangle$ઓ અબ ઉપર કેટલા થઈ શકે?

૨. અર્ધ વર્તુળમાંનો ખુણો એક કાટખુણો છે.

૩. ઉપલી આકૃતિમાં ડપ, અબ ઉપર લંબ હોય તો $\triangle$ અડપ, $\triangle$ બડપ અને $\triangle$ અડબ અરસપરસ સમકોણ છે.

૪. એક વર્તુળમાં ૩·૭" કર્ણ અને ૧·૨" બાજુના બે કાટખુણ ત્રિકોણો પાસે પાસે મુકી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૫. એકજ બાજુ ઉપર ને એકજ કર્ણના બે સરખા કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવી તેનાં શિરોબિંદુ સાંધી એક લંબ ચોરસ બનાવો.

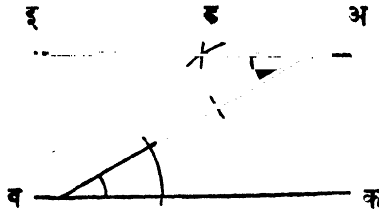
૬.* એક બાજૂ અને કાટખુણામાંથી સામેના કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપી હોય તો કાટખૂણ ત્રિકોણ બનાવો.

૭.* કર્ણ અને બાજુઓનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

§ ૨૨. સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાનું; લીટીના સરખા ભાગ કરવાનું; અને કૈાસને દુભાગવાનું.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧.

એક આપેલા બિંદુમાંથી એક આપેલી સીધી લીટીની સમાન્તર સીધી લીટી દોરવાની.



बक એક આપેલી લીટી અને अ એક આપેલું બિંદુ છે.
ત્યારે अ માંથી बक ‖ એક લીટી દોરવાની છે.

રચના. अब સાંધી, अ આગળ ∠बअड, ∠अबक બરાબર કરો. અને अड ને इ સુધી લંબાવો. ત્યારે अइ લીટી बक સમાન્તર થશે.

સિદ્ધતા. ∵ अइ અને बक લીટીને बअ લીટી મળે છે, અને વ્યુત્ક્રમ ∠डअब = વ્યુત્ક્રમ ∠अबक કરે છે.

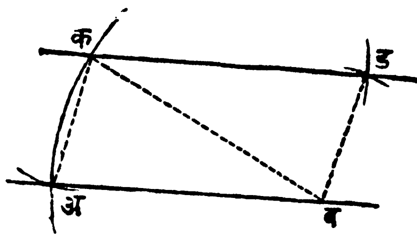
∴ बक ‖ अइ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૪) કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. अब = ૪.૫ સે. મી. અને ∠बअक = ૬૦°; क માંથી अब ‖ कड દોરો; અને कड = ૪.૫ સે. મી. છે; डब સાંધો; अक, डब, ∠क, ∠ब માપો.

૨. ૧.૫″ ત્રિજ્યાના એક વર્તુળ પર अब વ્યાસની બન્ને બાજુએ ड અને इ ૧″ છેટે છે. ड, इ માંથી બે ન્યા વ્યાસ ‖ દોરો અને તેને માપો.

૩. ∠बअक = ૬૦° અને बअ = अक = ૩.૨″ છે. कड ‖ अब અને बड ‖ अक દોરો. अड, बक, म માં છેદે તો मअ, मब, मक, मड માપો.



૪.* बअ આપેલી લીટી અને क આપેલું બિંદુ છે. अब માં ब ગમે તે બિંદુ લો અને ब મધ્યબિંદુ લઈ बक ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દોરો. क મધ્યબિંદુ અને कब ત્રિજ્યાથી એક વર્તુળ દોરો; ब મધ્યબિંદુ લઇ अक ત્રિજ્યા લઇ એક વર્તુળ દોરો. બે વર્તુળો ड માં છેદે તો कड ∥ अब

૫. વ્યાવહારિક કામમાં કેવી રીતે સમાન્તર લીટી દોરશો ?

૬. ૨:૧ ના પ્રમાણમાં બાજુઓ હોય એવો એક લંબ ચોરસ બનાવો.

૭. ૪", ૩", ૧.૫" ની બાજુનું એક સમદ્વિબાજુ દ્રાપિઝ્યમ કરો.

૮. એક બાજુ અને એક કર્ણ ૨.૪" અને ૪.૨" છે તો લંબ ચોરસ દોરો.

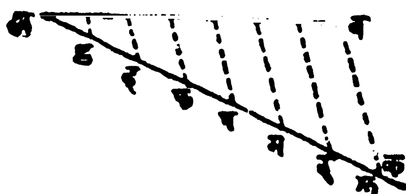
૯. બે કર્ણો અને અંતર્ખૂણો ૪.૦",૬.૦" અને ૭૫° છે તો સ.ચ. દોરો.

૧૦. ૪.૦" પાયા ઉપર ૨.૧" ઉંચાઇનો ૫૫° ના ખુણાવાળો એક સ० ચ० બનાવો.

૧૧. કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૧ ની આકૃતિમાં बक ઉપર अल લંબ દોરો અને अ તરફ बफ લંબ (अल) દોરો તો फअ, बक ની સમાન્તર છે.

કૃત્ય સિધ્ધાંત ૧૨.

કોઈ આપેલી સીધી લીટીના અમુક સરખા ભાગ કરવા.



अब એક આપેલી લીટી છે અને તેના (ધારો કે) સાત સરખા ભાગ કરવાના છે.

રચના. અવની સાથે કોઇ પણ અક લીટી ગમે તે ખુણો કરે તેમ દોરો.

અક ઉપર અનુક્રમે સાત સરખા ભાગ અઙ, ઙઇ, ઇફ, ફપ, પમ, મર, રલ કરો; અને वल સાંધો.

અને લવ || રચ, મभ, पव, फय, इट, ङठ દોરો. (કૃ૦ સિ૦ ૧૧)

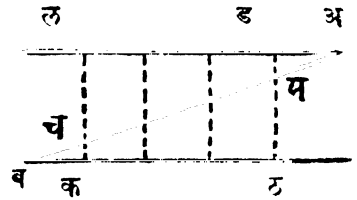
ત્યારે અव ના સાત સરખા ભાગ થશે.

સિદ્ધતા. ∵ અक ને છેદી સમાન્તર લીટીઓ અल ના અङ, ङइ, इफ, फप, पम, मर, रल, સાત સરખા ભાગ કરે છે.

∴ તેજ સમાન્તર લીટીઓ अव ના પણ તેટલાજ अठ, ठट, टय, यव, वभ, भच, चव, સરખા ભાગ કરે છે. (પ્ર.સિ. ૨૩)

એજ પ્રમાણે अव ના ગમે તેટલા સરખા ભાગ થઇ શકે છે. કૃ૦ કૃ૦

*કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૨ ની દ્વિતીય રચના.



अव ની સાથે ખુણો કરતી अल લીટી દોરો અને अल || वठ દોરો.

अल, वठ ઉપર આકૃતિમાં બતાવ્યા પ્રમાણે ચાર ચાર સરખા ભાગ કરો.

અને બતાવ્યા પ્રમાણે સાંધો ત્યારે अव ના પાંચ સરખા ભાગ થશે.

∵ ङठ, लक વગેરે || છે.

અને अल ના ચાર સરખા ભાગ થાય છે અને वठ ના પણ ચાર સરખા ભાગ થાય છે; ∴ वय, अच ના ચાર ચાર સરખા ભાગ થાય છે.

∴ अवના પાંચ સરખા ભાગ થાય છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્નો.

૧. એક લીટીના પાંચ સરખા ભાગ આશરે કરી સરખાવો.

૨. ૪.૭" લીટીના ૬ સરખા ભાગ કરો.

૩. ૧૧·૦ સે. મી. લીટીના સાત સરખા ભાગ કરો.

૪. એક આખી લીટીમાંથી તેનો ૩/૭ ભાગ કાપો.

૫. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧ ૪/૧૧ ગણી બનાવો.

૬. એક લીટીને લંબાવી તેને ૧·૩ ગણી બનાવો.

૭. એક લીટીમાંથી તેનો ·૭ ભાગ કાપો.

૮. એક લીટીને ૩ : ૯ ના પ્રમાણમાં કાપો.

૯. એક લીટીને કાપો અને તેના ભાગોનું પ્રમાણ કહો.

કૃત્ય ૫ થી ૧૨ ઉપરના સામાન્ય પ્રશ્નો.

૧. પાસે પાસેની બે બાજુ અને તેનો અંતર્ખુણો આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૨. એક બાજુ બીજી કરતાં બમણી હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૩. ૬૦° ના ખુણાવાળો એક સ૦ ચ૦ આપેલી બાજૂ ઉપર દોરો.

૪. એક ખૂણો અને પરિમિતિ આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૫. એક આપેલી લીટીથી આપેલે અંતરે આવે એવી એક સમાન્તર લીટી દોરો.

૬. ૧·૨″, ૧·૮″ અને ૨·૪″ ની બાજુ અને કર્ણ અનુક્રમે હોય એવો સ૦ ચ૦ દોરો.

૭. ૩·૪ સે. મી. ની બાજુ અને ૫·૪ સે. મી. ની કર્ણ હોય એવો લંબચોરસ દોરો.

૮. બે પાસે પાસેની બાજુ અને સામસામેની બાજુનું અંતર આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૯. એક કાટખૂણાના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦. બે બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૧૧. પાયો, એક બાજુ, અને પાયા ઉપરની મધ્યગા આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૨. પાયો, પાયા ઉપરની ઉંચાઈ, અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૩. બે કર્ણ અને એક બાજુ આપ્યાં હોય તો સ૦ ચ૦ દોરો.

૧૪. પાયા ઉપરના બે ખુણા અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો △ દોરો.

૧૫. આપેલી ઉંચાઈનો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૧૬. શિરોબિંદુ ખૂણો ને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૧૭. જેનો શિરોબિંદુ ખુણો પાયા ઉપરના ખુણાથી ચારગણો હોય એવો એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૮. ૧·૩" ના પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૧૯. પાયો અને ઉંચાઇ આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૦. ૬૦°ના ખુણામાંથી જતી કર્ણ ૨·૪" હોય એવો રોમ્બસ બનાવો.

૨૧. ૩·૪ સે.મી.ની મધ્યગા હોય એવો એક સમબાજુ △ બનાવો.

૨૨. એક બાજુ અને કાટખુણામાંથી કર્ણ ઉપર દોરેલી લંબ આપ્યાં હોય તો કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૨૩.* કર્ણ ને બે બાજુનો સરવાળો આપ્યાં છે તો કાટખુણ △ બનાવો.

૨૪.* પરિમિતિ અને ઉંચાઇ આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૫.* પાયો અને શિરોબિંદુ ખુણો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ બનાવો.

૨૬.* પાયો, અને શિરોબિંદુ ખુણો તથા પાયા ઉપરના એક ખુણાનો સરવાળો આપ્યાં હોય તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

૨૭.* પાયો, અને એક બાજુ તથા ઉંચાઇનો સરવાળો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ △ દોરો.

૨૮.* એક આપેલી લીટીમાં પાયો હોય અને બે આપેલાં બિંદુમાંથી બાજુઓ જાય એવો એક સમબાજુ ત્રિકોણ દોરો.

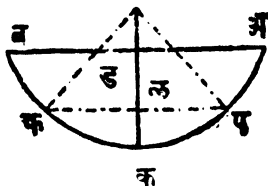
૨૯.* પાયો, ઉંચાઇ, અને પરિલગ્ન વર્તુળની ત્રિજ્યા આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ દોરો.

૩૦.* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ત્રીજે ભાગે હોઈ પાયાની સમાન્તર હોય અને તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

૩૧.* એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવી એક લીટી દોરો કે તે પાયાથી ચોથે ભાગે હોય ને પાયાની સમાન્તર હોઇ તેના છેડા બાજુ ઉપર હોય.

કૃત્ય સિદ્ધાંત ૧૩.

વર્તુળના આપેલા કૌંસને દુભાગવું.



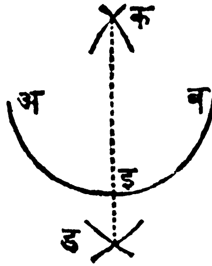
अकब એક આપેલું કૈાંસ છે અને તેને દુભાગવાનું છે.

રચના. अब ને સાંધી તેને ड મા દુભાગેા. (ફ્રૂ૦ સિ૦ ૨) અને डम, अबને ⊥ દેારી, मडને લંબાવી કૈાંસને कમાં છેદવા દેા. (ફ્રૂ૦ સિ૦ ૩)

ત્યારે अकब કૈાંસના क બિંદુમાં બે સરખા ભાગે થશે.

સિદ્ધતા. કરવાની નથી. ફ્રૂ૦ ફ્રૂ૦

અથવા



પક્ષ. अइब કેાઈ પણ કૈાંસ લેા.

સાધ્ય. ત્યારે अइब કૈાંસને દુભાગવાનું છે.

રચના. अ મધ્યબિંદુ લઈ અને अबના અર્ધાથી સહેજ મેાટી ત્રિજ્યા લઈ એક વર્તુળ દેારેા. ब મધ્યબિંદુ અને તેવડીજ ત્રિજ્યા લઈ બીજો વર્તુળ દેારેા. આ બે વર્તુળેા क, डમાં છેદે છે. कड સાંધેા.

જો कड લીટી કૈાંસને इમાં છેદે તેા अब કૈાંસ इમાં દુભાગાય છે.

સિદ્ધતા. કરવાની નથી. ફ્રૂ૦ ફ્રૂ૦

પ્રશ્નેા.

૧. મધ્યબિંદુ આગળ ૯૦° નેા ખુણેા કરે એવા કૈાંસને દુભાગેા.

૨. એક અર્ધ વર્તુળને દુભાગેા.

૩. એક અર્ધ વર્તુળથી ઓછા કૈાંસને દુભાગેા.

૪. એક અર્ધ વર્તુળથી મેાટા કૈાંસને દુભાગેા.

૫. ૩·૪" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૪૫° નેા ખુણેા કરે એવા કૈાંસને દુભાગેા.

૬. ૬·૨ સે. મી. ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૯૨° નો ખુણો કરે એવા કૌંસને દુભાગો.

૭. એક કૌંસના ચાર સરખા ભાગ કરો; આઠ સરખા ભાગ કરો.

§ ૨૩. નિધાન રચના.

નોટ–નિધાનના સિદ્ધાંતો મંજુર થએલા અભ્યાસક્રમ પ્રમાણે વિદ્યાર્થીને કરવાના નથી માટે તે શીખવાની ખાસ જરૂર નથી.

નિધાન અથવા કક્ષા.

ધારો કે પ બિંદુ એવું છે કે તે હંમેશાં ગમે તે સ્થિતિમાં એક મુકરર મ બિંદુથી ૫" અંતરે રહે છે. હવે પ બિંદુની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નકકી કરી પાસે પાસેનાં બિંદુઓ જોડીએ તો જે લીટી થશે તે લીટી ઉપરનું દરેક બિંદુ મ થી ૫" અંતરે હોવુંજ જોઇએ; માટે આવી લીટીને મ થી ૫" અંતરે રહે એવા બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહે છે. વળી અ બિંદુ એવું છે કે એક આપેલી વક્ર લીટી થી હંમેશાં ૩·૧ સે. મી. ને અંતરેજ રહે છે. તેથી અ ની જુદી જુદી સ્થિતિઓ નકકી કરી તેમાંથી જે લીટી દોરીએ તે અ નું વક્ર ના સંબંધમાં નિધાન કહેવાય છે. એજ પ્રમાણે અ અને બ એ બિંદુથી સરખે અંતરે જે ક બિંદુ હંમેશાં રહે છે તેનું નિધાન પણ નીકળી શકે. કારણ કે જો ક ની જુદી જુદી સ્થિતિ નીકળી શકે તો એ બિંદુને સાંધનારી લીટી તે તે નિધાન છે.

વ્યાખ્યા. કોઇ આપેલી શરત પુરી કરી જુદી જુદી સ્થિતિમાં જઇ એક બિંદુ જે **લીટી** નક્કી કરે તે તે બિંદુનું **નિધાન** યા **કક્ષા** કહેવાય છે.

એ ઉપરથી સ્પષ્ટ થશે કે નિધાન રચનામાં નીચેની બાબતો જરૂરની છે:–

(૧) સ્થિર આપેલી લીટી યા બિંદુ;

(૨) એક જુદી જુદી સ્થિતિમાં ફરતું બિંદુ;

(૩) આપેલી અમુક શરત; અને

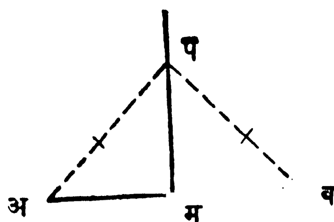
(૪) ખસતું બિંદુ જે લીટી દોરે તે લીટી.

નોટ—ઉપરની વ્યાખ્યામાં "જે લીટી દોરે તે" શબ્દોમાં "લીટી" એટલે "વક્ર યા સીધી લીટી", "એક યા વધારે લીટી" બન્ને અર્થ સમજવા.

વળી કોઈ પણ નિધાન કાઢતી વેળા બતાવવું જોઇએ કે એવી લીટીનું કોઈ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરે છે; અને તે લીટીની બહારનું કોઇ પણ બિંદુ આપેલી શરત પુરી કરતું નથી. પણ આ દ્વિતીય સિદ્ધતા વધારે સહેલી હોવાથી વિદ્યાર્થીને માટે પ્રશ્ન તરીકે રહેવા દીધી છે.

(૧). આપેલી લીટીને દુભાગનાર નિધાન.

એક બિંદુ એવી રીતે ખસે છે કે તેનાં અંતરો બે આપેલાં બિંદુથી હંમેશાં સરખાં રહે છે તો તે બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अ, ब, બે આપેલાં સ્થિર બિંદુઓ છે અને प એવું ખસતું બિંદુ છે કે अ, ब થી તેના અંતરો હંમેશાં સરખાં રહે છે. ત્યારે पનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∵ अब લીટીનું મધ્યબિંદુ म, अ અને ब થી સમાન અંતરે છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प એ ખસતા બિંદુની એક બીજી સ્થિતિ છે.

તેથી पअ = पब. मम સાંધો.

હવે ∵ પઅમ અને પબમ △ એમાં પઅ = પબ, અમ=બમ, અને પમ સામાન્ય છે; ∴ △પઅમ≡△પબમ છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠પમઅ = ∠પમબ ∴ પમ, અબને લંબ છે,

એટલે પ, જે અ અને બ થી સરખે અંતરે છે તે અબના દુભાગનાર લંબ ઉપર છે.

એજ પ્રમાણે પમ ઉપર ગમે તે બિંદુ લઇએ તો તે અ અને બ થી સમાન અંતરે છે.

∴ મપ, એ અ, બ થી હંમેશાં સરખે અંતરે રહેતા પ નું નિધાન છે. ફ્૦ ફ્૦

નોટ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ મૂકી શકાય છે:—

(૧) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

(૨) બે સ્થિર બિંદુથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે સ્થિર બિંદુઓને જોડનારી સીધી લીટીનો દુભાગનાર લંબ છે.

પ્રશ્નો.

૧. એક આપેલા બિંદુથી ૨·૧"ને અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૨. ઘડીઆળના મીનીટ કાંટાની અણીનું નિધાન શું ? કલાક કાંટાની અણીનું નિધાન શું ?

૩. અવાજ ૧ સેકન્ડમાં ૩૮૦ વાર જાય તો એક સેકન્ડે જે લોકો અવાજ સાંભળે તેનું નિધાન શું ? (યોગ્ય સ્કેલ લેવું.)

૪. એક આંકણીને કાગળ ઉપર રાખી ગોળ ફેરવીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું ? તેના છેડાના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૫. એક રસ્તાની કોરેથી સરખે અંતરે એક માણસ જાય તો તેનું નિધાન શું ?

૬. એક બારણાને ઉઘાડીએ તો તેની ધરીનું નિધાન શું ?

૭. બે રૂપીયાને ટેબલ ઉપર સાથે રાખી એકને સ્થિર કરી બીજાને કોરની અડોઅડ ફેરવીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૮. એક વર્તુળાકાર રસ્તાની કોરથી એક વાર છેટે એક ટપાલી દોડે તો તેનું નિધાન શું ?

૯. એક પથરો હાથમાંથી જમીન ઉપર પડતો મૂક્યો હોય તો તેના ગુરૂત્વબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૦.* એક બિંદુ એવું છે કે તે બે આપેલી કાટખુણે છેદતી લીટીઓમાંની દરેકથી સરખે અંતરે રહે છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૧.* એક આંકણીનો એક છેડો જમીન પર છે અને બીજો છેડો ભિંત પર છે; અને જો છેડા હંમેશાં એ પ્રમાણે રાખી આંકણીને ખસેડીએ તો તેના મધ્યબિંદુનું નિધાન શું ?

૧૨.* પ્રશ્ન ૧૦ મામાં ખસતું બિંદુ એક કરતાં બીજીથી બમણે કે ત્રણ ગણે અંતરે રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૩.* એક બિંદુ એવું છે કે બે કાટખુણે છેદતી લીટીઓથી તેનાં અંતરોનો સરવાળો ૫.૦" છે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૪.* પ્રશ્ન ૧૩ મામાં બાદબાકી ૩.૦" રહે તો તેનું નિધાન શું ?

૧૫.* ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે છે એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૬.* એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે અ થી ૪.૦" અને બ થી ૪.૫" છેટે હોય.

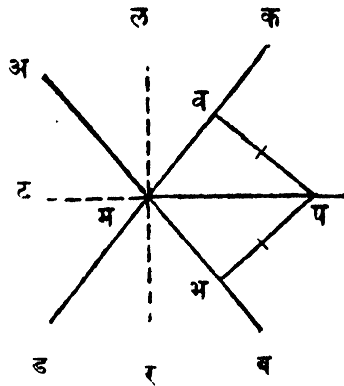
૧૭.* એક આપેલા વર્તુળથી અંતર ૨.૪" રાખે એવા બિંદુનું નિધાન કાઢો.

૧૮.* અ, બ થી સરખે અંતરે આવેલું એક બિંદુ પક ઉપર છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૯.* અ બિંદુ બક લીટીથી ૩.૧" છેટે હંમેશાં રહે છે તો તેનું નિધાન કાઢો.

(૨) આપેલા ખુણાને દુભાગનાર નિધાન.

બે આપેલી અરસપરસ છેદતી સીધી લીટીથી સરખે અંતરે આવેલા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.



अब, कड એ સીધી લીટી म માં છેદે છે અને प, એક એવું બિંદુ છે કે તેનાં અંતર अब, कड થી હંમેશાં સરખાં છે; તેા તેનું નિધાન કાઢવાનું છે.

∴ म, अब, कड બન્ને ઉપર છે તેથી બન્નેથી તેનું અંતર શૂન્ય છે.

∴ म, प ની એક સ્થિતિ છે.

ધારો કે प બીજી સ્થિતિ છે. ∴ पव લંબ = पम લંબ છે.

पम સાંધેા.

હવે ∵ △ पवम અને △ पमभ માં

पम કર્ણ છે, અને पव = पभ અને ∠व = ∠भ = ૯૦° છે.

∴ प, ∠कमब ને દુભાગનાર લીટી ઉપર છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૫)

અને એજ પ્રમાણે प, ∠अमक ને દુભાગનાર લીટી ઉપર પણ છે.

∴ प, म આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીએા ઉપર છે અને प ગમે ત્યાં આવે તેા પણ पव = पभ હોવી જોઇએ.

∴ આ ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓની જોડ એ બિંદુનું નિધાન છે. કૃ૦ કૃ૦

નેાટ–ઉપલી પ્રતિજ્ઞા નીચે પ્રમાણે પણ આવી શકે છે:—

(૧) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન તે બે આપેલી લીટીની વચ્ચેના ખુણાઓને દુભાગનાર લીટીની જોડ છે.

(૨) એક બીજીને છેદતી બે સીધી લીટીઓથી સરખે અંતરે રહેતા બિંદુનું નિધાન કાઢવું.

નિધાન ઉપર નોટ.

બે આપેલી લીટીઓથી એક બિંદુ ૪·૧" ને છેટે છે તો તે બિંદુ શોધી કાઢો.

(૧) ધારો કે अमब, कमड બે આપેલી લીટી म માં છેદે છે. अमब થી ૪·૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (કૃ સિ ૧૧) कमड થી ૪·૧" ને છેટે આવેલાં બિંદુઓનું નિધાન કાઢો. (,,)

આ બે નિધાન એક બીજાને ૪ જુદી જુદી જગ્યાએ છેદે છે માટે આ ચાર બિંદુઓ માગેલા બિંદુની સ્થિતિ છે.

(૨) ધારો કે अब ‖ कड છે.

(અ) अब થી ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

कड થી પણ ૪·૧" છેટે આવેલાં બિંદુનું નિધાન કાઢો.

अब ‖ कड છે ∴ આ નિધાન પણ ‖ છે અને બિંદુ અશક્ય છે.

(બ) પણ अब અને कड નું અંતર ૮·૨" હોય તો આ બન્ને નિધાનો એક બીજા ઉપર મળી જશે અને માગેલું બિંદુ આ એક મળી જતી લીટી ઉપર છે.

ટીપ. આ પ્રમાણે જ્યારે કોઇ રચના નિધાનરચના સાથે સંબંધ ધરાવતી હોય ત્યારે સઘળી જુદી શરતો લઇ નિધાનો કાઢવાં અને આ બધી શરતોને એકઠી કરી લઈ નિધાનોને અરસપરસ છેદતાં કરવાં. આ છેદનબિંદુ એક નહિ પણ તેથી વધારે શરતો પુરી કરે છે. અને એજ પ્રમાણે માગેલી રચના થઈ શકે છે.

નિધાન છેદનમાં વિદ્યાર્થીને ખાસ લક્ષમાં રાખવાનું છે કે આપેલો પક્ષ શું છે; અને તેના કેટલા જુદા જુદા ભાગ થઇ શકે છે; આ ભાગનાં કયાં કયાં નિધાન છે; અને આ નિધાનોને એકઠાં કરવાથી શું પરિણામ આવે છે; આ પ્રમાણે કરતાં પ્રશ્નોની રચના

સહજ નીકળી આવશે. કોઇ કોઇ વખતે એક કરતાં વધારે રચના પણ આવે છે અને દરેક રચના અવશ્યની છે; તેમજ કોઇ વખતે રચના અશક્ય છે અને તેનું કારણ એવું હશે કે આપેલી શરતો સિવાયની બીજી કોઇ સ્વતંત્ર શરત રહી જતી હશે. બધા પ્રશ્નોમાં ઉપર કહ્યા પ્રમાણે રચના તેમજ સિદ્ધતા આપવી અવશ્યની છે. કારણ કે તે સિવાય પ્રશ્નો પૂર્ણ થયા કહેવાય નહિ.

પ્રશ્નો.

૧. કોઈ પણ ખૂણાને દુભાગનારી લીટી ઉપરનું કોઈ પણ બિંદુ શાખા લીટીઓથી સમાન અંતરે છે.

૨. अ એક સ્થિર બિંદુ અને बक એક સ્થિર લીટી છે. प, बक ઉપર ખસે છે; अप લંબાવતાં તેની ઉપર पड=अप હોય તો ड નું નિધાન એક સમાન્તર લીટી છે.

૩. ૬૭° ને ખુણે બે લીટીઓ દોરી એકથી ૩·૪ સે. મી. અને બીજીથી ૨·૯ સે. મી. દુર રહે તે બિંદુ શોધી કાઢો.

૪. એક આપેલા બિંદુથી અને એક આપેલી લીટીથી ૪·૦" દુર રહેતું બિંદુ શોધી કાઢો. આ ક્યારે અશક્ય છે?

૫. अ, बथी ૪·૪" દુર છે. એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अથી ૫·૦" અને ब થી ૫·૯" દૂર હોય. કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૬. એક વર્તુળમાં अ ને ब બિંદુ છે. તો વર્તુળ ઉપર अ, ब થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. कब, कड થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ पम ઉપર શોધી કાઢો.

૮. अ, ब થી ૬·૦ સે. મી. દુર છે તો क એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે તે अ થી ૪·૦ સે. મી. અને ब થી ૫·૦ સે. મી. દુર હોય.

૯. अब થી ૪·૦ સે. મી. દુર અને कड થી ૫·૦ સે. મી. દુર આવેલાં બિંદુ શોધી કાઢો.

૧૦. એક આપેલી કર્ણ ઉપર દોરેલા કાટખુણ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુનું નિધાન શોધી કાઢો.

૧૧. ૪·૦" બાજુવાળા સમબાજુ ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુથી ૩·૫" દુર હોય એવાં બિંદુઓ પાયા ઉપર શોધી કાઢો. તેનું અરસપરસ અંતર માપો.

૧૨. ૧·૭″ બાજુવાળા સમબાજુ △ ની બાજુથી ·૯″ દુર આવેલું બિંદુ પાયા ઉપર શોધો; પાયાના બે ભાગને માપો.

૧૩. अबक સમદ્વિબાજુ △ માં ∠ब = ∠क = ૨ ∠अ છે, તો अब બાજુ ઉપર प એવું બિંદુ શોધો કે જે बक (પાયો) અને अक થી સરખે અંતરે હોય. વળી બતાવો કે अप = कप = कब છે.

૧૪. કોઇ પણ ત્રિકોણના પાયા ઉપર એવું બિંદુ શોધો કે જે બન્ને બાજુથી સરખે અંતરે હોય.

૧૫. ૪·૦″ વ્યાસ ઉપરના વર્તુળમાં વ્યાસની ∥ એક લીટી દોરો; આ બે લીટીથી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુઓ શોધી કાઢો.

૧૬. એક વર્તુળમાં अब વ્યાસ અને अक એક જ્યા છે. પરિધ ઉપર अब, अक થી સરખે અંતરે આવેલાં બિંદુ શોધો.

૧૭. પ્રશ્ન ૧૬ માં अब, અને લંબાવેલી कअ લીટીથી સરખે અંતરે પરિધ ઉપર આવેલું બિંદુ શોધો.

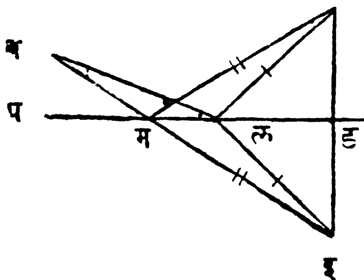
૧૮. अ એક સ્થિર બિંદુ છે અને बक ઉપર ह એક ખસતું બિંદુ તો अह ના મધ્ય બિંદુનું નિધાન કાઢો.

નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો કૃત્ય ભાગ સમાપ્ત.

પરિશિષ્ટ अ. § ૨૪. થોડાક પ્રશ્નોની સિદ્ધતા.

પ્રશ્ન ૧ લો.

अ, ब બિંદુમાંથી पक સીધી લીટી સુધી એવી બે સીધી લીટી દોરો કે તેનો સરવાળો સૌથી ન્યૂન પરિમાણનો હોય.



(૧) ધારો કે अ, ब આપેલી લીટીની એકજ બાજુએ છે, अह ⊥ पक દોરો અને अह લંબાવી अह = इह કરો. पक માં કોઇ પણ બિંદુ ल લો. अल, बइ, बल, अम સાંધો; અને बइ, पक ને म માં છેદે છે.

∵ △ महअ ≡ △ महइ, ∴ मअ = मइ,

∴ बम + मअ = बइ.

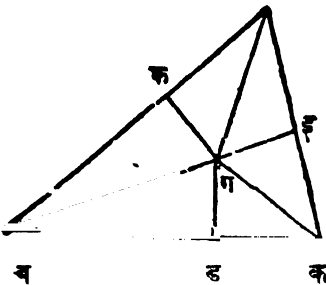
વળી बलइ △ માં बल + लइ $>$ बमइ એટલે, $>$ बम + मअ;

∴ म માગેલું બિંદુ છે.

(૨) જ્યારે अ, ब, पक ની વિરૂદ્ધ બાજુએ હોય તો સ્પષ્ટ છે કે अब, જો पक ને म માં છેદે તો म, માગેલું બિંદુ છે. કૃ૦ કૃ૦

પ્રશ્ન ૨ જો.

ત્રિકોણ . ત્રણે ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એક બિંદુ ગામી છે.



अबक △ ના ∠ब, ∠क ને बग, कग થી દુભાગો. गअ સાંધો. गइ, गह, गफ ⊥ બાજુઓ પર દોરો.

∵ गब, ∠ब ને દુભાગે છે.

∴ गह = गफ.

અને ∴ गक, ∠क ને દુભાગે છે.

∴ गह = गइ ∴ गइ = गफ = गह.

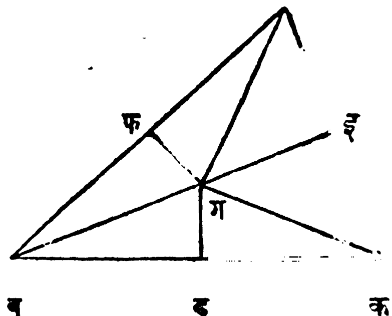
વળી ∵ अफग △ અને अइग △ માં अग સામાન્ય છે;

અને गफ = गइ; અને ∠फ = ∠इ = ૧ ∟;

∴ गअ, ∠अ ને પણ દુભાગે છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૩ જો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુનાં મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબ એક બિંદુગામી છે.



અ, બ, ક નાં ह, इ, फ, મધ્યબિંદુ છે. इग ⊥ अक અને फग ⊥ अब દોરો; આ લંબ गमां મળવીજ જોઇએ, કારણ કે જો ન મળે તો તેઓ ‖ છે અને ∴ अब ‖ अक (?) પણ એ અશક્ય છે.

∴ इग, फग, ग માં છેદે છે. गड અને गअ, गब, गक સાંધો.

∵ गफ, अब નો દુભાગનાર ⊥ છે. ∴ गअ = गब.

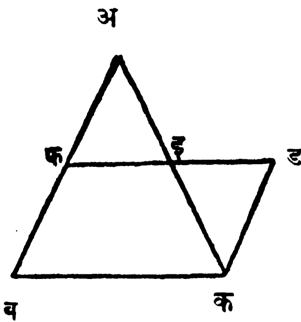
અને તેજ પ્રમાણે गअ = गक. ∴ गअ = गब = गक.

અને ∵ △ गबड ≡ △ गकड;

∴ गड ⊥ बक છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૪ થો.

એક ત્રિકોણની બે બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી સીધી લીટી ત્રીજી બાજુને સમાન્તર અને તેથી અર્ધી છે.



अबक △ ની अब, अक નાં फ, इ, મધ્ય બિંદુ છે.

फइ લંબાવી इफ=इड કરો.

डक સાંધો.

∵ △ अफइ ≡ △ कडइ,

∴ ∠अ = ∠इकड, ∴ अब ∥ कड છે.

અને अफ = फब = कड, ∴ कड ∥ = बफ; ∴ बड સ૦ ચ૦ છે.

પણ डफ = ૨ इफ, ∴ बक = ૨ इफ અને कब ∥ फइ. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્ન ૫ મો.

ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓ પર સામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી લંબ એકબિંદુગામી છે.

अबक $\triangle$ નાં अ, ब, कમાંથી इअफ, डबफ અને डकइ લીટીઓ $\triangle$ બાજુઓને $\parallel$ દોરો.

$\because$ अक $\parallel$ फब અને बक $\parallel$ फअ,

$\therefore$ अफबक સ૦ ચ૦ છે.

$\therefore$ अक = फब; તેજ પ્રમાણે

अक = बड, बक = फअ = अइ અને बअ = कइ = कड.

$\therefore$ डइफ $\triangle$ ની બાજુનાં अ, ब, क, મધ્ય બિંદુમાંથી દોરેલી લંબો लમાં એક બિંદુગામી છે.

પણ अबक $\triangle$ની બાજુઓ डइफ $\triangle$ની બાજુઓને $\parallel$ છે.

$\therefore$ अल, बल, कल લંબ अबक $\triangle$ની બાજુ ઉપર પણ લંબ છે. પ્ર૦ સિ૦

પ્રશ્નો.

૧. पक, रत એ સીધી લીટી અને अ, ब એ બિંદુ તેઓની વચ્ચે આપેલાં છે તો पक પર ड અને रत પર इ બિંદુ એવાં શોધો કે अड + डइ + इब સૌથી ન્યૂન હોય.

૨. એક આપેલા બિંદુથી એક આપેલી સીધી લીટી સુધી એવી બે લીટી દોરો કે તેઓ આપેલી લીટી સાથે સરખા ખુણા કરે.

૩.* ત્રણ આપેલી સીધી લીટીને છેદે એવો अ, ब ની વચ્ચે ટુંકામાં ટુંકો રસ્તો શોધી કાઢો.

૪.* એક સીધી લીટીની વિરૂદ્ધ બાજુ પર આપેલાં બે બિંદુથી તે લીટીના કોઇ બિંદુ સુધી એવી લીટી દોરો કે તેઓનો તફાવત મહત્તમ હોય.

૫.* બે આપેલી લીટીથી સરખે અંતરે અને બે આપેલાં બિંદુથી પણ સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૬. ત્રણ લીટીથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો.

૭. એક $\triangle$ની બહારના બે ખૂણા, અને સામેના શિરોબિંદુ આગળના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ એકબિંદુગામી છે.

૮. જો ત્રણ લીટીઓ, અરસપરસ બબ્બે છેદે છે તો ત્રણેથી સરખે અંતરે રહેતાં ચાર બિંદુઓ છે.

૯. બે ત્રિકોણોમાં એકની બે બાજુ બીજાની બે બાજુની બરાબર છે અને અંતર્ખુણા અસમાન છે તો મોટા અંતર્ખુણાની સામેની બાજુ નાના અંતર્ખૂણાની સામેની બાજુ કરતાં મોટી છે.

૧૦. પ્રશ્ન ૯ નો પ્રતીપ સિદ્ધાંત સિદ્ધ કરો.

૧૧. अड, अबक $\triangle$ની મધ્યગા છે. જો अक > अब, તો $\angle$अडक > ૧ $\llcorner$.

૧૨. अबक$\triangle$ માં बक પાયો છે અને अड મધ્યગા છે, તો જે પ્રમાણે $\angle$अ, કાટખુણો, પહોળો ખૂણો અથવા સાંકડો ખુણો હોય તે પ્રમાણે अड = < અથવા > $\frac{1}{2}$ बक છે.

૧૩. પ્રશ્ન ૧૨ નો પ્રતીપ સિધ્ધાંત સિધ્ધ કરો.

૧૪. જે ખુણામાંથી મધ્યગા દોરી છે, તે ખૂણો કરતી બાજુના અર્ધા સરવાળાથી તે મધ્યગા ઓછી છે.

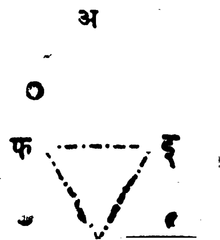
૧૫. ત્રણ આપેલાં બિંદુથી સરખે અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધો.

૧૬. એક ત્રિકોણની આસપાસ એક વર્તુળ દોરો.

૧૭. કોઇ પણ ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ સમાન્તર બાજુ ચતુષ્કોણ છે.

૧૮. કોઈ પણ ચતુષ્કોણમાં બે સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને કર્ણોના મધ્યબિંદુ જોડે સાંધવાથી થતો ચતુષ્કોણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૯. अबक $\triangle$માં $\angle$क = ૧ $\llcorner$; बक નું ड મધ્યબિંદુ છે અને अब માંથી $\frac{1}{4}$ अब = बई કાપી છે તો डई = बई બતાવો.



૨૦ એક ત્રિકોણની એક બાજુના મધ્ય બિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બીજી બાજુને દુભાગે છે.

૨૧. એક ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટીઓથી $\triangle$ ના ચાર સર્વ સમાન ભાગ થાય છે.

૨૨. કોઇપણ સ૦ ચ૦ નાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની એક લીટી પર સમાન્તર લીટીઓ દોરી હોય તો સામસામેનાં શિરોબિંદુઓમાંથી દોરેલી ∥ ની એક જોડ મળી બીજી જોડની બરાબર છે.

૨૩. સ૦ ચ૦ ની સામ સામેની બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી કર્ણોના છેદન બિંદુમાંથી જાય છે.

૨૪. अबकड स૦ ચ૦ ની अब, कड બાજુનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે તો डइ અને बफ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૨૫. કોઈ બે લીટી अब, कडનાં इ, फ મધ્ય બિંદુ છે અને अक, इफ, बड સાંધી છે. જો अक ‖ इफ હોય તો बड ‖ इफ.

૨૬. ચતુષ્કોણની બાજુનાં મધ્યબિંદુ જોડવાથી થતો સ૦ ચ૦ આપેલા ચતુષ્કોણથી અર્ધો છે.

૨૭. अबक △માં बगइ, कगफ મધ્યગા દોરો गब, गक ને र, ल માં દુભાગો. इफ, फर, रल, लइ સાંધી સિદ્ધ કરો કે ત્રણ મધ્યગાઓ એક બિંદુગામી છે અને દરેક તેજ બિંદુમાં ત્રીજે ભાગે છેદાય છે.

૨૮. એક △નાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુને ‖ લીટીઓ દોરી હોય તો એ પ્રમાણે થતા △ની બાજુ આપેલા △ની બાજુથી બમણી છે.

૨૯. अबकड સ. ચ. માં म, अडનું મધ્ય બિંદુ અને इ, बकનું મધ્યબિંદુ છે તો बम અને डइ, अकના ત્રણ સરખા ભાગ કરે છે.

૩૦ अबकड ચતુષ્કોણમાં प, अबનું અને र, कडનું મધ્ય બિંદુ છે અને पर, डबને દુભાગે છે તો अड‖ बक છે.

૩૧. अब લીટીના છેડામાંથી અને તેના મધ્ય બિંદુમાંથી તેને છેદની અથવા તેની બહારની બીજી કોઈ પણ સીધી લીટી સુધી દોરેલી સમાન્તરોમાં પહેલી અને ત્રીજીનો તફાવત અથવા સરવાળો બીજીનાથી બમણો છે.

પરિશિષ્ટ ब. § ૨૫. પૃથક્કરણ.

ગણિતશાસ્ત્રના અન્ય વિષય કરતાં ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાનું કામ વધારે ભારી લાગે છે તેનાં થોડાંક કારણો નીચે પ્રમાણે છેઃ—

(૧) ભૂમિતિમાં આપેલા મુખ્ય સિદ્ધાંતો—પ્રમેયો અને કૃત્યો—બરાબર સમજવા જોઇએ એટલુંજ નહિ પણ તે ઉપરના પ્રશ્નો છોડવાનો પ્રયત્ન કરવામાં આવે તે પહેલાં તેને મગજમાં બરાબર ઠસાવવા જોઇએ.

(૨) પ્રશ્નો અનેક પ્રકારના હોય છે તેથી અંકગણિતની કે બીજા ગણિતની માફક ભૂમિતિમાં પ્રશ્ન છોડવાને માટે ચોક્કસ નિયમો સ્થાપી શકાય નહિ.

(૩) મુખ્ય સિદ્ધાંતોમાં કયા કારણથી અમુક રીતનીજ સિદ્ધતા લેવામાં આવે છે તે કારણો એકદમ સમજાય એવાં નથી.

ભૂમિતિના સિદ્ધાંતો એકીકરણ પદ્ધતિથી સિદ્ધ કરવામાં આવ્યા છે; એટલે પહેલાં પ્રતિજ્ઞાથી લઈ રચના કરી પાછળ આપેલા સિદ્ધાંતોનો આધાર લઇ એક પછી એક પદ મુકી માગેલો સાધ્ય સાબિત કરવામાં આવ્યો છે.

આ પ્રમાણે ભૂમિતિ એકીકરણમાં જાણેલાં પરિણામો ઉપરથી નવાં પરિણામો સિદ્ધ કરવામાં આવે છે. પણ એ રીતે કાંઈ રચના ભાગ કે સિદ્ધતા ભાગ શોધી કાઢી શકાતો નથી. આ ભાગ શોધવાને માટે ઘણે ભાગે નીચેની સૂચનાઓ કામ લાગશે:—

(૧) પ્રશ્નનો મુખ્ય પક્ષ આવી જાય એ પ્રમાણે બરાબર આકૃતિ કાઢવી. સરખી લીટીઓ, સરખા ખુણાઓ–પ્રતિજ્ઞાની એવી શરતો આકૃતિમાં બતાવવી. જે પરિણામ લાવવાનું હોય તે સાથે બાજુ પર લખી દેવું.

(૨) બે લીટીઓ કે ખુણાઓ સરખા ફક્ત દેખાતા હોય તેટલા ઉપરથી સરખા ધારી લેવા નહિ. સરખાં નહિ આપ્યાં હોય તો ખૂણા અને લીટી કદી પણ સરખાં દોરવાં નહિ. ત્રિકોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો સમદ્વિબાજુ કે સમબાજુ ત્રિકોણ દોરવો નહિ; ચતુષ્કોણ ફક્ત આપ્યો હોય તો ત્યાં સમચોરસ કે લંબચોરસ લેવો નહિ. ચતુષ્કોણમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા અસમાન દોરવાં. જો વર્તુળો દોરવાના હોય તો આપ્યાં સિવાય તેઓની ત્રિજ્યા સરખી લેવી નહિ, વગેરે...

(૩) પ્રતિજ્ઞાથી અને સાધ્યથી જે સિદ્ધાંતો સૂચવાતા હોય તે લક્ષમાં રાખવું; જેમકે, બે લીટીઓ સમાન્તર સિદ્ધ કરવાની હોય તો તે ૪ થો, ૫ મો, ૬ ઠ્ઠો, કે ૭ મો સિધ્ધાંત સૂચવે છે, વગેરે...

(૪) આપેલા પક્ષ પરથી જે સત્યતા સિદ્ધ થઇ શકતી હોય તે શોધી કાઢવી; અને તેને લગતી સત્યતા પણ લક્ષમાં રાખવી, કે કદાચ તેમાંથી માગેલું પરિણામ નીકળી શકે; એટલે કે પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી થોડાં પદ આગળ ચલાવવાં અને સાધ્ય પરથી થોડાં પદ પાછળ ચલાવવાં.

(૫) જો એમ છતાં પણ સાબિતી પુરેપુરી ન મળે તો કોઇ પણ ઉપલકીઆ રીત કામ લાગતી નથી અને વિદ્યાર્થીએ પોતાની શક્તિ વધારે વાપરવી.

(૬) પ્રતિજ્ઞા ઉપરથી નીકળતી સઘળી સત્યતાઓનો ઉપયોગ કર્યા વિના ઘણું ખરૂં પ્રશ્ન છોડી શકાય નહિ.

સામાન્ય રીતે પ્રશ્ન છોડવાની શક્તિ પોપટીઆ જ્ઞાનથી આવતી નથી; પણ એ કામમાં હોશિઆરી મેળવવાને વિદ્યાર્થીએ અતિશય મ્હાવરો પાડવો જોઈએ અને ઘણીજ કુનેહનો ઉપયોગ કરવો જોઇએ. આ પ્રમાણે આપેલા પક્ષ અને માગેલા સાધ્યનું કારણ સહિત પૃથક્કરણ કરી તે પક્ષને

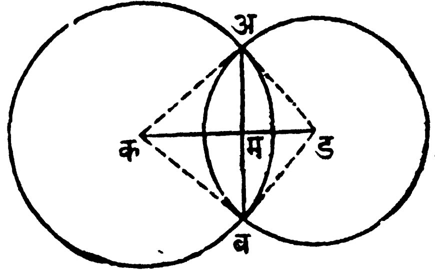
એવી રીતે પદબંધ ગોઠવવો કે માગેલો સાધ્ય લાવવાને એક પછી એક પદ સુધી એકીકરણ લક્ષમાં આવી જાય.

નીચેના પ્રશ્નો પૃથક્કરણથી કરી બતાવ્યા છે.

પ્રશ્ન. अ.

જો બે વર્તુળો એક બીજાને છેદે તો તેઓની મધ્ય બિંદુ લીટી તેઓની સામાન્ય જ્યાને કાટખુણે દુભાગે છે.

क, ड મધ્યબિંદુના બે વર્તુળો अ, ब માં છેદે છે, ત્યારે कड, अब ને કાટખુણે દુભાગશે.



પૃથક્કરણ. આકૃતિમાં બે વર્તુળો છે. ∴ कअ = कब અને डअ = डब. વળી अम = मब અને ∠ अमक = ∠ बमक થવા જોઇએ. તે પરથી માલમ પડે છે કે જો બે પાસે પાસેના ખૂણા સરખા થાય તો अमक△ ≡ △बमक વળી △अमक ≡ △बमक થવાને માટે △ ઓમાં अक = कब અને कम સામાન્ય છે; તેથી ∠ अकम = ∠ बकम થવો જોઇએ.

પણ ∠ अकम = ∠ बकम થવાને માટે △अकड ≡ △बकड જોઇએ.

અને આ △ ઓમાં એકના ત્રણ અંગ = બીજાનાં ત્રણ અંગ છે, તેથી નીચે પ્રમાણે સિદ્ધતા આવી શકે છે.

એકીકરણ. રચના. कअ, कब, डअ, डब સાંધો.

સિદ્ધતા. अकड △ અને बकड △ માં अक = बक, अड = बड અને कड સામાન્ય છે; ∴ △ ઓ સર્વસમાન છે; (પ્ર૦ સિ૦ ૧૪)

∴ ∠ अकम = ∠ बकम.

વળી अकम △ અને बकम △ માં अक = बक, कम સામાન્ય છે.

અને ∠अकम = ∠बकम ∴ △ ઓ સર્વસમાન છે. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૦)

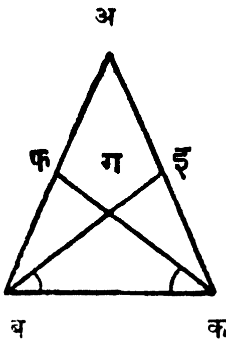
∴ मअ = मब અને ∠अमक = ∠बमक = ૧ L. પ્ર૦ પ્ર૦

નોટ ૧. એકીકરણમાં પૃથક્કરણમાંનાં પદોનો ક્રમ ઉલટો હોય છે.

નોટ ૨. પ્રશ્નની સિદ્ધતા લખવામાં પૃથક્કરણનો ભાગ ન આપતાં રચના અને સિદ્ધતાનાજ ભાગોની જરૂર છે.

પ્રશ્ન. ब.

જો કોઈ ત્રિકોણમાં બે મધ્યગાઓ બરાબર હોય તો ત્રિકોણ સમદ્વિબાજુ છે.



अबक △ માં बइ મધ્યગા=कफ મધ્યગા છે ત્યારે △ अबक સમદ્વિબાજુ થશે.

પૃથક્કરણ. ધારો કે अबक △ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ अब=अक. ∴ बफ=कइ.

અને ∠फबक=∠इकब

∴ △फबक ≡ △इकब

∴ ∠गबक=∠गकब,

અને ∴ गक=गब;

અને વળી गब=$\frac{2}{3}$ बइ અને गक=$\frac{2}{3}$ कफ, ∴ इब=कफ.

એકીકરણ. મધ્યગાઓને ग માં મળવા દો,

∵ बइ = कफ અને गक = $\frac{2}{3}$ कफ ને गब = $\frac{2}{3}$ बइ

∴ गक = गब છે.

∴ વળી गबक સમદ્વિબાજુ △ માં

∠गबक = ∠गकब. (પ્ર૦ સિ૦ ૧૨)

વળી ∵ इबक △ અને फकब △ માં

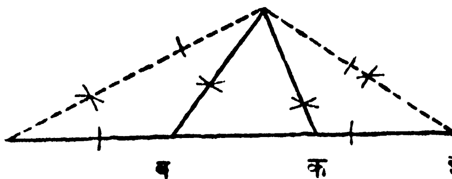
बइ = कफ અને बक સામાન્ય છે,

અને ∠इबक = ∠फकब ∴ △ ઓ સર્વ સમાન છે. (પ્ર. સિ. ૧૦)

∴ बफ = कइ ∴ अब = अक.

પ્રશ્ન क

પરિમિતિ, ∠ब અને ∠क આપ્યાં હોય તો अबक △ બનાવો.



પૃથક્કરણ. ધારો કે अबक માગેલો △ છે.

અ + બ + ક, ∠ब, ∠क આપેલાં છે.

बकને બંને બાજુ લંબાવી बअ=बड અને अक=कइ કરો.

જો अड, अइ સાંધીએ તો अवड Δ, अकइ Δ સમદ્વિબાજુ છે.

∴ ∠ड = ∠वअड અને ∠इ = ∠कअइ.

અને ∠अवक = ∠डअव + ∠ड = ૨ ∠ड.

અને ∠अकव = ∠इअक + ∠इ = ૨ ∠इ

∴ ∠ड = ½ ∠व અને ∠इ = ½ ∠क છે.

અને डव + वक + कइ = અ + બ + ક.

એકીકરણ: આપેલી પરિમિતિ = डइ લો.

ड આગળ ½ ∠व = ∠ड કરો.

અને इ આગળ ½ ∠क = ∠इ કરો.

જો डक, इअ, अमां મળે તો अ આગળ

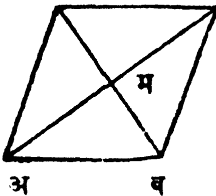
∠ड = ∠वअड અને ∠इ = ∠कअइ કરો.

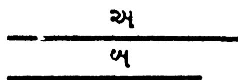
ત્યારે Δ अवक માંગેલો Δ છે.

સિધ્ધતા: વિદ્યાર્થીએ પુરી કરવી. ફ૦ ફ૦

પ્રશ્ન ૬

કર્ણોની લંબાઇ આપી હોય તો રોમ્બસ બનાવો.





પૃથકકરણ: રોમ્બસના કર્ણો એક બીજાને કાટખુણે છેદે છે; આ સત્યતા ધ્યાનમાં રાખી કૃત્ય તરત થશે.

એકીકરણ: બે સીધી લીટીઓ અરસપરસ ⊥ દોરી मअ = ½ અ અને मव = ½ બ કરો. अम, वम લંબાવી मअ = मक અને मव = मड કરો; अवकड સાંધો ત્યારે अवकड માગેલો રોમ્બસ છે.

સિદ્ધતા. अक અને वड એક બીજાને કાટખુણે દુભાગે છે;

∴ अव = वक = कड = डअ. ફ૦ ફ૦

§ ૨૬. પહેલા ભાગના પરચુરણ પ્રશ્નો.

૧. अब, अक ૮૦°નો ખુણો કરે છે. अब = ૨·૩" અને अक=૨·૩" છે. ∠अ ને દુભાગનારી લીટી बक ને ड માં મળે છે તો ∠ब, ∠क માપો અને ∠अडब ના એક કાટખુણપૂર્ણી અને દ્વિકાટખુણપૂર્ણી ખુણા કહો.

૨. એક સમબાજુ △ની બાજુ ઉપર બહારથી સમબાજુ ત્રિકોણો બનાવ્યા હોય તો આ પ્રમાણે થતી આકૃતિ પણ સમબાજુ આકૃતિ છે.

૩. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ △ઓ છે તો તેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી લીટી પાયાને દુભાગનાર લંબ છે.

૪. એકજ બાજુ ઉપર अबक, डबक △ઓમાં अब = डक અને अक = डब તો अड || बक છે.

૫. પ્રશ્ન ૩જામાં પાયા ઉપર ત્રીજો સમદ્વિબાજુ △ દોર્યો હોય તો પાયાને દુભાગનાર લંબ આ ત્રિકોણના સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૬. અ=૩·૭", ∠ब=૬૧° અને ક=૪·૧" છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭. अबकड સ૦ ચ૦ માં अक કર્ણ ઉપર प, म એવાં બિંદુ છે કે अप = कम તો बपडम સ૦ ચ૦ છે.

૮. વિષમબાજુ ટ્રાપિઝ્યમમાં વિષમ બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી બીજી બાજુને સમાન્તર છે.

૯. अबक △ ની अब, बक, कअ ને ड, इ, फ માં દુભાગો; ड, इ, फ માંથી अब, बक, अक ઉપર લંબ દોરો; આ લંબ એક બિંદુગામી છે એમ બતાવો.

૧૦. એકજ પાયા ઉપર અને એકજ બાજુએ अबकड, अबपम બે સ૦ ચ૦ ઓ છે તો कडमप પણ સ૦ ચ૦ છે.

૧૧. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બાજુઓનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કરે છે.

૧૨. સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં સામસામેની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડનારી લીટી અરસપરસ દુભાગે છે.

૧૩. સમદ્વિબાજુ △ના શિરોબિંદુથી પાયાના મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી પાયાને લંબ છે અને પાયાની સામેના ખુણાને દુભાગે છે.

૧૪. એકજ પાયા ઉપર બે સમદ્વિબાજુ $\triangle$ અબક, ડબક છે તો $\angle$ અબડ $= \angle$ અકડ.

૧૫. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ $\triangle$ ના પાયા ઉપર પાયાના છેડાથી સરખે અંતરે આવેલાં બે બિંદુઓ શિરોબિંદુથી પણ સરખે અંતરે છે.

૧૬. સમબાજુ ત્રિકોણની બાજુનાં મધ્ય બિંદુ જોડવાથી થતો ત્રિકોણ પણ સમબાજુ છે.

૧૭. બે ત્રિકોણમાં $\angle$બ $= \angle$બ' $=$ ૩૭° છે, ક $=$ ક' $=$ ૫.૯ સે. મી. અને બ $=$ બ' $=$ ૬.૭ સે. મી. છે તો ત્રિકોણ બનાવો. અનિશ્ચિત રચના છે ? કારણ આપો.

૧૮. ૩.૫" ત્રિજ્યાના વર્તુળના મધ્યબિંદુ આગળ ૧૧૨° નો ખુણો કરતા કૌંસને દુભાગો.

૧૯. અબક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની સરખી બાજુ બઅ, કઅ ને ઇ, ફ સુધી લંબાવી છે, જો અઇ $=$ અફ હોય તો ફબ $=$ ઇક.

૨૦. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના શિરોબિંદુમાંથી પાયાને સમાન્તર દોરેલી લીટી બહારના ખુણાને દુભાગે છે.

૨૧. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયાની બહારના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ બીજો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કરે છે.

૨૨. ૨.૧"ની બાજુ ઉપરના ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો સાથે મૂકી એક સમષટ્કોણ કરી બતાવો કે તેનો દરેક ખુણો ૧$\frac{1}{3}$ કાટખુણા બરાબર છે.

૨૩. ત્રિકોણમાં કબ પાયો અને પાયા ઉપરનો લંબ આપ્યા છે તો એ અંગોવાળા કેટલા ત્રિકોણ બનાવી શકશો ?

૨૪. એક સીડી એક ઘરના પાયાથી ૨૩ ફુટ દૂર છે. અને તેનો ઉપલો છેડો બારીના ઉપલા ભાગને દિવાલ પર અડે છે. સીડીના પાયાને દિવાલથી ૨૭ ફુટ દૂર ખસેડતાં ઉપલો છેડો બારીના નીચેના ભાગને અડે છે. જો સીડી ૪૧ ફુટ લાંબી હોય તો બારીની ઉંચાઇ કેટલી ?

૨૫. અબકડ સ૦ ચ૦ ની અક બાજુને લંબાવતાં કઇ $=$ કઅ; કબ $\parallel$ ઇફ, ડક ને લંબાવતાં ફ માં મળે છે તો અબફક સ૦ ચ૦ છે.

૨૬. એક હોડી પશ્ચિમમાં ૨૫૦ વાર જાય છે, અને પછી ૩૦° ઉત્તરમાં વળી જઇ ૩૬૦ વાર જાય છે અને પછી ઉત્તરમાં ૧૨૦ વાર જાય તો પહેલી જગ્યાએથી તે કેટલે અંતરે ગઇ ? બન્ને સ્થાનોનું કોણ અંતર કાઢો.

૨૭. જ્યારે સૂર્ય ૪૨° ક્ષિતિજની ઉપર છે ત્યારે જમીનમાં દાટેલી એક ઉભી કાઠી ૩૦ ફુટ લાંબો પડછાયો નાખે છે તો કાઠીની ઉંચાઇ શું?

૨૮. એક મોજણીદાર अ થી પૂર્વમાં ૧૫૦ વાર જાય છે; પછી ત્યાંથી (बथी) क સુધી ઉત્તરમાં ૩૦૦ વાર જાય છે અને પછી ड સુધી પશ્ચિમમાં ૪૫૦ વાર જાય તો अड કેટલું? अथी ड નું કોણ અંતર શું?

૨૯. अबकड સ. ચ.ની બાજુ પર અનુક્રમે इ, फ, ग, य ચાર બિંદુઓ છે, જો अय = कफ અને अइ = कग તો इफगय સ૦ ચ૦ છે.

૩૦. अबक સમદ્વિબાજુ Δના પાયા ઉપરના ખુણાને દુભાગનારી લીટીઓ સામેની બાજુને इ, फमां મળે તો ‖ बक છે.

૩૧. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब = कड અને ∠ब = ∠क છે તો अड ‖ बक છે.

૩૨. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમના કર્ણો સરખા છે.

૩૩. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમમાં સમાન્તરબાજુ આગળના ખુણાઓ બરાબર છે.

૩૪. સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિઝયમની સરખી બાજુનાં મધ્યબિંદુને જોડનારી લીટી સમાન્તર બાજુના સરવાળાથી અર્ધી છે.

૩૫. अबकड ચ.માં ∠अ = ∠ब અને ∠क = ∠ड, તો अड = बक છે.

૩૬. કોઇ પણ લંબચોરસની બાજુનાં મધ્ય બિંદુને જોડવાથી થતો ચતુષ્કોણ રૉમ્બસ છે.

૩૭. સ્થાનોપરિ સ્થિતિથી બતાવો કે જો બે સમાન્તર ચતુ-ષ્કોણમાં બે પાસેપાસેની બાજુ અને અંતખુંણો બરાબર હોય તો સ૦ ચ૦ સર્વ અંગમાં બરાબર છે.

૩૮. अबकड, इफगय બે ચતુષ્કોણમાં अब, बक, कड, डअ;

इफ, फग, गय, यइ ની અનુક્રમે બરાબર હોય અને ∠अ = ∠इ, તો ચતુષ્કોણો સર્વ અંગમાં બરાબર હોઈ શકે છે.

૩૯. કોઇપણ સ૦ ચ૦ના કર્ણના મધ્યબિંદુમાંથી બાજુ સુધી દોરેલી લીટીના તે બિંદુ આગળ બે સરખા ભાગ થાય છે.

૪૦. अबक △ માં बइ ને फक મધ્યગા ग માં છેદે છે. गब, गक ને અનુક્રમે य, ड માં દુભાગી છે તો यडइफ સ૦ ચ૦ છે.

૪૧. अबकड સ૦ ચ૦માં अक ને इ સુધી લંબાવતાં कइ = अक થાય છે. इ અને ब માંથી इफ, बफ અનુક્રમે कब, कअ ને ‖ છે તો अबफक સ૦ ચ૦ છે,

૪૨. એક સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બીજા કર્ણ ઉપર લંબ દોરી છે તો આ લંબ સરખી છે.

૪૩. अबक, डइफ △ઓમાં अब = ‖ डइ અને बक = ‖ इफ છે તો अक = ‖ डफ છે.

૪૪. अबकड ચતુષ્કોણમાં अब ‖ डक અને अड = बक તો બતાવો કે ∠अ + ∠क = ૧૮૦° છે; અને अक = बड છે.

૪૫. अप, बक બે સળીઆ સમાન્તર છે. अप, पની આસપાસ અને बक, बની આસપાસ સરખા વેગથી એકજ દિશામાં ફરે છે તો તેઓ હંમેશાંજ સમાન્તર છે અને अक અમુક સ્થિર બિંદુમાંથી જાય છે.

૪૬. જો કોઇ સીધી લીટી આકૃતિમાં માંહેના ખુણા બહારના ખુણાની (સરવાળાની) બરાબર હોય તો તેની કેટલી બાજુ છે ? કારણ આપો.

૪૭. માંહેનો ∠अ = $\frac{3}{4}$ બહારના ∠अ; અને ૪ ∠ब = ૫ ∠क છે તો ત્રિકોણના ખુણા કાઢો.

૪૮. દરેક સમબહુકોણમાં કોઈ પણ અંતર્ગામી ખુણો નથી; અનુક્રમે બધી બાજુ લંબાવવાથી એક વખતે ૧૫°, બીજી વખતે ૩૦°, ત્રીજી વખતે ૪૦°, અને ચોથી વખતે ૧૨° નો દરેક ખુણો થાય છે તો તે ચાર બહુકોણની કેટલી કેટલી બાજુ હશે ?

૪૯. કોઇ પણ ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયા સુધી દોરેલી લીટીના, બીજી બાજુનાં મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી, બે સરખા ભાગ કરે છે.

૫૦. કોઈ પણ સ૦ ચ૦ નાં બે સામસામેનાં શિરોબિંદુમાંથી બહારની કોઇ પણ લીટી ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો બાકીનાં શિરોબિંદુમાંથી તેજ લીટી ઉપર દોરેલી લંબના સરવાળા બરાબર છે.

૫૧. કોઇ પણ સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણના પાયા ઉપરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી જો સરખી બાજુ ઉપર લંબ દોરીએ તો આ લંબનો સરવાળો પાયાના છેડામાંથી સામેની બાજુ ઉપરના લંબની બરાબર છે.

૫૨. કોઈ પણ સમબાજુ ત્રિકોણમાં અંદરના કોઈ પણ બિંદુમાંથી બધી બાજુ ઉપર દોરેલી લંબનો સરવાળો ત્રિકોણની ઉંચાઈની બરાબર છે.

૫૩. સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણની માંહેના કોઇ પણ બિંદુમાંથી ત્રણે બાજુ ઉપર દોરેલા લંબનો સરવાળો પાયાના શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુ ઉપર દોરેલા કોઇ પણ લંબ બરાબર છે.

૫૪. સરખી અને સમાન્તર લીટીઓ કોઇ પણ એકજ લીટી ઉપર બે સરખા કાટખુણ પ્રલંબન કરે છે.

૫૫. એક કાટખુણ ત્રિકોણનો એક ખુણો જો ૩૦° નો હોય તો સૈાથી મોટી બાજુ સૈાથી નાનીથી બમણી છે.

૫૬. કાટખુણો અને કર્ણ આપ્યાં હોય તો કર્ણના મધ્યબિંદુનું નિધાન કાઢો.

૫૭. अबकड ચોરસમાં अ થી, बक અને कड નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે અને क થી, अड, अब નાં મધ્યબિંદુ સુધી લીટી દોરી છે તો આ લીટીની વચ્ચેની આકૃતિ રોમ્બસ છે.

૫૮. સમબાજુ △अबकમાં अबમાં એક ड બિંદુ લો; △ની સામેની બાજુ ઉપર अड ઉપર એક સમબાજુ △ अडइ દોરો તો बइ = कड.

૫૯. अबक △ના બહારના ∠અને દુભાગનાર લીટી ઉપર જો प બિંદુ લીધું હોય તો अब + अक < ને पब + पक.

૬૦. अबक સમદ્વિબાજુ △માં अब = अक અને डइफ લીટી अब, बक અને अकને લંબાવતાં છેદે છે; જો डइ = इफ, તો बड = कफ.

૬૧. ૫·૩" પાયા ઉપર ૩·૪" ઉંચાઇનો એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો. તેનાં સર્વ અંગ માપો.

૬૨. ઉંચાઇ અને શિરોબિંદુ આગળનો ખુણો આપેલાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૬૩. એક સમબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ આપી હોય તો Δ બનાવો.

૬૪. એક વહાણ કલાકમાં દશ માઇલ પ્રમાણે ઉત્તરમાં જાય છે. બે વાગે તે એક દીવાદાંડી ઇશાનમાં જુએ છે અને દોઢ કલાક પછી દીવાદાંડી પૂર્વની દક્ષિણે ૭$\frac{1}{2}$° એ દેખાય છે તો બીજી જગ્યામાં દીવાદાંડીથી વહાણનું અંતર કેટલું ? અને કયારે તે દીવાદાંડીની પાસેમાં પાસે હતું ?

૬૫. Δअबक માં अब, अक માં प, ड, એવાં બિંદુ શોધો કે पड $\parallel$ बक થાય અને पड $=\frac{1}{3}$ बक થાય.

૬૬. अब, अक માં ब, क એવાં બિંદુ શોધો કે $\angle$ब $=$ ૩ $\angle$क.

૬૭. अक, बड બે સમાન્તર લીટીઓમાં અનુક્રમે अ, ब બે સ્થિર બિંદુ છે. બીજાં प, ड બે બિંદુ એવાં શોધો કે अपबड એક રૉમ્બસ બને.

૬૮. $\angle$बअक ને આ પ્રમાણે દુભાગો:–अ મધ્યબિંદુથી બે વર્તુળો એવા દોરો કે પહેલો बअ, कअ ને प, ड માં અને બીજો એજ લીટીને म, य માં છેદે; पय, डम, ल માં છેદે તો अल, $\angle$અને દુભાગે છે.

૬૯. अ, ब, कड ની વિરૂદ્ધ બાજુએ બે બિંદુ છે તો कड માં प એવું બિંદુ શોધો કે $\angle$अपक $=$ $\angle$बपक.

૭૦. पकरय એવો એક રૉમ્બસ બનાવો કે તેનો पर કર્ણ એક આપેલી લીટી ઉપર હોય અને તેની पक, कर रय ત્રણ બાજુ ત્રણ આપેલાં બિંદુમાંથી જાય.

૭૧. कडની એકજ બાજુએ अ, ब બે બિંદુ છે તો कडમાં એવું એક બિંદુ प શોધો કે पअ, पब નો તફાવત મોટામાં મોટો હોય ?

૭૨. પ્રશ્ન ૭૧માં તફાવત નાનામાં નાનો હોય તો प બિંદુ કયાં છે?

૭૩. એક એવો રૉમ્બસ કાઢો કે તેની બે બાજુઓ આપેલા ત્રિકોણની બાજુમાં હોય અને તેનું એક શિરોબિંદુ પાયા ઉપર હોય.

૭૪. બે આપેલી લીટી ઉપર છેડા હોય અને એક આપેલી લીટીની સમાન્તર અને સરખી હોય તેવી એક લીટી દોરો.

૭૫. अकइड એક અર્ધ વર્તુળ अड વ્યાસ ઉપર છે અને ब તેનું મધ્યબિંદુ છે. इ, क એવી રીતે પરિધ ઉપર છે કે कइ લંબાવતાં अबड ને फ સુધી લંબાવેલી લીટી ઉપર મળીને इफ = बइ = बक કરે છે તો બતાવો કે ∠फ = $\frac{1}{3}$ ∠अबक છે.

૭૬. अबक △માં ∠ब આપેલો ખુણો અને ∠क બીજો આપેલો ખુણો છે અને बक ઉપર अ ની ઉંચાઇ આપેલી છે તો △ બનાવો.

૭૭. શિરોબિંદુ આગળના એક આપેલા ખુણાવાળો એક આપેલા પાયા ઉપર એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૭૮. એક કાટખુણુ ત્રિકોણમાં કર્ણ આપી છે અને બીજી બે બાજુનો સરવાળો આપ્યો છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૭૯. એક સમદ્વિબાજુ કાટખુણુ ત્રિકોણમાં કર્ણ, અને એક બાજુનો સરવાળો આપ્યો હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૦. એક કાટખુણુ ત્રિકોણમાં કર્ણ અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૧. એક ત્રિકોણમાં અ, બ + ક, અને ∠ब આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૮૨. એક ત્રિકોણમાં અ, ક−બ ને ∠ब આપ્યાં છે તો △ બનાવો.

૮૩. જો अब, अक, અને बड આપ્યાં હોય તો એક अबकड સ૦ ચ૦ બનાવો.

૮૪. એક એવો ર્‌હોમ્બસ બનાવો કે તેમાં એક કર્ણ = બાજુ છે.

૮૫. એક ચતુષ્કોણમાં કર્ણો બરાબર છે અને તેઓ એક બીજાને ૬૦° એ દુભાગે છે. જો કર્ણ ૫·૪ સે. મી. હોય તો ચતુષ્કોણ બનાવો. જો પક્ષ અધૂરો હોય તો પૂર્ણ કરો.

૮૬. પાયો, પાયાની ઉપરની મધ્યગા અને ઉંચાઈ આપ્યાં હોય તો △ બનાવો. કેટલા △ એ થશે ?

[નોટ प ઉંચાઇએ પાયાની ∥ अब દોરો. अब ને દુભાગી મધ્યબિંદુ વર્તુળનું મધ્યબિંદુ લઇ અને क મધ્યગા ત્રિજ્યા લઇ વર્તુળ દોરો. આ વર્તુળ જો સમાન્તર લીટીને इમાં છેદે તો △ अइब માગેલો ત્રિકોણ છે.]

૮૭. ∠कअब એક કાટખુણો છે અને ∠कअब વચ્ચેના કોઈ પણ બિંદુ ड માંથી डइ, डफ લંબ अक, अब ઉપર છે, તો જો (૧) डइ + डफ = ૫·૦ સે. મી., અને (૨) डइ – डफ = ૨·૦ સે. મી. હોય તો ड નું નિધાન કાઢો.

૮૮. अबक △ માં अब = ૩·૨", अक = ૪·૨" અને बक=૩·૬" છે તો अब અને अक થી સરખે અંતરે અને बक થી આપેલે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. એવાં કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૮૯. પ્રશ્ન ૮૮માં अब, अक થી સરખે અંતરે અને ब, क થી સરખે અંતરે આવેલું બિંદુ શોધો.

૯૦. પ્રશ્ન ૮૮માં ब, क થી સરખે અંતરે અને अ થી ૧·૮" ને અંતરે આવેલું બિંદુ શોધી કાઢો. કેટલાં બિંદુ નીકળશે?

૯૧. अब ઉપર એક प બિંદુ ફરતું છે અને क એક બહાર સ્થિર બિંદુ છે. पक ને લંબાવતાં कड=पक; તો ड નું નિધાન શોધી કાઢો.

૯૨. પ્રશ્ન ૯૧ ની મદદથી ∠बअक ની વચ્ચેના ड બિંદુમાંથી એક એવી લીટી શાખાલીટી अब, अक સુધી દોરો કે તે ड આગળ દુભાગાય.

૯૩. એક આપેલા બિંદુથી આપેલે અંતરે અને બે આપેલી || લીટીથી સમાન અંતરે હોય એવું બિંદુ શોધી કાઢો. ઉપરની રચના ક્યારે બનશે? ક્યારે નહિ બનશે? ક્યારે બે રચના અશક્ય છે?

૯૪. એક આપેલી લીટી ઉપર જેનું શિરોબિંદુ હોય અને જેની એક આપેલી ઉંચાઇ હોય એવો એક આપેલા પાયા ઉપર △ બનાવો.

૯૫. એક સમદ્વિબાજુ △ માં સરખી બાજુ ઉંચાઇથી બમણી છે તો △ બનાવો.

૯૬. अबक △ માં ∠अ કાટખુણો અને अब, તથા बक થી अ નું અંતર આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૭. એક સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણમાં ઉંચાઇ અને પાયાની સામેનો ખુણો આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૯૮. એક રૉમ્બસમાં બે સામસામેની બાજુનું અંતર એક બાજુથી અર્ધું છે તો રૉમ્બસ બનાવો.

૯૯. अ બિંદુમાંથી बक સુધી એવી એક લીટી દોરો કે તે એક આપેલા ખુણાની બરાબર बक સાથે अबक ખુણો કરો.

૧૦૦. अब, अक, अड ત્રણ લીટીઓ अ માં મળે છે તો એવી એક बकड આડી લીટી દોરો કે क આગળ તેના બે સરખા ભાગ થાય.

૧૦૧. એક સમબાજુ ત્રિકોણની મદદથી એક આપેલી લીટીના ત્રણ સરખા ભાગ કરો.

૧૦૨. ત્રણ બાજુનાં મધ્યબિંદુઓ આપ્યાં હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૩. બે બાજુઓ અને ત્રીજી બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૪. એક બાજુ અને બાકીની બાજુને દુભાગનારી મધ્યગા આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૫. ત્રણ મધ્યગાઓ આપી હોય તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૬. ૨·૪" ઉંચાઈ અને પાયા આગળના ખુણા ૪૦° અને ૬૦° હોય એવો એક ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૭. મધ્યગા અને જે બાજુને તે દુભાગે તેની અર્ધી લંબાઈનો સરવાળો બીજી બે બાજુના અર્ધા સરવાળાથી મોટો છે.

૧૦૮. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો સરવાળો અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૦૯. अबक $\triangle$ માં अब $>$ अक છે. अप લીટી अ ખુણાને દુભાગે છે અને अड મધ્યગા છે તો अड મધ્યગા अब અને अप ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૦. પ્રશ્ન ૧૦૯ માં જો अम $\perp$ बक હોય તો अप દુભાગનાર લીટી अम અને अड ની વચ્ચે છે એમ સિદ્ધ કરો.

૧૧૧. अब, कड બે આપેલી લીટી છે અને म, अब માં એક આપેલું બિંદુ છે, अब માં प એક એવું બિંદુ શોધી કાઢો કે पम અંતર कड ઉપરના प ના લંબ અંતર બરાબર હોય.

૧૧૨. अबक $\triangle$માં अब = अक છે. बकને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે अब, अकને, ड इમાં મળી डब અથવા इक બરાબર થાય.

૧૧૩. अबक $\triangle$ માં बक પાયાને સમાન્તર डइ એવી લીટી દોરો કે તે બાજુઓને ड, इ માં મળી डब અને इक ના (૧) સરવાળા, અને (૨) બાદબાકી બરાબર થાય.

૧૧૪. સમદ્વિબાજુ $\triangle$ના પાયાને લંબાવી તેના ઉપરના કોઇ પણ બિંદુમાંથી સરખી બાજુઓ ઉપર લંબ દોરીએ તો એ લંબનો તફાવત કોઇ અમુક અંતર બરાબર છે.

૧૧૫. એક આપેલી લીટીને સમાન્તર એવી એક લીટી દોરો કે બીજી બે આપેલી લીટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલી લંબાઇ બરાબર હોય.

૧૧૬. બે અરસપરસ છેદતી લીટીઓ સાથે સરખા ખુણા કરતી એવી એક લીટી દોરો કે તે બે લાટીઓની વચ્ચે છેદાતો તેનો ભાગ એક આપેલા અંતર બરાબર હોય.

૧૧૭ બે આપેલાં બિંદુમાંથી એકેક એવી લીટી દોરો કે તે લીટીઓ એક આપેલી લીટીને મળી એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવે.

૧૧૮. એક આપેલા ત્રિકોણમાં એવો એક રોમ્બસ દોરો કે તેનો એક ખુણો ત્રિકોણના એક ખુણા સાથે બરાબર મળી જાય.

૧૧૯. પરિમિતિ અને એક સાંકડો ખુણો આપ્યા હોય તો એક કાટખુણ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૦. ઉંચાઇ આપી હોય તો એક સમબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૧. એક આપેલી ઉંચાઈનો એવો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો કે તેનો પાયો એક આપેલી લીટીમાં હોય અને તેની સરખી બાજુઓ બે આપેલાં સ્થિર બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૨. એક બાજુ અને પાયા ઉપરની ઉંચાઇનો તફાવત અને પાયો આપ્યાં છે તો સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૩. પાયો, પાયા ઉપરના ખુણાઓનો તફાવત અને બાજુઓનો તફાવત આપ્યાં છે તો ત્રિકોણ બનાવો.

૧૨૪. પાયેા, પાયા ઉપરના ખુણાએાનેા તફાવત અને બાજુ-એાનેા સરવાળેા આપ્યાં છે તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૧૨૫. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી એક આપેલા બિંદુમાંથી જાય.

૧૨૬. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી સ૦ ચ૦ ની એક બાજુને લંબ હેાય.

૧૨૭. એક સ૦ ચ૦ ને એવી એક લીટીથી દુભાગેા કે તે લીટી એક આપેલી લીટીને સમાન્તર હેાય.

૧૨૮. પાયેા, પાયા ઉપરની ઉંચાઇ, અને પાયાને મળતી મધ્યગા આપ્યાં હેાય તેા ત્રિકેાણ બનાવેા.

૧૨૯. ત્રિકેાણના એક શિરેાબિંદુમાંથી એક એવી લીટી દેારેા કે તે સામેની બાજુને છેદે અને તેના ઉપર બાકીનાં શિરેાબિંદુએા-માંથી દેારેલી લંબ બરાબર થાય.

૧૩૦. એક આપેલી લીટીની બહાર આપેલા બિંદુમાંથી એવી એક લીટી તે લીટી સુધી દેારેા કે તે તેની સાથે એક આપેલા ખુણા બરાબર ખુણેા કરે.

૧૩૧. એક આપેલા ખુણાના હાથમાંથી સરખા ભાગેા છેદે એવી એક લીટી આપેલા બિંદુમાંથી દેારેા.

૧૩૨. એક એવેા રેામ્બસ દેારેા કે તેની બે બાજુએા એક આપેલા ત્રિકેાણની બાજુએા ઉપર હેાય અને તેનું એક શિરેાબિંદુ તેના પાયા ઉપર હેાય.

૧૩૩. अबकड એક સ૦ ચ૦ છે. અને कड = ૨ अब. अब ને બન્ને બાજુ એવી રીતે લંબાવી છે કે इअ = अब = बफ छे. ત્યારે સિદ્ધ કરેા કે कइ, डफ કાટખુણે છેદે છે.

૧૩૪. अबकड ચેારસના अ માંથી बक, कड નાં મધ્યબિંદુ સુધી અને क માંથી डअ, अब નાં મધ્યબિંદુ સુધી, લીટીએા દેારીએ તેા આ ચાર લીટીએા એક રેામ્બસ બનાવે છે.

૧૩૫. अबकड स० च० नी बक बाजुમાં प બિંદુ લઇ તેમાંથી अब ને સમાન્તર દોરેલી पम લીટી अड સુધી દોરીએ તેા अबपड આકૃતિ = ½ (अबकड स० च० + अबपम स० च०) છે.

§ ૨૭. પરિશિષ્ટ क. વ્યાખ્યાનુક્રમ.

અતિકાટખુણુ. એક કાટખુણાથી મેાટા પણ બે કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિકાટખુણુ ખુણેા કહે છે. (Obtuse Angle.)

અતિકાટખુણુ ત્રિકેાણુ. એક અતિકાટખુણુ ખુણેા જેમાં હેાય એવા ત્રિકેાણુને અતિકાટખુણુ ત્રિકેાણુ કહે છે. (Obtuse-angled Triangle.)

અતિદ્વિકાટખુણુ. બે કાટખુણાથી મેાટા પણ ચાર કાટખુણાથી નાના ખુણાને અતિદ્વિકાટખુણુ (Reflex Angle) કે અંતર્ગામી યા રીફ્લેક્ષ ખુણેા કહે છે. (Re-entrant Angle.)

અર્ધ વર્તુળ. વ્યાસ અને વર્તુળના કાંસની વચ્ચેના ભાગને અર્ધ વર્તુળ કહે છે. (Semi–circle.)

અવચ્છેદક સિદ્ધતા. જે સિદ્ધતામાં એક સિવાય સાધ્ય બીજી બધી રીતે ખેાટેા છે એમ બતાવવામાં આવે છે તેને અવચ્છેદક કે ક્રમ વિરૂદ્ધ સિદ્ધતા કહે છે. (Proof of Exhaustion.)

અંશ. એક કાટખુણાના ૯૦ સરખા ભાગ કર્યા છે અને તે દરેકને અંશ (Degree) કહે છે. અંશના ૬૦ મા ભાગને કળા, (Minute) કળાના ૬૦ મા ભાગને વિકળા (Second) કહે છે.

અષ્ટકેાણુ. જે આકૃતિમાં આઠ બાજુ (અને આઠ ખુણા) હેાય તેને અષ્ટકેાણુ કહે છે. (Octagon.)

ઉદ્દેશ. સિદ્ધાંતની સામાન્ય પ્રતિજ્ઞાને ઉદ્દેશ કહે છે. (General Enunciation.)

ઉન કાટખુણુ. એક કાટખુણાથી નાના ખુણાને ઉન કાટખુણુ કે સાંકડેા ખુણેા કહે છે. (Acute Angle.)

ઉન કાટખુણ ત્રિકોણ. બધા ખુણા જેમાં ઉન કાટખુણ હોય એવા ત્રિકોણને ઉન કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-angled T.)

ઉપસિદ્ધાંત. સિદ્ધાંતના ઉપરથી સહજ રીતે નીકળતા બીજા સિદ્ધાંતને ઉપસિદ્ધાંત કહે છે. (Corollary.)

એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો. જો બે ખુણાનો સરવાળો એક કાટખુણા બરાબર હોય તો તે દરેકને એક કાટખુણપૂર્ણી યા કોટિ ખુણો કહે છે. (Complementary Angle.)

એક બિંદુ ગામી જે લીટીઓ એકજ બિંદુમાં અરસપરસ છેદે તેઓને એક બિંદુગામી કહે છે. (Concurrent.)

એક લીટી સ્થાયી. જે બિંદુઓ એકજ સીધી લીટી ઉપર આવી શકે તેને એક લીટી સ્થાયી કહે છે. (Collinear.)

કક્ષા. આપેલા શરત પ્રમાણે એક બિંદુના ખસવાથી જે લીટી દોરાય તેને કક્ષા કે નિધાન કહે છે. (Locus or Orbit)

કર્ણ લીટી. સામસામેનાં શિરોબિંદુને સાંધનારી સીધી લીટી કર્ણ યા કર્ણ લીટી કહેવાય છે. (Diagonal. Hypotenuse.)

કળા. અંશના ૬૦મા ભાગને કળા કહે છે. (Minute.)

કાટખુણો. જ્યારે એક સીધી લીટી બીજી સીધી લીટી ઉપર એવી રીતે પડે કે પાસેપાસેના ખુણા બરાબર હોય તો તે દરેક ખુણો કાટખુણો કહેવાય છે. (Right Angle.)

કાટખુણ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને કાટખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Right-angled Triangle.)

કૃત્ય. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ નવું બનાવવું હોય તેને કૃત્ય યા કૃત્ય સિદ્ધાંત કહે છે. (Problem.)

કોટિખુણો. જુઓ એક કાટખુણપૂર્ણી ખુણો. (Acute Angle)

કોણ અંતર. નીચે કે ઉપરના સ્થાનને સાંધનારી લીટી ક્ષિતિજ લીટી સાથે જે ખુણો કરે તેને કોણ અંતર કહે છે. (Bearing.)

કૌંસ. પરિધના કોઈ પણ ભાગને કૌંસ કહે છે. (Arc.)

ખંડ. વર્તુળમાં પરિધ સુધીની કોઈ પણ સીધી લીટી અને કૌંસની વચ્ચેના ભાગને ખંડ કહે છે. (Segment of a circle.)

ખુણો. જ્યારે બે સીધી લીટીઓ એક બીજીને મળે છે ત્યારે બન્નેની વચ્ચેના ગાળાને ખુણો યા કોણ કહે છે. (Angle.)

ઘન વસ્તુ. જેને લંબાઇ, પહોળાઈ અને જાડાઇ હોય તેને ઘન વસ્તુ કે પદાર્થ કહે છે. (Solid.)

ચતુષ્કોણ. ચાર સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ચતુષ્કોણ કહે છે. (Quadrilateral.)

ચોરસ જે લંબ ચોરસમાં પાસે પાસેની બાજુઓ અરસપરસ બરાબર હોય તેને ચોરસ યા સમચોરસ કહે છે. (Square.)

જ્યા. જે સીધી લીટી વર્તુળમાં આવી રહી પરિધ ઉપર હદ પામે છે તેને જ્યા કહે છે. (Chord)

ટ્રાપિજ્યમ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓની એકજ જોડ સમાન્તર સીધી લીટી હોય તેને ટ્રાપિજ્યમ કહે છે. (Trapezium.)

ત્રિકોણ. ત્રણ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ત્રિકોણ કહે છે. (Triangle)

ત્રિજ્યા. વર્તુળના મધ્યબિંદુથી જે સરખી લીટીઓ પરિધ સુધી દોરીએ તેને ત્રિજ્યા કહે છે. (Radius.)

દશકોણ. દશ બાજુથી નિયમિત થયેલી આકૃતિને દશકોણ કહે છે. (Decagon)

દ્વાદશકોણ. બાર બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને દ્વાદશ-કોણ કહે છે. (Duodecagon.)

દ્વિકાટખુણ. બે કાટખુણાની બરાબર જે ખુણો હોય તેને દ્વિ-કાટખુણ કહે છે. (Straight Angle.)

દ્વિકાટખુણપૂર્ણો ખુણો. જ્યારે બે ખુણાનો સરવાળો બે કાટ-ખુણા બરાબર હોય ત્યારે તે દરેકને દ્વિકાટખુણપૂર્ણો યા ન્યૂનતાપૂરક ખુણો કહે છે. (Supplementary Angle)

નવકોણ. નવ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને નવકોણ કહે છે. (Nonagon.)

નિગમન. સિદ્ધાંતના સમાપ્તિ ભાગને નિગમન કે સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

નિધાન. કોઇપણ આપેલી શરત પ્રમાણે જુદી જુદી સ્થિતિમાં જવાથી એક બિંદુથી જે લીટી યા લીટીઓ (વક્ર યા સીધી) દોરાય તેને તે બિંદુનું નિધાન કહે છે. (Locus.)

નિયમિત બહુકોણ. જેમાં બધી બાજુ અને બધા ખુણા સરખા હોય તેને નિયમિત બહુકોણ કહે છે. (Regular Polygon.)

ન્યૂનતાપૂરક ખુણો. જુઓ દ્વિકાટખુણપૂર્ણી (Supplementary Angle.)

પક્ષ. સિદ્ધાંતમાં જે ભાગ આપેલો હોય તેને પક્ષ યા પક્ષ ભાગ કહે છે. (Data. Hypothesis.)

પંચકોણ. પાંચ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને પંચકોણ કહે છે. (Pentagon.)

પરિધ. જે વક્ર લીટીથી વર્તુળની હદ નિયમિત થએલી હોય તેને પરિધ અથવા પરિધિ કહે છે. (Circumference.)

પરિમિતિ. કોઇ પણ આકૃતિની બધી બાજુના સરવાળાને પરિમિતિ કહે છે. (Perimeter.)

પહોળો ખુણો. એક કાટખુણાથી મોટો પણ બે કાટખુણાથી નાનો હોય એવા ખુણાને પહોળો ખુણો કહે છે. (Obtuse Angle.)

પહોળખુણ ત્રિકોણ. કોઈપણ ત્રિકોણમાં જો એક ખુણો પહોળો હોય તો તેવા ત્રિકોણને પહોળખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Obtuse angled Triangle)

પાસે પાસેના ખુણા. એકજ શાખા લીટીની આસપાસ આવેલા ખુણાઓ પાસે પાસેના ખુણા કહેવાય છે. (Adjacent Angles.)

પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. જ્યારે બે સિદ્ધાંતમાં એકનો પક્ષ ભાગ બીજાનો સાધ્ય ભાગ હોય અને એકનો સાધ્ય ભાગ બીજાનો પક્ષ ભાગ હોય ત્યારે તે બન્ને સિદ્ધાંતો એક બીજાના પ્રતીપ યા વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો કહેવાય છે. (Converse Propositions.)

પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ જે પ્રમાણુની સત્યતા બીજી વધારે સાબિતી વિના પોતાની મેળે પ્રત્યક્ષ દેખાઇ આવે તેને પ્રત્યક્ષ પ્રમાણુ કહે છે. (Axiom.)

પ્રતિજ્ઞા. કોઇ સિદ્ધાંતમાં જે સાબિત કરવાનું હોય અથવા રચવાનું હોય તે જયારે સામાન્ય શબ્દસમૂહમાં સૂચવવામાં આવે ત્યારે તેને સિદ્ધાંતની પ્રતિજ્ઞા કહે છે. (Enunciation.)

પ્રમેય સિદ્ધાંત. જે સિદ્ધાંતમાં કાંઇ સિદ્ધ કરવાનું હોય તેને પ્રમેય યા પ્રમેય સિદ્ધાંત કહે છે. (Theorem.)

બહુકોણુ. પાંચ અથવા વધારે સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી આકૃતિને બહુકોણુ કહે છે. (Polygon.)

બિંદુ. જેને ફકત સ્થિતિજ હોય પણુ લંબાઈ, પહોળાઇ, જાડાઇ યા ઉંચાઈ કોઇ પણુ પરિમેય ન હોય તેને બિંદુ કહે છે. (Point.)

બેરિંગ. જુઓ કોણુ અંતર. (Bearing.)

મધ્યગા. કોઇ પણુ ત્રિકોણુમાં શિરોબિંદુ અને સામેની બાજુના મધ્યબિંદુને સાંધનારી લીટી મધ્યગા કહેવાય છે. (Median.)

મધ્યબિંદુ. વર્તુળમાં જે મુકરર બિંદુથી પરિઘ સુધી સરખી લીટીઓ દોરી હોય તે બિંદુને વર્તુળનું મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of a Circle.)

મળતા આવતા ખુણા. એકજ દિશા તરફ જતી બબ્બે લીટીની વચ્ચેના, યા સરખી બાજુની સામસામેના મળતા આવતા ખુણા છે. (Corresponding Angles.)

મીનીટ. જુઓ કળા. (Minute.)

શાખાલીટીઓ. જે સીધી લીટીઓની વચ્ચે ખુણો થયો હોય તેને ખુણાની શાખાલીટીઓ કે હાથો કહે છે. (Arms of an Angle.)

ષટ્કોણુ. ૭ બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને ષટ્કોણુ કહે છે. (Hexagon.)

સમકેંદ્ર વર્તુળો. જે વર્તુળોનું મધ્યબિંદુ એકજ હોય તેને સમકેંદ્ર વર્તુળો કહે છે. (Concentric Circles.)

સમચોરસ. જુઓ ચોરસ. (Square.)

સપાટ આકૃતિ. સપાટ સફાઇમાં આવેલી આકૃતિને સપાટ આકૃતિ કહે છે. (Plane figure.)

સપાટ સફાઇ. સીધી લીટીની બનેલી સફાઇને સીધી યા સપાટ સફાઈ યા સમતલપૃષ્ઠ કહે છે. (Plane Surface)

સપ્તકોણ. સાત બાજુથી નિયમિત થએલી આકૃતિને સપ્તકોણ કહે છે. (Heptagon.)

સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ગમે તે બે બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Isosceles Triangle.)

સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમ. જે ટ્રાપિજયમની સમાન્તર નહિ એવી બાજુઓ સરખી હોય તેને સમદ્વિબાજુ ટ્રાપિજયમ કહે છે. (Isosceles Trapezium.)

સમબહુકોણ. જે બહુકોણમાં સર્વ બાજુઓ સરખી અને સર્વ ખુણાઓ સરખા હોય તેને સમબહુકોણ કહે છે. (Regular Poly.)

સમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણની ત્રણે બાજુ સરખી હોય એવા ત્રિકોણને સમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Equilateral Triangle.)

સમાધાન સ્થિતિ. એક આકૃતિને ઉંચકીને બીજી ઉપર મૂકવામાં આવે ત્યારે તે રીત સમાધાન સ્થિતિ કહેવાય છે. (Superposition.)

સમાન્તર લીટીઓ. કોઈ પણ લીટીઓ એકજ સફાઇમાં એવી રીતે આવી હોય કે તેઓને ગમે તે બાજુએ લંબાવતાં કદી પણ એક બીજીને મળે નહિ તો તેઓ સમાન્તર લીટીઓ છે. (Parallel St. lines.)

સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ. જે ચતુષ્કોણની સામસામેની બાજુઓ સમાન્તર હોય તેને સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણ કહેછે. (Parallelogram.)

સમાપ્તિ. જ્યારે સિદ્ધાંતમાં માગેલી સત્યતા પૂર્ણ કરી છે એમ કહેવામાં આવે છે ત્યારે તેને સમાપ્તિ કહે છે. (Conclusion.)

સફાઈ. જેને લંબાઇ અને પહોળાઈ ફક્ત હોય પણ જાડાઈ યા ઉંચાઈ ન હોય તેને સફાઇ કહે છે. (Superficies.)

સમ્મિતરૂપ આકૃતિ. આકૃતિને તેની અંદર આવેલી કોઇ સીધી લીટીની આસપાસ વાળતાં જો બન્ને ભાગો બરાબર સ્થાનોપરિ સ્થિ-

તિથી મળી જાય તો તેને સમ્મિતરૂપ આકૃતિ કહે છે, અને આવી લીટીને સમ્મિતરૂપ ધરી યા આંસ કહે છે. (Figure, and Axis of Symmetry.)

સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ. જ્યારે આકૃતિ તેની અંદર આવેલા કોઈ બિંદુની આસપાસ સમ્મિતરૂપ હોય ત્યારે એવા બિંદુને સમ્મિતરૂપ મધ્યબિંદુ કહે છે. (Centre of Symmetry.)

સ્થાનોપરિ સ્થિતિ. જો એક આકૃતિને બીજી ઉપર મૂકીએ તો આવી સ્થિતિને સ્થાનોપરિ સ્થિતિ કહે છે. (Superposition.)

સાધન. સિદ્ધાંતમાં જ્યારે પ્રતિજ્ઞાને આકૃતિની સાથે સંબંધથી વર્ણવામાં આવે ત્યારે તેને સાધન કહે છે. (Parti. Enunci.)

સાધ્ય. સિદ્ધાંતમાં માગેલા ભાગને સાધ્ય કહેછે. (Conclusion.)

સાંકડો ખુણો. એક કાટખુણાથી જે ખુણો નાનો હોય તેને સાંકડો ખુણો કે ઉનકાટખુણ કહે છે. (Acute Angle.)

સાંકડખુણ ત્રિકોણ. કોઇ પણ ત્રિકોણમાં જો ત્રણે ખુણા સાંકડા ખુણા હોય તો તેને સાંકડખુણ ત્રિકોણ કહે છે. (Acute-ang. T.)

સામસામેના ખુણા. કોઇ પણ બે સીધી લીટી એક બીજીને છેદે તો આ શિરોબિંદુ આગળ તેજ બે લીટીઓના જુદા જુદા ભાગોની વચ્ચેના ખુણા સામસામેના ખુણા છે. (Vertically Opposite Angles.)

સામાન્ય પ્રતિજ્ઞા. જુઓ ઉદ્દેશ (General Enunciation.)

સિદ્ધતા. સિદ્ધાંતમાં જે સત્યતા સિદ્ધ કરવાની હોય અથવા રચવાની હોય તે જ્યારે સિદ્ધ કરવામાં આવે અથવા રચવામાં આવે ત્યારે જે ભાગમાં સિદ્ધ કરીએ તેને સિદ્ધતા કહે છે. (Proof.)

સીધી લીટી. જે લીટી પોતાની આખી લંબાઇમાં એકથી બીજા બિંદુ સુધી એકજ દિશા રાખે તેને સીધી લીટી કહે છે. (St. Line.)

સીધી લીટી આકૃતિ. જે આકૃતિની હદ સીધી લીટીથી નિયમિત થએલી હોય તેને સીધી લીટી આકૃતિ કહે છે. (Rectilinear Fig.)

સીધી સફાઇ. જુઓ સપાટ સફાઇ. (Plane Surface.)

સેકન્ડ. મીનીટનો ૬૦ મો ભાગ. (Second.)

સ્વીકૃત કૃત્ય. જે કૃત્ય આપણે કબુલી લઇએ છીએ તેને સ્વીકૃત કૃત્ય કહે છે. (Postulate.)

રચના. સિદ્ધાંતની સત્યતા બતાવવાને માટે કોઈ નવી લીટી યા આકૃતિ દોરવામાં આવે ત્યારે તેને રચના કહે છે. (Construction.)

રીફ્લેક્સ ખુણો. જુઓ અંતર્ગામી ખુણો. (Reflex Angle.)

રૉમ્બસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણની પાસે પાસેની બાજુ અરસપરસ બરાબર હોય પણ ખુણા કાટખુણા ન હોય તેને રૉમ્બસ કહેવામાં આવે છે. (Rhombus.)

લંબ. બે સીધી લીટીઓ જો કાટખુણે છેદે તો તે દરેક એક બીજીને લંબ છે એમ કહેવાય છે. (Perpendicular.)

લંબચોરસ. જે સમાન્તરબાજુ ચતુષ્કોણમાં એક ખુણો કાટખુણો હોય તેને લંબચોરસ કહે છે. (Rectangle)

લંબછેદનબિંદુ. ત્રિકોણનાં શિરોબિંદુમાંથી સામેની બાજુઓ ઉપર દોરેલી લંબ જે બિંદુમાં એક બીજીને છેદે તે બિંદુને ત્રિકોણનું લંબ છેદન બિંદુ કે લંબ સંપાત બિંદુ કહે છે. (Orthocentre.)

લીટી. જેને ફક્ત લંબાઇજ હોય પણ પહોળાઈ અને જાડાઇ કોઈ પણ ન હોય તેને લીટી કહે છે. (Line)

વક્ર લીટી. જે લીટી પોતાની લંબાઇમાં એક બિંદુથી બીજા કોઈ બિંદુ સુધી દિશા બદલે છે તેને વક્ર લીટી કહે છે. (Curved Line.)

વક્ર સફાઈ. વક્ર લીટીની બનેલી સફાઇને વક્ર સફાઇ કહે છે. (Curved Surface.)

વર્તુળ. આકૃતિની એવી એક વક્ર લીટીથી હદ થએલી હોય કે તે વક્ર લીટી સુધી આકૃતિ માંહેના એક મુકરર બિંદુમાંથી કોઇ પણ સીધી લીટી અંતર હંમેશાં એકજ રહે તો તે આકૃતિને વર્તુળ કહે છે; અને આ વક્ર લીટીને વર્તુળનો પરિધ કહે છે. (Circle.) (Circumference)

વિકળા. કળાનો ૬૦ મો ભાગ. (Second)

વિશિષ્ટ પ્રતિજ્ઞા. જુઓ સાધન. (Particular Enunci.)

વિષમકોણ. જે સીધી લીટી આકૃતિમાં ખુણા સરખા ન હોય એવી આકૃતિ વિષમ કોણ કહેવાય છે. (Irregular Figure.)

વિષમ ચતુરસ્ર. જુઓ રોમ્બસ. (Rhombus.)

વિષમ બહુકોણ. જે બહુકોણમાં બાજુ યા ખુણા બરાબર ન હોય તેને વિષમ બહુકોણ કહે છે. (Irregular Polygon.)

વિષમબાજુ ત્રિકોણ. જે ત્રિકોણમા ત્રણે બાજુઓ અરસપરસ બરાબર ન હોય તેને વિષમબાજુ ત્રિકોણ કહે છે. (Scalene Tri.)

વ્યાસ. વર્તુળમાં જે સીધી લીટી મધ્યબિંદુમાંથી થઇને પરિઘ ઉપર બન્ને બાજુએ હદ પામે છે તેને વ્યાસ કહે છે. (Diameter.)

વ્યત્યાસ સિદ્ધાંતો. જુઓ પ્રતીપ સિદ્ધાંતો. (Converse Propositions.)

ગણત્રીના પ્રશ્નોના જવાબો.

પાનું ૧૮. (૪) ૧″ = ૨૫.૪ માં. મી.

પાનું ૨૩. (૧) ૧૦૫; ૮૮૦; ૪૮૦ મા. (૨) ૮૫૦; ૧૦૫૦; ૫૯૦; ૫૪૦ મા. (૩) ૭ ફુટ; ૬.૨ ફુટ; ૮.૩ ફુટ. (૪) ૪૪૦૦ ફુટ (૧૭) ૫૦ ફુટ. (૧૮) ૩૯ ફુટ. (૧૯) ૧૧.૭″ (૨૦) ૧૨.૫ સે. મી. (૨૧) ૧૭.૧૬″. ૨૨.૮ મા. (૨૩) ૩૧.૨ મા. (૨૪) ૩૦ મા. (૨૫) ૨૮.૬ મા. (૨૬) ૧૧.૪ મા. (૨૭) ૨૧૫.૦૫ મા. (૨૮) ૮.૪૮ મા. (૨૯) ૩૮.૨ મા. (૩૦) ૧૫૦ ફુટ.

પાનું ૫૦. (૧) ૨૮.૯ મા.; ૫૦ ૨૪° ઉ૦ (૨) ૨૨ મા; દ૦ ૩૧° પૂ૦; પૂ૦ ૨૮½° દ૦ (૩) ૪૩.૪ મા; દ૦ ૨૨° પૂ૦ (૪) પૂ૦ ૭૫° ઉ૦; ૫૦ ૭૫° ઉ૦ (૫) ૮.૬ મા.; (૬) ૯.૨ મા.; ૫૦ ૫૮° દ૦ (૭) ૯.૫ મા. દ૦ ૨૭½° પૂ૦ (૮) ૩૨.૮ મા.; પૂ૦ ૨૭½° દ૦ (૯) ૩૨.૮ મા.; ૫૦ ૪૦° ઉ૦ (૧૦) ૭૭; ૨૭૪ મા.

(૧૧) ૮૭·૪ મા., પૂ૦ ૫૮$\frac{1}{2}$° ઉ૦ (૧૨) ૫૬·૫ ફુટ; (૧૩) ૭૦·૭ ફુટ (૧૪) ૬૧૦ ફુટ; ૪૭૦ ફુટ. (૧૫) ૪॥ ઈંચ.

પાનું ૯૨. (૩૫) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૯; ૧૨. (૩૭) અનુક્રમે ૧૨; ૯; ૨૪; ૪; ૧૫; ૩૬.

પાનું ૧૬૪. (૧૦) અનુક્રમે ૫; ૩૬; ૩૬૦; ૨૪૦. (૧૨) અનુક્રમે ૧૨; ૩૦; ૯; ૪૦; ૨૪; ૧૦; ૪; ૧૫; ૯૦; ને ૩૬;

પાનું ૧૯૭. (૫) અશક્ય.

પાનું ૨૧૦. (૧૦) એક કાટખુણેા.

પાનું ૨૧૧. (૫) એક કાટખુણેા.

પાનું ૨૨૫. (૧) ૧૨૦°. (૨) દરેક ૨·૨″. (૩) कन = मक = ૧·૬″; अम = मड = ૨·૮″

પાનું ૨૩૭. (૧૧) ૧ ઈંચ. (૧૨) ·૬″; ૧·૧″

પરચુરણ પ્રશ્નેા, પાનું ૨૪૮. (૧) ∠ग = ∠क = ૫૦° (૨૪) ૪॥ ફુટ. (૨૬) ૬૩૫ વાર. (૨૭) ૨૭ ફુટ. (૨૮) ૪૧૮ વાર; ૪૪°. (૪૮) ૨૪; ૧૨; ૯; ૩૦, (૬૧) બાજુ ૪·૩ ઈંચ; ખુણા ૫૨°, ૫૨°, ૭૬°.

નવી ભુમિતિ ભાગ ૧ લેા સમાપ્ત.

બીજાં પુસ્તકો.

૧. ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંઝુર છે. નવી આવૃત્તિ) રૂા. ૦-૧૨-૦
૨ નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લો (મંજુર છે.) રૂા. ૦-૧૨-૦
૩. નવી ભૂમિતિ ભાગ ૧ લાનો ખુલાસો. રૂા. ૧-૪-૦
૪. જ્યુનીઅર અંકગણિત (મંજુર છે.) રૂા. ૦-૧૩-૦
૫. જ્યુનીઅર અંકગણિતનો આણુપાણુનો વધારો રૂા. ૦-૦-૬
૬. પ્રાથમિક અંકગણિત ભાગ ૧ લો. (મંજુર છે.) રૂા. ૦-૬-૦
7. Senior Arithmetic. (Ready) Rs. 1-8-0

ઉપલાં બધાં પુસ્તકો નીચેને ઠેકાણેથી મળશે.